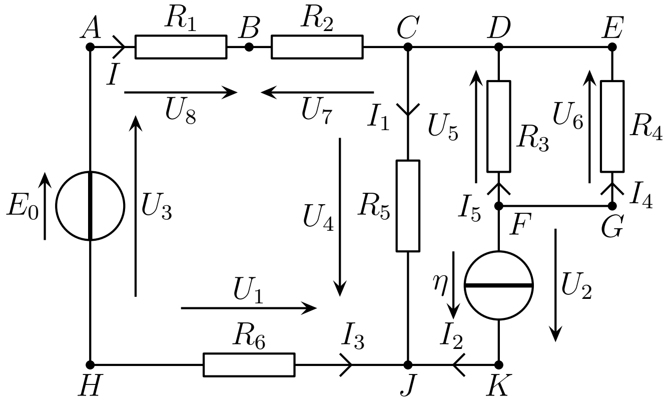
UN CIRCUIT QUELCONQUE

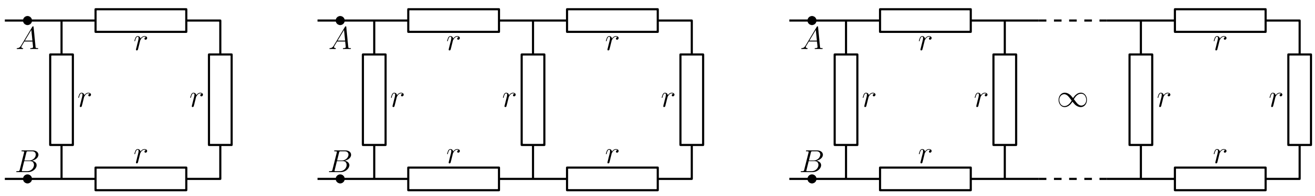
Considérons le circuit ci-dessous.



1. Combien y a-t-il de nœuds, de branches et de mailles dans ce circuit ?
2. Quels sont les points au même potentiel ?
3. Quels sont les dipôles en série ? en parallèle ?
4. Ce circuit est-il réductible à un circuit simple (une maille ou deux nœuds) avec les outils que vous connaissez ?
5. Écrire la relation constitutive de chacun des composants (résistors et générateurs).
6. Que pouvez-vous dire *a priori* sur les signes des différentes grandeurs (intensité et tension) ?

RÉSISTANCE ÉQUIVALENTE

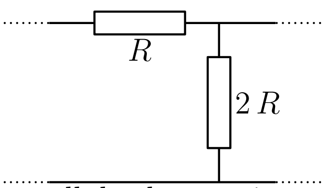
Considérons les circuits ci-dessous dans lesquels tous les résistors ont la même résistance r.



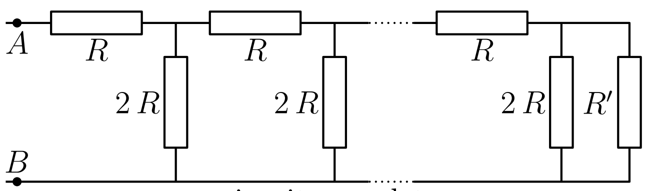
1. Chercher dans chaque cas la résistance équivalente, notée R_1, R_2 et R entre les points A et B.
2. Comparer R_2 et R.

RÉSISTANCE ITÉRATIVE D'UNE LIGNE

Considérons le circuit ci-dessous constitué de l'association de plusieurs cellules comme sur le schéma et terminée sur un résistor de résistance R'. La résistance équivalente vue entre les bornes A et B lorsque la ligne est constituée de n cellules et fermée sur la résistance R' est notée R_n.



cellule élémentaire

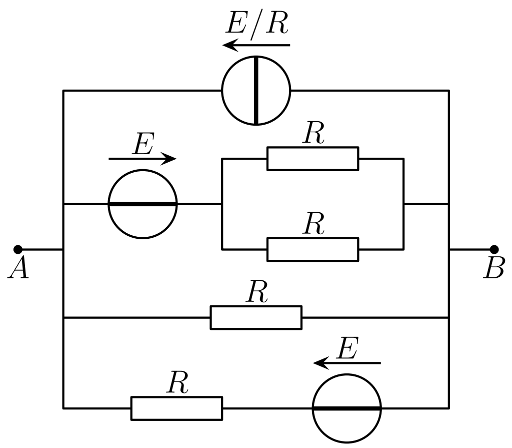


circuit complet

1. Donner la relation entre R et R' pour avoir la même résistance équivalente pour $n = 1$ et $n = 2$.
2. On se place dans la condition déterminée au 1 et dans ce cas, calculer R_n pour n quelconque.
3. Soit U_k la tension de sortie de la k-ième cellule. Donner l'expression de U_k sous la forme d'une suite et en déduire U_k en fonction de U_0.
4. Application numérique : déterminer k pour avoir $U_k < (U_0/100)$ ($U_0 > 0$).

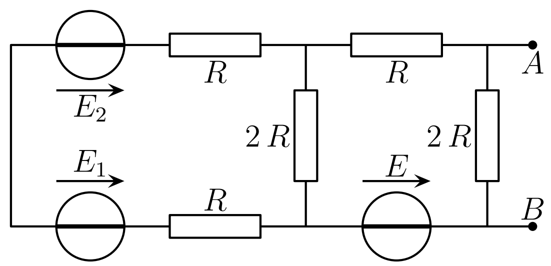
Dipôle équivalent

Montrer que le circuit ci-dessous est équivalent à un résistor dont on donnera l'expression de la résistance.



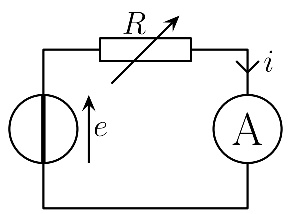
Dipôle équivalent à un résistor

Quelle valeur donner à E pour que le dipôle AB soit équivalent à un résistor ? Déterminer alors sa résistance.



Avec un ampèremètre

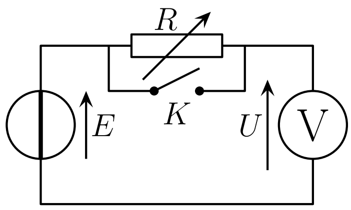
On considère le montage ci-dessous dans lequel R est un résistor de résistance variable et $E > 0$.



1. Quelle est l'expression de l'intensité du courant affichée par l'ampèremètre lorsque ce dernier peut être considéré comme idéal, *i.e.* lorsqu'il se comporte comme un simple fil ?
2. On considère maintenant que l'ampèremètre n'est plus idéal mais se comporte comme un résistor de résistance R_e.
   Quelle est l'intensité du courant affichée par l'ampèremètre ?
3. À partir de quelle valeur R_0 de R l'intensitée affichée par l'ampèremètre diffère-t-elle de moins de 5 % de celui d'un ampèremètre idéal ?

Résistance d'entrée d'un voltmètre

Cet exercice propose l'étude de la détermination expérimentale de la résistance d'entrée d'un appareil de type voltmètre (voltmètre à main, oscilloscope). Le montage est représenté ci-contre. R est une résistance variable et on considère que le voltmètre se comporte comme une résistance R'.



1. L'interrupteur K est d'abord fermé. Quelle est la tension U_0 affichée par le voltmètre ?
2. L'interrupteur K est maintenant ouvert.
   (a) Pour quelle valeur de R le voltmètre affiche-t-il $\dfrac{U_0}{2}$?
   (b) En déduire une méthode de détermination de R'.
   (c) Pourquoi arrête-ton plutôt lorsque l'affichage vaut $\dfrac{2}{3}U_0$ ou $\dfrac{9}{10}U_0$? Que vaut alors R ?

Circuits simples

1. Déterminer la tension U dans le circuit de la figure 1.
2. Déterminer l'intensité I du courant dans le circuit de la figure 2.
3. Déterminer l'intensité I du courant dans le circuit de la figure 3.

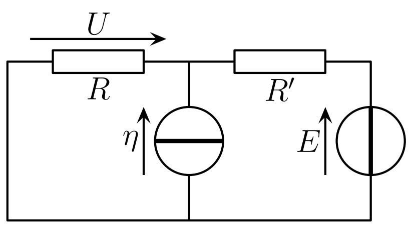


figure 1

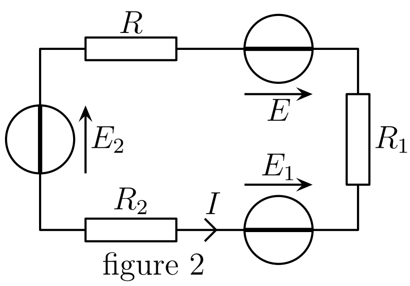


figure 2

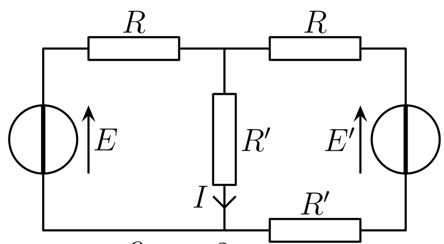
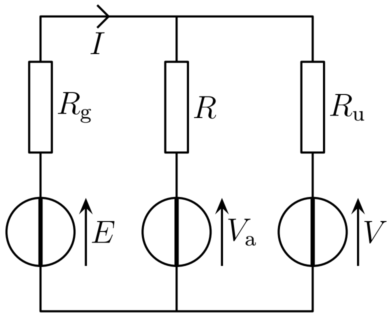


figure 3

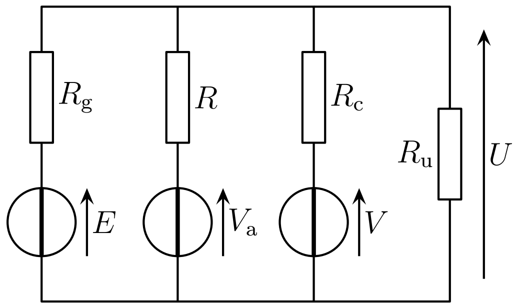
Calcul d'un courant

Exprimer l'intensité du courant I dans le circuit ci-dessous en fonction de E, V, V_a, R_g, R et R_u.



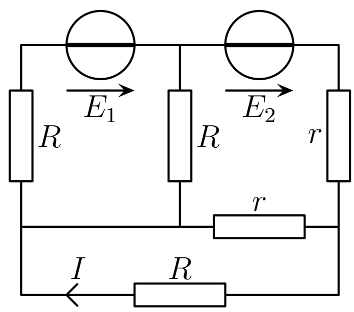
Calcul d'une tension

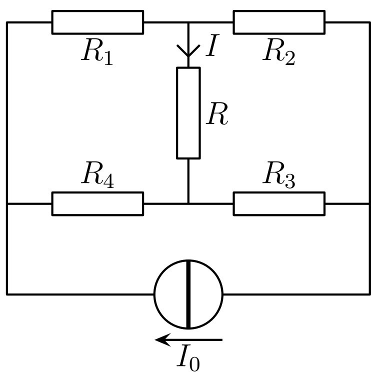
Exprimer la tension U aux bornes de R_u dans le circuit ci-dessous.



Calculs de courants

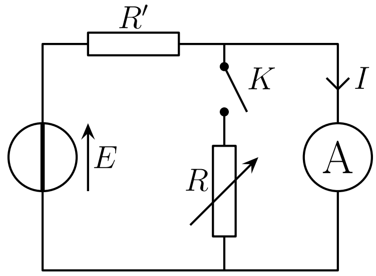
À l'aide des modélisations de Thévenin et de Norton, déterminer le courant I dans les deux montages ci-contre.





Résistance d'entrée d'un ampèremètre

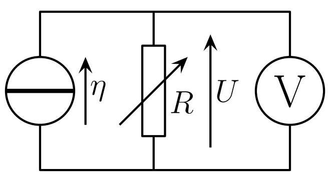
On considère le circuit schématisé ci-dessous dans lequel l'ampèremètre n'est pas idéal mais équivalent à une résistance R_e. De plus on a $R' \simeq 100\,R_e$.



1. L'interrupteur K est ouvert.
   (a) Quelle est l'intensité I_0 du courant circulant dans l'ampèremètre ?
   (b) Simplifier l'expression obtenue en considérant $R' \gg R_{\mathrm{e}}$.
2. K est maintenant fermé.
   (a) Répondre aux mêmes questions que précédemment en considérant en plus que $R' \gg R$ pour la simplification.
   (b) Pour quelle valeur de R, l'intensité du courant traversant l'ampèremètre vaut-elle $\dfrac{I_0}{2}$?
   (c) En déduire une méthode pour déterminer R_{e} et justifier l'approximation $R_{\mathrm{e}} \ll R'$.
3. Quelle est l'utilité de R' ?

Voltmètre réel

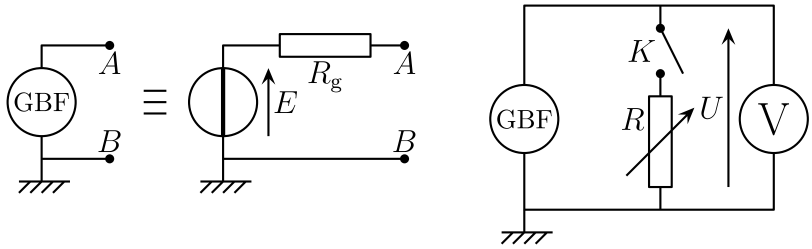
On considère le montage ci-dessous dans lequel R est une résistance variable et $\eta > 0$.



1. Déterminer la tension U_0 affichée lorsque le voltmètre peut être considéré idéal, *i.e.* lorsqu'il se comporte comme un interrupteur ouvert.
2. Le voltmètre est considéré comme réel, *i.e.* se comporte comme une résistance R'.
   (a) Quelle est la tension affichée par le voltmètre ?
   (b) À partir de quelle valeur de R la tension affichée par le voltmètre réel diffère-t-elle de moins de 5 % de celle attendue ?

Résistance d'entrée d'un GBF

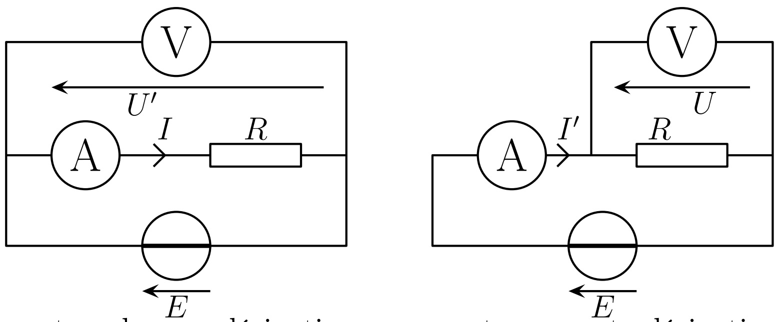
Un GBF (générateur basses fréquences) est un appareil pouvant être modélisé par un générateur idéal de f.é.m. constante e relié à un résistor de résistance R_{g} (cf. schéma ci-contre.) Le rôle de la masse, qui est symbolisée par ⫽⫽ et qui n'a aucune influence ici, sera précisé dans le TP-Cours d'électrocinétique n°2. On installe un GBF dans le circuit ci-dessous, le voltmètre est considéré comme idéal.



1. L'interrupteur K est ouvert. Quelle est la tension U_0 affichée par le voltmètre ?
2. L'interrupteur K est maintenant fermé.
   (a) Pour quelle valeur de R le voltmètre affiche-t-il la tension $U = \dfrac{U_0}{2}$?
   (b) En déduire une méthode pour déterminer R_g.
3. Pourquoi est-il justifié de considérer le voltmètre idéal ?

Relevé de caractéristique

Pour déterminer la caractéristique (et donc la résistance) d'un résistor, on dispose de deux montages, dits « longue » et « courte dérivation », pour déterminer simultanément la tension U_d à ses bornes et l'intensité i_d le traversant. Les deux appareils de mesure ne sont pas considérés comme idéaux.



montage longue dérivation montage courte dérivation

1. Chacun des deux montages permet de mesurer parfaitement une grandeur et fait une mesure erronée de l'autre grandeur. Attribuer à chaque montage la grandeur parfaitement mesurée et expliquer pourquoi il y a une erreur pour l'autre.
2. (a) Pour chacun des deux montages, déterminer les valeurs des résistances R_{ld} et R_{cd} qui semblent être mesurées en fonction de la résistance R et des résistances R_a et R_v de l'ampèremètre et du voltmètre.
   (b) En déduire pour quelle plage de valeurs de la résistance R, chaque montage est le plus adapté.

Puissance reçue par un résistor

Soit un générateur réel de f.é.m. E et de résistance interne r. On branche entre ses bornes un résistor de résistance variable R.

1. Déterminer l'intensité du courant qui circule dans le circuit.

2. Déterminer l'expression de la puissance $\mathscr{P}$ reçue par le résistor R en fonction de E, r, et R.
3. Tracer la courbe $\mathscr{P} = f(R)$ et montrer qu'elle passe par un maximum $\mathscr{P}_{\text{max}}$ (à déterminer) pour une valeur de R_0 (à déterminer).

Circuits simples

1. Déterminer la tension U dans le circuit de la figure 1 sans transformer le circuit.
2. Déterminer l'intensité I du courant dans le circuit de la figure 2 sans transformer le circuit.

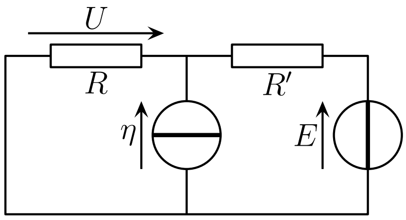


figure 1

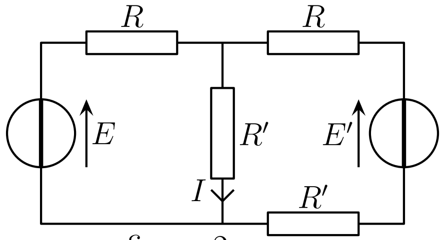
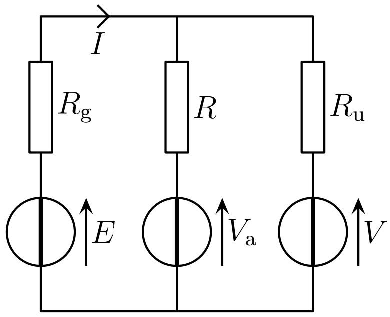


figure 2

Calcul d'un courant

Cet exercice reprend un circuit du TD elct1.

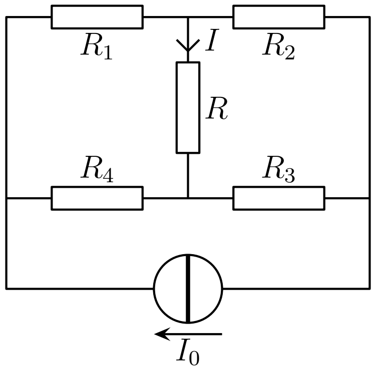
Exprimer l'intensité du courant I dans le circuit ci-dessous en fonction de E, V, V_{a}, R_{g}, R et R_{u} sans transformer le circuit.



Calculs de courants

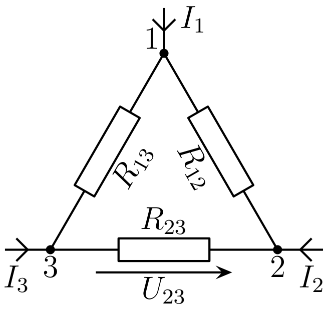
Cet exercice reprend un circuit du TD elct1.

Déterminer le courant I dans les deux montages ci-dessous.

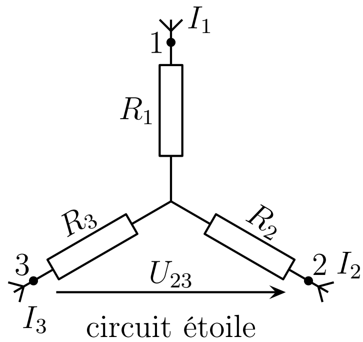


Transformations triangle – étoile

Le but de cet exercice est de déterminer les relations entre les valeurs des résistances des deux circuits appelés triangle et étoile (cf. ci-dessous) pour qu'ils soient électriquement équivalents. On appelle aussi ces relations les relations de Kennely.



circuit triangle

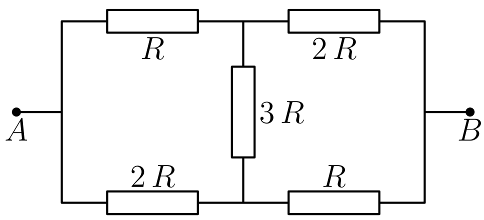


circuit étoile

1. **Transformation triangle – étoile**
   (a) Dans le circuit triangle, exprimer la tension U_{23} en fonction des résistances R_{12}, R_{13} et R_{23} et des seules intensités des courants I_2 et I_3.
   (b) Dans le circuit étoile, exprimer la tension U_{23} en fonction des résistances R_1, R_2 et R_3 et des seules intensités des courants I_2 et I_3.
   (c) En déduire les expressions de R_1, R_2 et R_3.
2. **Transformation étoile – triangle**
   À l'aide d'un raisonnement analogue (mais pas identique !), trouver les expressions de R_{12}, R_{13} et R_{23} en fonction de R_1, R_2 et R_3.

Résistance équivalente

Considérons le dipôle AB ci-dessous.

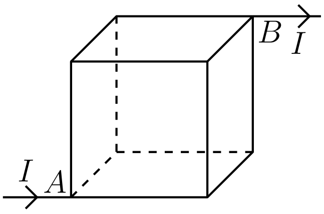


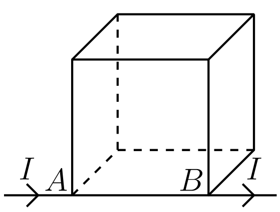
1. Déterminer la résistance équivalente de AB :
   (a) en utilisant les lois de Kirchhoff ;
   (b) en utilisant les transformations triangle – étoile de l'exercice 4.
2. Mêmes questions si on intervertit les deux résistors du haut.

Résistance d'un cube

Les 12 arêtes d'un cubes sont constituées par des résistances identiques R. Ce cube est relié à un circuit extérieur par 2 sommets. Déterminer la résistance équivalente dans les deux cas suivants :

➜ les bornes sont situées sur des sommets opposés ;
➜ les bornes sont situées sur une même arête.

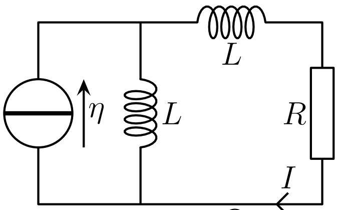




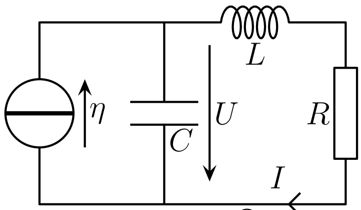
Indication : en utilisant les symétries, cherchez comment le courant entrant dans le cube se divise entre les différentes arêtes.

Régimes continus

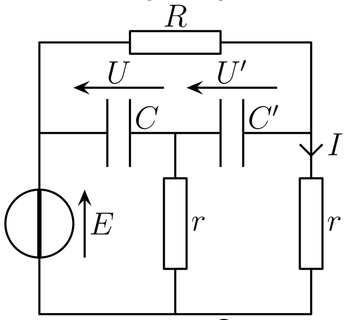
On considère que le régime continu est atteint dans les trois circuits ci-dessous.
Déterminer alors les expressions des intensités des courants I et des tensions U et U'.



circuit ①



circuit ②

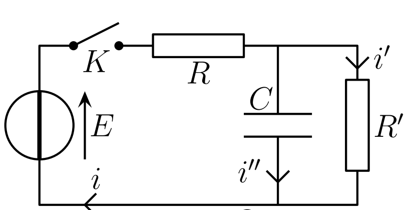


circuit ③

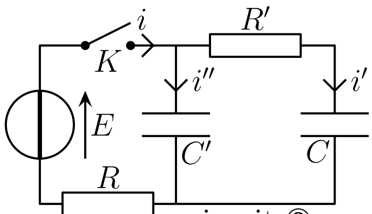
Instant initial

Dans les quatre circuits ci-contre et ci-dessous, juste avant la fermeture des interrupteurs K, tous les courants traversant les bobines sont nuls et tous les condensateurs sont déchargés.

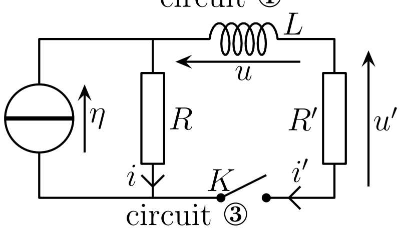
Déterminer les expressions de $i(0)$, $i'(0)$, $i''(0)$, $u(0)$, $u'(0)$ (suivant les cas) juste après la fermeture de l'interrupteur.



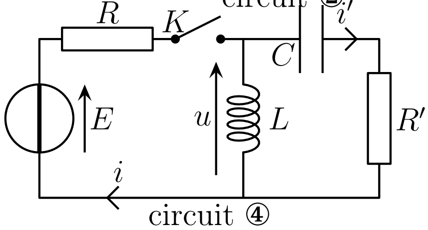
circuit ①



circuit ②



circuit ③



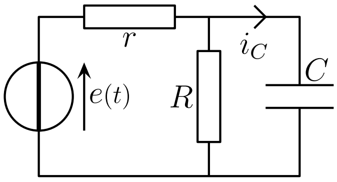
circuit ④

Circuits simples soumis à des échelons

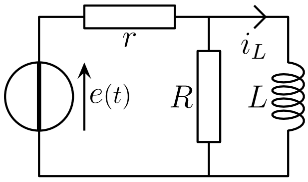
Pour chacun des quatre circuits suivants, déterminez les réponses $i_L(t)$, $i_C(t)$, $u_L(t)$ et $u_C(t)$ pour $t > 0$, sachant que :

➜ pour $t < 0$, $e(t) = 0$ et $\eta(t) = 0$

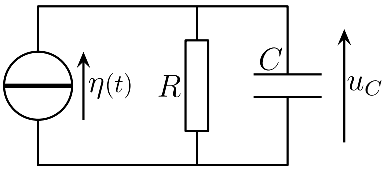
➜ pour $t > 0$, $e(t) = E = \mathrm{C^{te}}$ et $\eta(t) = \eta_0 = \mathrm{C^{te}}$



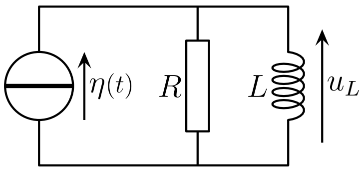
circuit ①



circuit ②



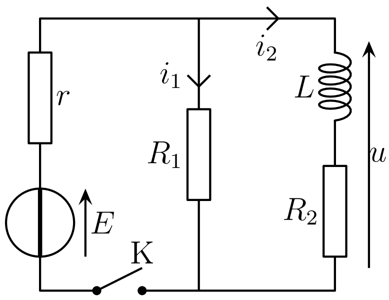
circuit ③



circuit ④

Circuit avec bobine

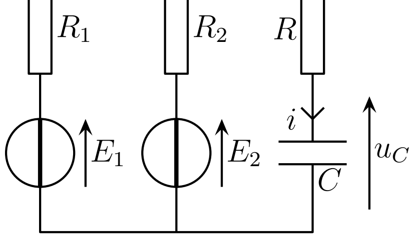
Considérons le circuit ci-dessous.



1. À $t = 0$, on ferme K.
   (a) Déterminer $i_2(t)$ dans L_2.
   (b) Déterminer $i_1(t)$ dans R_1.
2. Le régime permanent étant établi, on ouvre K ; déterminer l'intensité du courant qui circule, puis la tension $u(t)$.

Circuit avec condensateur

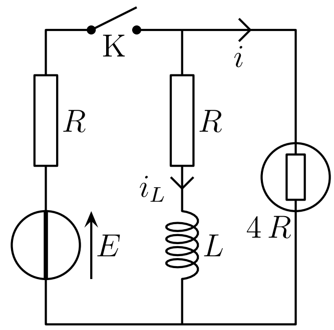
À $t = 0$, on ferme K dans le circuit ci-dessous, le condensateur étant déchargé.



Déterminer $i(t)$ ainsi que la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

Lampe témoin

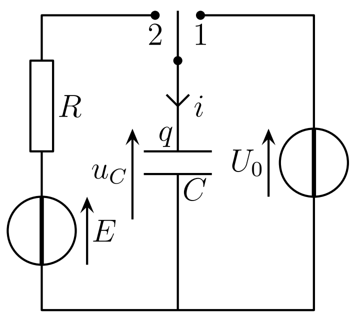
Considérons le circuit ci-dessous dans lequel il y a une lampe de résistance $4\,R$. On rappelle qu'une lampe a exactement le même comportement électrocinétique qu'un résistor.



1. Déterminer le courant $i(t)$ dans la lampe :
   (a) après la fermeture de K ;
   (b) lorsque le régime permanent est atteint ;
   (c) après la réouverture de K ensuite.
2. La lampe ne s'allume que pour $|i| > \dfrac{e}{8\,R}$. Quel peut bien être son rôle ?

Avec un condensateur

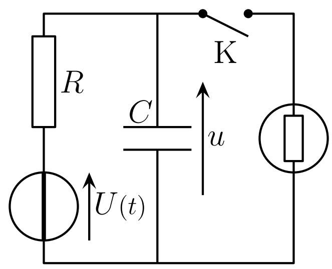
À $t = 0$, K passe de la position 1 à la position 2.



Étudier $i(t)$ et $q(t)$ pour $E < U_0$ et $E > U_0$.
À quel instant $u_C(t)$ atteint-elle 99 % de sa valeur en régime permanent ?

Oscillations de relaxation d'un tube à gaz

Dans le circuit ci-dessous, la f.é.m. du générateur vaut $U(t) = E \times \eta(t)$ où $\eta(t)$ est l'échelon d'Heaviside tel que $\eta(t < 0) = 0$ et $\eta(t \geqslant 0) = 1$. Le condensateur est initialement déchargé.

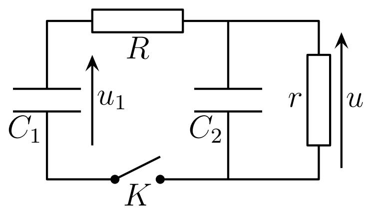


L'interrupteur K permet de placer en dérivation aux bornes du condensateur un tube à gaz. Ce tube se comporte comme une résistance infinie tant que la tension entre ses bornes est inférieure à une valeur V_0 (inférieure à E) et comme une résistance nulle dès que cette tension atteint V_0. Ceci a pour effet de décharger instantanément le condensateur en produisant un éclair très bref.

1. K étant ouvert, déterminer la d.d.p. $u(t)$ aux bornes du condensateur pour $t > 0$.
2. K étant fermé, montrer que la tension $u(t)$ subit des oscillations. Quelle est l'allure de $u(t)$?
3. Calculer la période des oscillations.

Évolution du second ordre

On réalise le circuit suivant, le condensateur C_1 ayant été chargé sous une d.d.p. $u_{\mathrm{C1}} = V_0$ et le condensateur C_2 étant déchargé.



À $t = 0$, on ferme K.

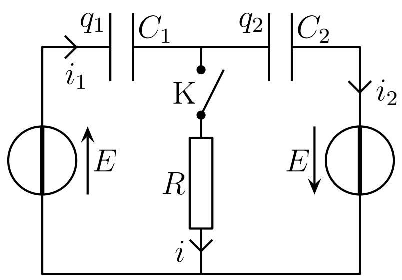
1. Déterminer $u(t)$ et tracer sa courbe représentative.
2. Déterminer la valeur maximale de $u(t)$ et l'instant t_0 où elle est atteinte.

Données : $C_1 = 100\ \mu$F, $C_2 = 20\ \mu$F, $R = 10$ kΩ, $r = 1{,}0$ MΩ, $V_0 = 100$ V.

Charge de deux condensateurs

Soit le montage ci-dessous.

Les deux sources ont la même f.é.m. E constante et on se place à l'instant $t = 0$, au régime permanent du circuit, interrupteur K ouvert.

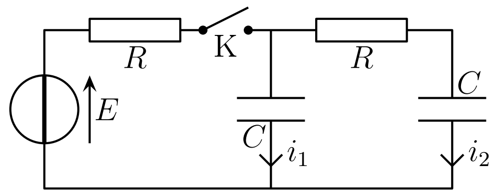


1. Les deux condensateurs étant déchargés lors de la mise sous tension des deux générateurs, déterminer leur charge à $t = 0$.
2. À $t = 0$, on ferme K.

   Déterminer les courants i, i_1, i_2 ainsi que les charges des deux condensateurs au bout d'un temps infini.
3. Déterminer $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i(t)$ à partir de $t = 0$.
4. Faire un bilan énergétique.

Charge de deux condensateurs

Les condensateur étant initialement déchargés, on ferme K à $t = 0$.



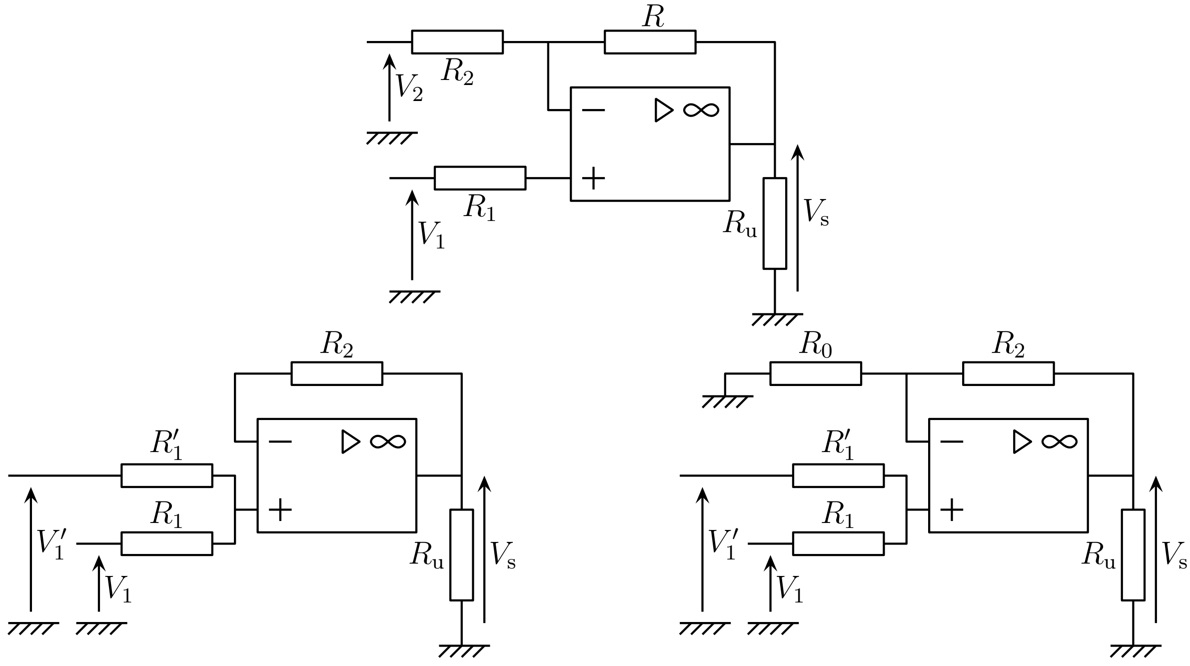
Déterminer les courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

Étude de montages simples à AO idéal

Exprimer dans chaque cas V_s en fonction des tensions d'entrée :

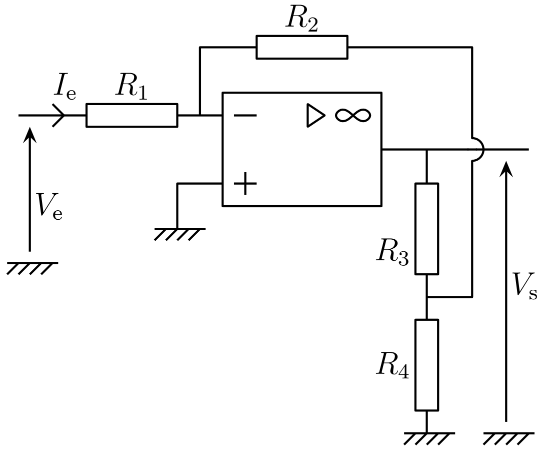
➜ par calcul direct ;

➜ par superposition de montages connus.



Amplificateur inverseur modifié

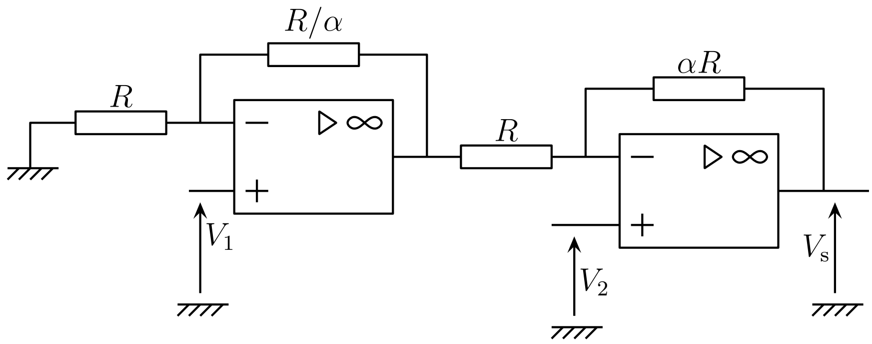
On considère le circuit ci-dessous.



1. Déterminer l'expression du rapport $\dfrac{V_s}{V_e}$.
2. Déterminer la résistance d'entrée définie par $R_e = \dfrac{V_e}{I_e}$.
3. Comparer ces résultats avec un inverseur classique.
4. Faire l'application numérique avec $R_1 = R_2 = 10$ kΩ, $R_3 = 1{,}0.10^5$ Ω, $R_4 = 1{,}0$ kΩ.

Amplificateur différentiel

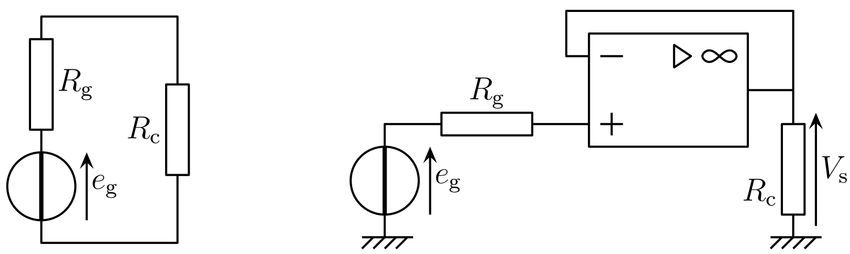
Montrer que le montage ci-dessous constitue un amplificateur différentiel, c'est-à-dire que l'on a $V_s = A\,(V_2 - V_1)$ avec A à déterminer.



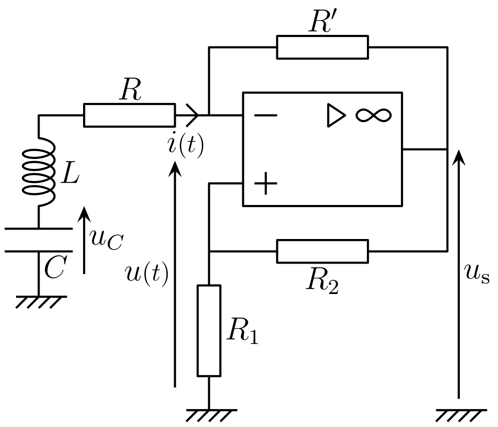
Adaptation d'impédance par un suiveur de tension

Calculer la puissance :

1. P dissipée dans le montage direct
2. P_s dissipée dans R_c avec le montage suiveur
3. Discuter.



Oscillateur à résistance négative



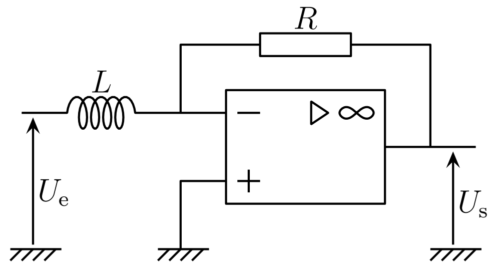
1. (a) En admettant le fonctionnement linéaire de l'AO idéal, écrire la relation entre $u(t)$, $i(t)$, R_1, R_2, R'.

   (b) Montrer que le dipôle constitué par l'AO et les 3 résistances précédentes se comporte comme une résistance négative r à préciser.

2. (a) Écrire l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.

   (b) Montrer que le système se met spontanément à osciller si r est convenablement choisi.

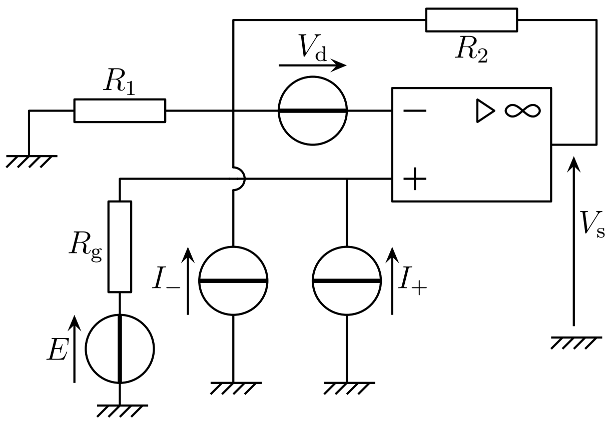
Montage alternatif



1. Déterminer la relation de fonctionnement du circuit ci-dessus.
2. Pourquoi préfère-t-on un autre montage que celui-ci pour réaliser la même fonction ?

Amplificateur non inverseur avec AO non idéal

Sur le schéma ci-dessous, on a modélisé une partie des défauts de l'AO par deux sources de courants pour les courants d'entrée des bornes + et − et par un générateur de tension pour la tension de décalage entre ces mêmes bornes.

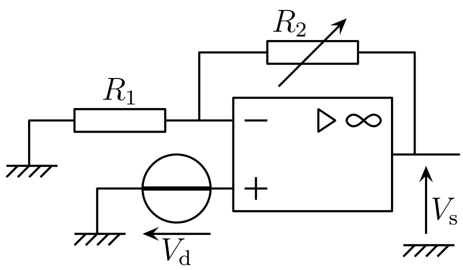


1. Déterminer V_s.
2. Déterminer l'erreur relative commise par rapport à un AO idéal.

Données : $R_g = 50\ \Omega$; $I_+ = I_- = 40$ nA ; $V_d = 40$ mV ; $R_1 = 10$ kΩ ; $R_2 = 1{,}0.10^5\ \Omega$; $E = 5{,}0$ dV.

Mesure de la tension de décallage

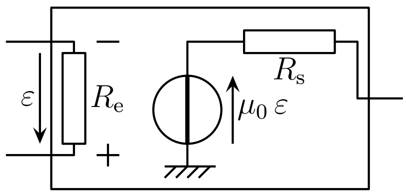
On considère le montage ci-dessous correspondant à un AO réel où le seul défaut pris en compte est la tension de décalage V_d.

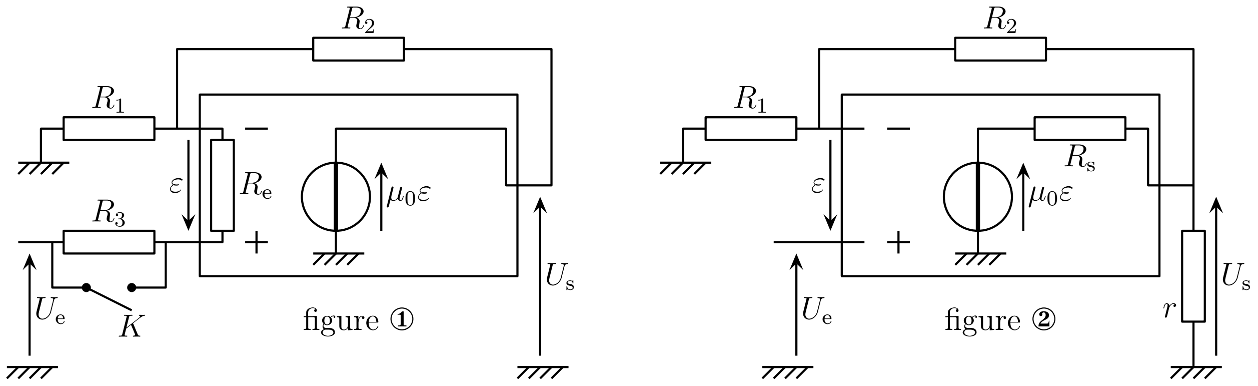


Montrer que V_s est proportionnelle à V_d et donner le coefficient de proportionnalité.

Impédances d'entrée et de sortie d'un AO

On considère le modèle ci-dessous de l'AO où sont représentées les impédances d'entrée R_e et de sortie R_s (qui ne sont autres que des résistances) et l'amplification non infinie μ_0. Notons que dans ce modèle, on ne tient pas compte de la tension de décalage ni des courants de polarisation.





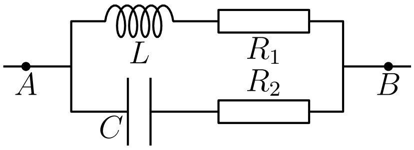
1. **Impédance d'entrée.**
   On réalise le montage amplificateur non inverseur ci-dessus (figure ①) pour lequel on ne tient pas compte de la résistance de sortie ($R_s \to 0$). On note V_{s0} la tension de sortie lorsque l'interrupteur K est fermé et V_{s1} lorsque K est ouvert.
   (a) Montrer que $\dfrac{V_{s0}}{V_{s1}} = 1 + \dfrac{A_0}{\mu_0}\dfrac{R_3}{R_e}$ où $A_0 = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$. On fera les simplifications nécessaires en considérant $\mu_0 \gg 1$, $R_e \gg R_1$ et $R_e \gg R_2$ et $R_3 \simeq R_e$.
   (b) Déterminer l'expression de l'incertitude ΔR_e sur R_e en fonction de l'incertitude ΔV sur V_{s0} et V_{s1} ; R_3 est considérée « parfaitement » connue.
2. **Impédance de sortie.**
   On réalise le montage amplificateur non inverseur ci-contre pour lequel on ne tient pas compte de la résistance d'entrée ($R_e \to \infty$). On note V_{s0} la tension de sortie lorsque la résistance r n'est pas là (ou tend vers l'infini) et V_{s2} lorsque r est mise en place.
   (a) Montrer que $\dfrac{V_{s0}}{V_{s2}} = 1 + \dfrac{A_0}{\mu_0}\dfrac{R_s}{r}$ où $A_0 = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$. On fera les simplifications nécessaires en considérant $\mu_0 \gg 1$, $R_s \ll R_1$ et $R_s \ll R_2$ et $r \simeq R_s$.
   (b) Déterminer l'expression de l'incertitude ΔR_s sur R_s en fonction de l'incertitude ΔV sur V_{s0} et V_{s2} ; r est considérée « parfaitement » connue.

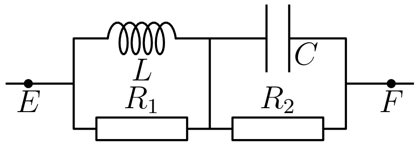
Impédance simple

L'impédance complexe d'un dipôle est $\underline{Z} = a + \mathrm{j}\, b\, \omega$ avec $a = 50$ SI et $b = 1{,}0.10^{-2}$ SI.

1. Quelles sont les unités des coefficients a et b ?
2. À quel élément est équivalent ce dipôle en hautes fréquences ? En basses fréquences ?
   Quelle est la limite basses fréquences / hautes fréquences ?
3. On le branche aux bornes d'un réseau tel que ($U_m = 200$ V, $f = 1{,}0$ kHz), calculer I_m et le déphasage de l'intensité du courant par rapport à la tension.
4. Même question si on le branche aux bornes d'un réseau tel que ($U_m = 220$ V, $f = 50$ Hz).

Impédances réelles



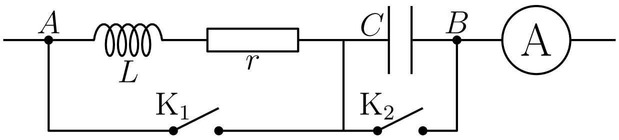


1. (a) À quelles relations doivent satisfaire L, R_1, R_2 et C pour que l'impédance équivalente du dipôle AB soit réelle quel que soit ω ?
   (b) Quelle est alors la valeur de cette impédance ?
2. Mêmes questions pour le dipôle EF.

Circuit R,L,C

Lorsqu'un ampèremètre mesure une intensité sinusoïdale s'écrivant $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$, il affiche la valeur efficace, *i.e.* $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$.

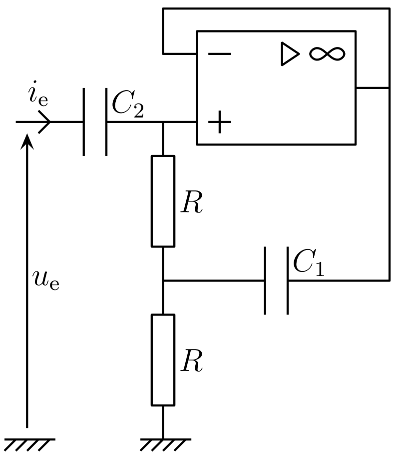
Dans le circuit ci-dessous, lorsque $u(t) = U_m \cos(\omega t)$, l'ampèremètre affiche la même valeur lorsque :
- ➜ K_1 et K_2 sont ouverts ;
- ➜ K_1 est seul ouvert ;
- ➜ K_2 est seul ouvert.



Quelle relation existe-t-il entre r, L, C et ω ?

Circuit RLC simulé

L'AO est considéré comme idéal et en régime linéaire.

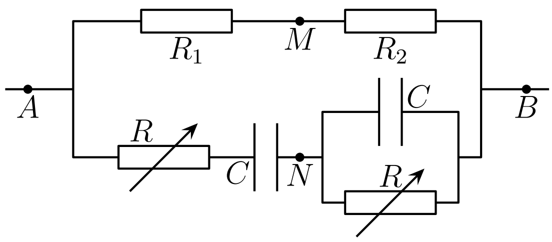


1. (a) Calculer l'impédance d'entrée $\underline{Z_e} = \dfrac{\underline{U_e}}{\underline{I_e}}$ du montage.
   (b) En déduire que ce circuit est équivalent à un circuit R, L, C série dont on déterminera les grandeurs R_e, L_e, C_e équivalentes en fonction des éléments du montage.

2. (a) Quelle est la pulsation propre ω_0 du montage ?
   (b) Calculer son facteur de qualité Q en fonction de C_1 et C_2 avec $C_1 = 1{,}0\ \mu$F et $C_2 = 1{,}0$ pF.

Fréquencemètre

Considérons le pont MN de Nernst ci-dessous.

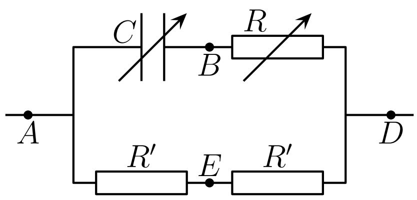


Un pont est dit *équilibré* lorsque la tension u_{MN} est nulle quelle que soit la tension u_{AB}.

1. Trouver les conditions d'équilibre du pont de Nernst.
2. Expliquer le titre de cet exercice.
3. Si $C = 1{,}0.10^{-6}$ F, quel est le domaine de variation de R permettant de mesurer des fréquences comprises entre $1{,}0.10^2$ et 1,0 kHz ?

Pont déphaseur

On applique entre A et D une tension sinusoïdale $u = U_\mathrm{m}\cos(\omega t)$.

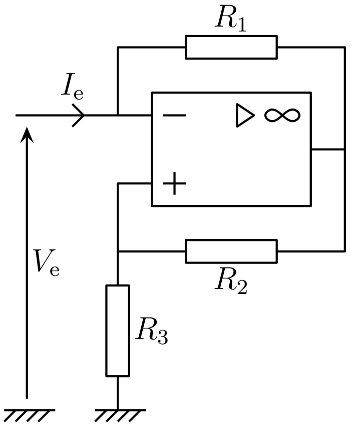


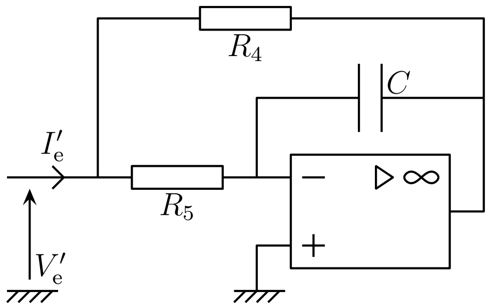
1. (a) Avec la représentation de Fresnel, construire géométriquement la somme des tensions $\vec{u}_{AD} = \vec{u}_{AB} + \vec{u}_{BD} = \vec{u}_{AE} + \vec{u}_{ED}$
   (b) En déduire $\vec{u}_{EB}$ et ses particularités.
2. Retrouver les résultats de la question précédente en appliquant les lois des circuits en complexe.

Simulation d'une bobine idéale

1. Calculer l'impédance équivalente aux bornes d'entrée $\underline{Z}_\mathrm{e}$ des 2 montages ci-dessous, $\underline{Z}_\mathrm{e}$ étant défini par $\underline{Z}_\mathrm{e} = \dfrac{\underline{V}_\mathrm{e}}{\underline{I}_\mathrm{e}}$. On admet que les deux AO fonctionnent en régime linéaire.
2. On associe en parallèle les entrées des 2 montages précédents. Comment choisir R_1 pour simuler une inductance pure ?

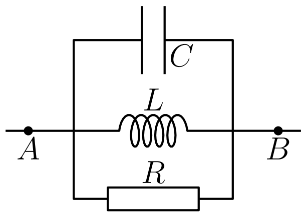
Données : $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10$ kΩ ; $C = 0{,}10$ µF.





Circuit bouchon

On considère le dipôle AB ci-dessous.



1. Déterminer l'impédance $\underline{Z_{AB}}$ de ce dipôle et la mettre sous la forme $\underline{Z_{AB}} = \dfrac{Z_0}{1 + \mathrm{j}\,Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$ avec Z_0, ω_0 et Q à déterminer.
2. (a) Montrer que le module Z_{AB} de cette impédance passe par un maximum pour une pulsation ω_a à déterminer.
   (b) Comment se comporte alors le dipôle à cette pulsation ?

Alimentation d'un électroaimant en alternatif

Les bobines d'un électroaimant ont une inductance propre $L = 1{,}25$ H et une résistance totale $R = 0{,}50$ Ω. On veut y faire passer un courant alternatif de fréquence $f = 200$ Hz et d'intensité $I_{\text{eff}} = 30$ A.

1. Calculer la capacité C qu'il faut mettre en parallèle pour que l'intensité I' du courant d'alimentation de l'ensemble soit minimale.
2. Quelles sont, dans ces conditions, la tension efficace aux bornes, l'intensité efficace I' du courant d'alimentation et la puissance à fournir ?

Amélioration du facteur de puissance

1. Une installation inductive alimentée par le courant de fréquence $f = 50$ Hz consomme la puissance $P = 60$ kW sous une tension efficace de $U_{\text{eff}} = 5{,}0$ kV avec une intensité efficace de $I_{\text{eff}} = 20$ A.
   (a) Quel est le facteur de puissance ?
   (b) On place un condensateur en dérivation aux bornes de l'installation pour que le courant fourni soit en phase avec la tension.
   Quelle doit être la capacité du condensateur ?
   (c) Quelle est alors l'intensité efficace du courant d'alimentation ?
   (d) Que deviennent les pertes dans la ligne d'alimentation ?
2. Dans un fonctionnement différent, l'installation précédente consomme $P' = 50$ kW avec une intensité efficace de $I'_{\text{eff}} = 25$ A toujours sous 5,0 kV.
   Si le même condensateur que précédemment reste en parallèle de l'installation, que deviennent, pour l'ensemble, le facteur de puissance et l'intensité d'alimentation ?

Facteur de puissance d'un atelier

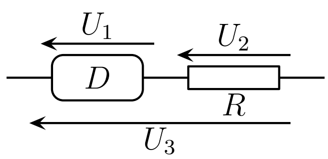
Un atelier branché sur un réseau délivrant 227 V efficace à $f = 50{,}0$ Hz comporte :
- ➜ un moteur de 3,68 kW, $\cos\varphi = 0{,}740$;
- ➜ un moteur de 7,36 kW, $\cos\varphi = 0{,}760$;
- ➜ 20 lampes de 50,0 W.

1. Déterminer numériquement l'intensité efficace I_{eff} du courant entrant dans l'installation ainsi que le facteur de puissance $\cos\varphi_{\text{at}}$ de l'atelier.
2. On désire maintenant relever jusqu'à $\cos\varphi' = 0{,}900$ le facteur de puissance de l'installation. Calculer la valeur de la capacité à mettre en parallèle.

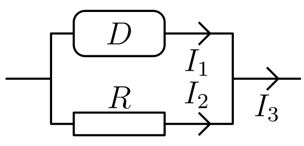
Déterminer une puissance

On rappelle que des voltmètres (resp. des ampèremètres) mesures les valeurs efficaces des tensions à leurs bornes (resp. des intensités les traversant)

1. **Méthode des trois voltmètres**
   Une résistance étalon R est mise en série avec le dipôle D dont on veut connaître la puissance consommée P. Trois voltmètres idéaux mesurent U_1, U_2 et U_3.



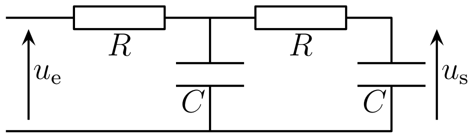
   Quelle est l'expression de P en fonction de U_1, U_2, U_3 et R ?
2. **Méthode des trois ampèremètres**
   Une résistance étalon R est mise en parallèle avec le dipôle D dont on veut connaître la puissance P. Trois ampèremètres idéaux mesurent I_1, I_2 et I_3.



Donner l'expression de P en fonction de I_1, I_2 I_3 et R.

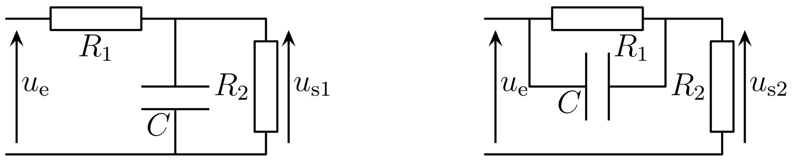
Circuits RC en cascade

Déterminer la fonction de transfert $\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_\mathrm{s}}}{\underline{U_\mathrm{e}}}$, tracer les diagrammes de BODE et chercher la ou les pulsations de coupure.



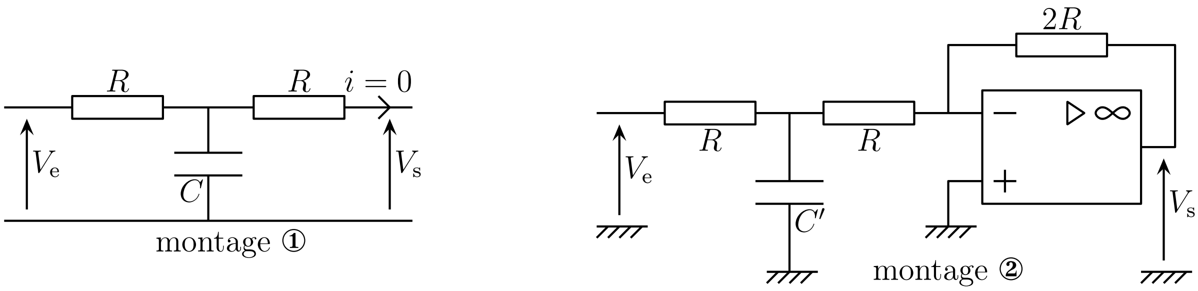
Filtres du premier ordre

Soient les circuits ci-dessous.



1. Montrer que les fonctions de transfert statiques (*i.e.* pour $\omega = 0$) $\dfrac{U_\mathrm{s1}}{U_\mathrm{e}}$ et $\dfrac{U_\mathrm{s2}}{U_\mathrm{e}}$ sont égales.
2. Déterminer les fonctions de transfert en régime sinusoïdal.
3. Tracer les diagrammes de BODE et leurs asymptotes.

Filtre passif, filtre actif

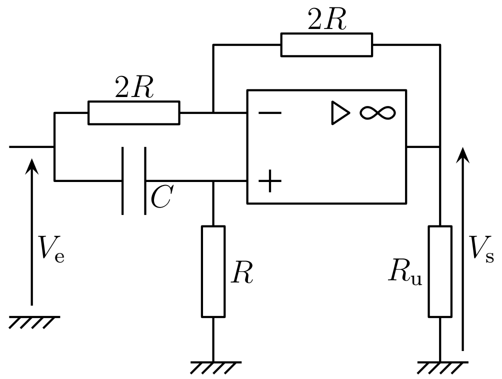


1. (a) Déterminer la fonction de transfert $\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega)$ du montage ① ci-dessus.
   (b) En déduire le gain $G_\mathrm{dB}(\omega)$ en décibel et la fréquence de coupure.
2. (a) Mêmes questions pour le filtre actif (montage ②).
   (b) Calculer C' pour avoir la même fréquence de coupure qu'en (1b).
3. On branche une résistance R_u à la sortie de ces deux filtres.
   (a) Quelle est la tension à ses bornes ?

(b) Commenter.

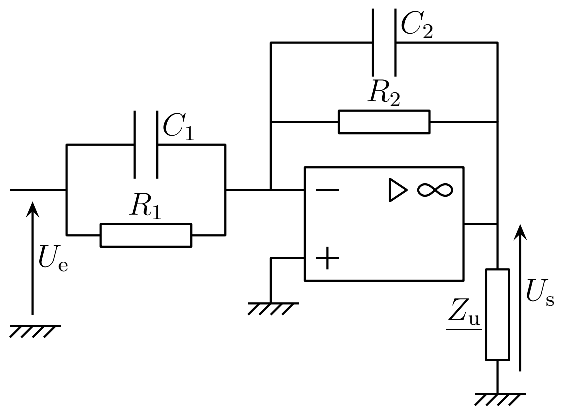
Déphaseur

Soit le circuit ci-dessous comprenant un AO idéal en fonctionnement linéaire.



1. Exprimer la fonction de transfert $\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$.
2. En déduire $|\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega)|$ et $\varphi(\omega)$.
3. Justifier le nom du montage.

Filtre du premier ordre



1. En supposant l'AO idéal, déterminer l'expression de la fonction de transfert sous la forme :

$$\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = H_0 \frac{1 + \mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_1}}{1 + \mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_2}}$$

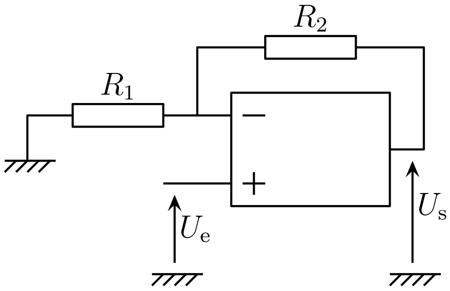
2. On souhaite réaliser un filtre présentant les caractéristiques suivantes :
   - ➜ gain de +20 dB aux fréquences basses ;
   - ➜ gain de +6 dB aux fréquences élevées ;
   - ➜ fréquence de coupure à −3 dB à 1,00 kHz.

On donne $R_1 = 10{,}0\ \mathrm{k\Omega}$. Proposer des valeurs pour R_2, C_1, C_2.
Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude.

Amplificateur non inverseur avec un AO réel

On considère le montage non inverseur ci-dessous où le gain de l'AO est non infini et prend la valeur complexe : $\underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\mu_0}{1 + \mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_0}}$.

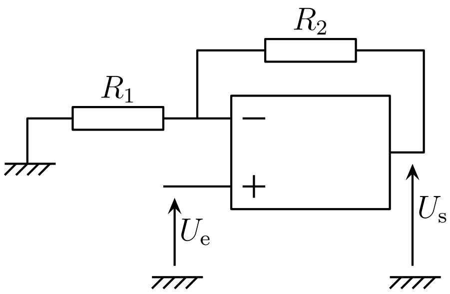
On rappelle que le gain est tel que, avec les notations usuelles, $\underline{V_\mathrm{s}} = \underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega)\,\underline{\varepsilon}$.



Déterminer la fonction de transfert $\dfrac{\underline{U_\mathrm{s}}}{\underline{U_\mathrm{e}}}$ de ce montage et tracer le diagramme de Bode du gain en décibel pour plusieurs valeurs de $\beta \overset{\text{not}}{=} \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$.

Stabilité d'un montage amplificateur

On considère le montage ci-dessous où le seul défaut de l'AO à prendre en compte est la variation de $\underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega)$ avec la fréquence : $\underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\mu_0}{1 + \mathrm{j}\,\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec $\mu_0 = 1{,}0.10^5$ et $f_0 = 100$ Hz. On rappelle que pour un AO en régime linéaire, on a $\underline{U_\mathrm{s}} = \underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega) \times (\underline{V_+} - \underline{V_-})$. On posera $A_0 = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$.
Données : $R_1 = 10\ \mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 90\ \mathrm{k\Omega}$.

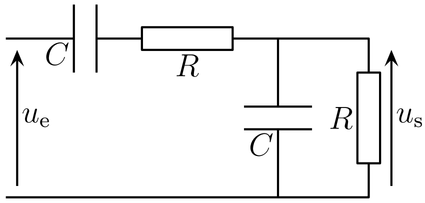


1. Déterminer à partir de la fonction de transfert $\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_\mathrm{s}}}{\underline{U_\mathrm{e}}}$ l'équation différentielle reliant $u_\mathrm{s}(t)$ à $u_\mathrm{e}(t)$.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H_E}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{E}}{\underline{U_\mathrm{e}}}$, $\underline{E}$ étant l'amplitude complexe associée à $\varepsilon(t) = v_+ - v_-$.
   En déduire l'équation différentielle liant $\varepsilon(t)$ à $u_\mathrm{e}(t)$.

3. On applique un échelon de tension de faible amplitude E constante à l'entrée $u_e(t)$ du montage, initialement au repos, à un instant choisi comme origine des temps.
   Déterminer les expressions de $\varepsilon(t)$ et de $u_s(t)$ et tracer les courbes correspondantes. On supposera $\varepsilon(0) = 0$ et $u_s(0) = 0$.
4. Que pensez-vous de la cohérence des conditions initiales ?
5. On permute les bornes $+$ et $-$ et on suppose que l'AO fonctionne toujours en régime linéaire.
   Déterminer les nouvelles expressions des fonctions de transfert et des équations différentielles liant d'une part $u_s(t)$ à $u_e(t)$ et d'autre part $\varepsilon(t)$ à $u_e(t)$.
   Montrer que le montage ainsi réalisé est instable.

Filtre en pont de Wien

On considère le montage ci-dessous.



1. Déterminer la fonction de transfert $\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$.
2. Déterminer à partir de $\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega)$ l'équation différentielle reliant $u_s(t)$ à $u_e(t)$.
3. Déterminer $T(\omega)$ et la phase $\varphi(\omega)$.
4. Déterminer le maximum $T_{\max}$ de $T(\omega)$ et la fréquence f_0 correspondante.
5. Déterminer les fréquences de coupure et la bande passante.
6. Tracer les diagrammes de Bode.

Filtre à structure de Rauch

Les AO sont supposés idéaux en régime linéaire.

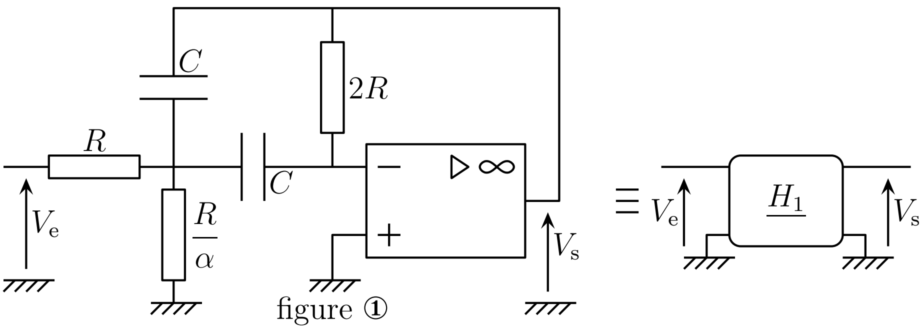


figure ①

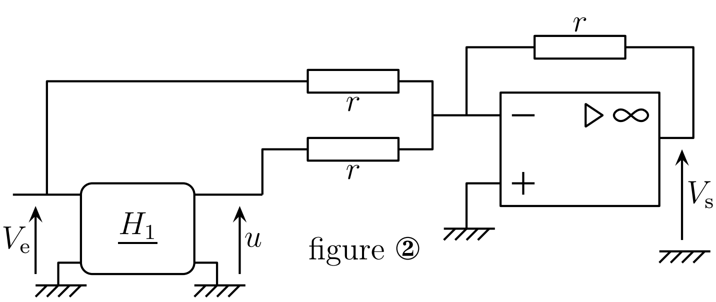


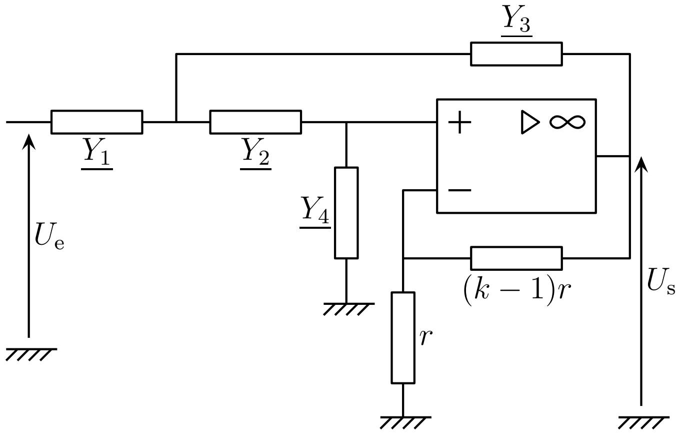
figure ②

1. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H_1}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{V_\mathrm{s}}}{\underline{V_\mathrm{e}}}$ du montage de la figure ①.
2. Ce filtre est inséré dans le montage de la figure ②.
   Déterminer la nouvelle fonction de transfert et les valeurs numériques des pulsations et des fréquences caractéristiques.

Données : $R = 10$ kΩ ; $C = 1{,}6.10^{-8}$ F ; $\alpha = 10$.

Structure de Sallen et Key

On considère le filtre ci-dessous où les dipôles sont caractérisés par leurs admitances $\underline{Y_i} = \dfrac{1}{\underline{Z_i}}$. On suppose l'AO idéal, en régime linéaire et on étudie la fonction de transfert $\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_\mathrm{s}}}{\underline{U_\mathrm{e}}}$.

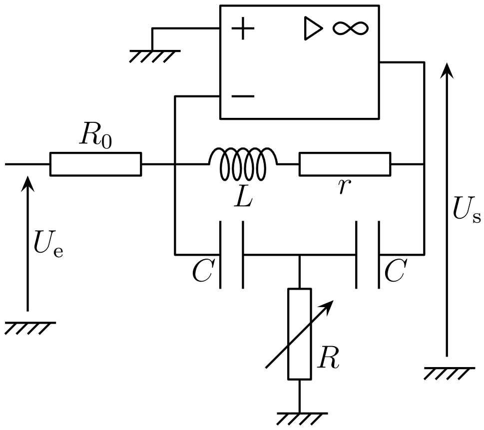


1. Montrer que la fonction de transfert s'écrit $\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{k\underline{Y_1}\,\underline{Y_2}}{\underline{Y_1}\,\underline{Y_2} + (1-k)\underline{Y_2}\,\underline{Y_3} + \underline{Y_4}(\underline{Y_1} + \underline{Y_2} + \underline{Y_3})}$.
2. On choisit $\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = R$; $\underline{Z_3} = \underline{Z_4} = \dfrac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}$ et $k = 1{,}56$.
   (a) Déterminer le type de filtre et les valeurs numériques des pulsations caractéristiques (centrale, de coupure).
   (b) Sur quelle plage de valeur de k le filtre est-il stable ?
3. Mêmes questions lorsque $\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = \dfrac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}$; $\underline{Z_3} = \underline{Z_4} = R$ et $k = 1{,}56$.
4. Mêmes questions lorsque $\underline{Z_1} = \underline{Z_3} = R$; $\underline{Z_2} = \dfrac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}$; $\underline{Z_4} = (C /\!\!/ R)$ et $k = 2$.

Données : $R = 1{,}0$ kΩ ; $C = 1{,}6.10^{-7}$ F ; $r = 10$ kΩ.

Filtre très sélectif

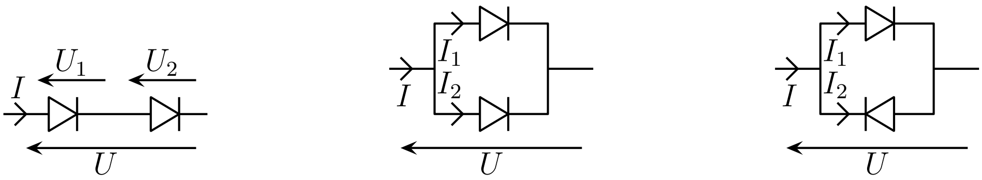
On considère le filtre ci-dessous et la fonction de transfert $\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_\mathrm{s}}}{\underline{U_\mathrm{e}}}$. On suppose l'AO idéal en régime linéaire.



1. Déterminer l'expression de la fonction de transfert et le type de filtre.
2. Déterminer la condition que doit vérifier R pour assurer une résonance du filtre et déterminer alors la pulsation de cette résonance.

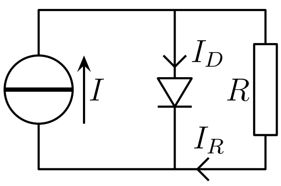
Associations de diodes

Tracer les caractéristiques des dipôles ci-dessous. Les diodes sont considérées comme idéales, avec la même tension de seuil non nulle.



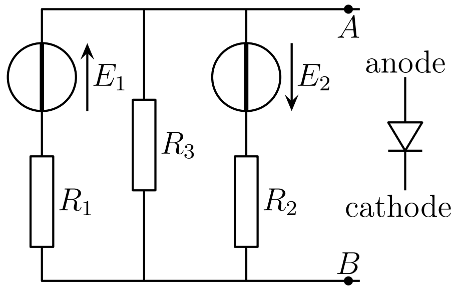
Circuit avec diode

Un générateur idéal de courant I est relié à une diode de tension de seuil $V_s = 0{,}70$ V et de résistance dynamique $r = 10\ \Omega$ en parallèle sur une résistance $R = 100\ \Omega$.



Discuter suivant les valeurs de I, les valeurs du courant I_D dans la diode et I_R dans la résistance.

Réseau avec diode idéale

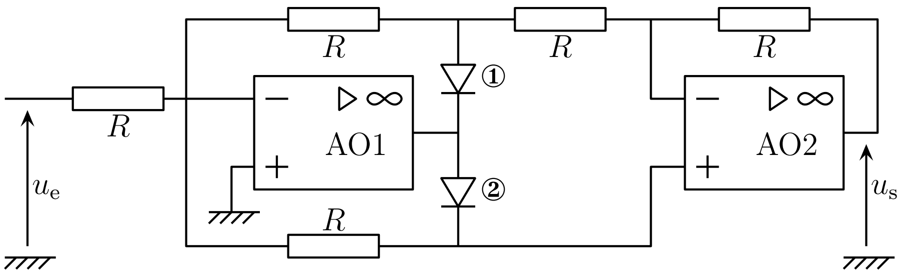


1. Déterminer le générateur de Norton équivalent au dipôle AB constitué du circuit auquel on a retiré la diode.
2. Calculer le courant traversant la diode dans les deux positions possibles (anode en A ou B) et en la considérant comme idéale.

Données : $E_1 = 16$ V ; $E_2 = 8{,}0$ V ; $R_1 = R_2 = 8{,}0$ kΩ ; $R_3 = 4{,}0$ kΩ.

Redressement double alternance sans seuil

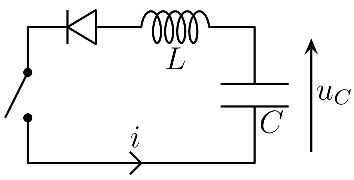
On considère le montage ci-dessous dans lequel les deux AO sont idéaux et les deux diodes idéales à même tension de seuil V_s. La tension d'entrée est telle que $-10\text{ V} < u_e(t) < 10\text{ V}$.



1. Montrer que les deux diodes ne peuvent pas être dans le même état (bloqué ou passant).
2. On suppose la diode ① passante et la diode ② bloquée.
   (a) Quelle condition cela implique-t-il pour $u_e(t)$?
   (b) Que vaut alors $u_s(t)$?
3. Mêmes questions si on suppose ① bloquée et ② passante.
4. Conclure sur l'utilité du montage.

Circuit L,C avec diode

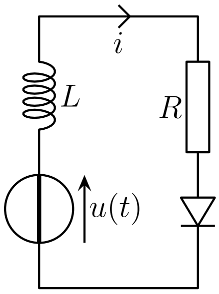
On considère le circuit ci-dessous, le condensateur est initialement chargé sous la tension E. À $t = 0$, on ferme K.

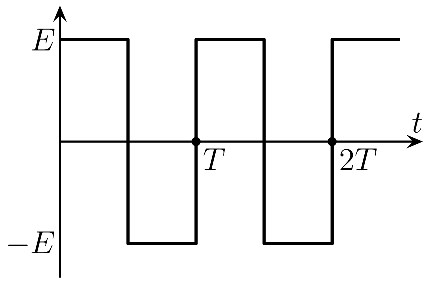


Représenter l'évolution de $u_C(t)$ et $i(t)$. La diode est supposée idéale avec une tension de seuil nulle.

Diode en régime transitoire

On applique au circuit une tension en créneaux (cf. ci-dessous). On fixe $\dfrac{L}{R} = \dfrac{T}{2}$ et on considère la diode idéale à tension de seuil nulle.



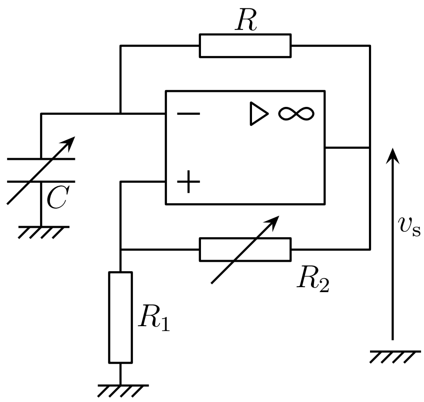


Ayant $i = 0$ à $t = 0$, représenter l'évolution ultérieure de $i(t)$.

Déterminer la valeur maximale de $i(t)$ ainsi que les intervalles de temps pendant lesquels la diode est passante et pendant lesquels elle est bloquée.

Multivibrateur astable

L'AO est idéal. On pose $\beta = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$.



1. Montrer que l'équilibre $v_+ = v_- = \varepsilon = 0$ n'est pas stable et que l'AO ne fonctionne pas linéairement. Imaginer pour cela qu'à un instant où le condensateur est déchargé v_s prenne une valeur positive à cause d'une perturbation électrique. Déduire alors les signes de v_+ et ε puis que v_s atteint brusquement V_{sat}.

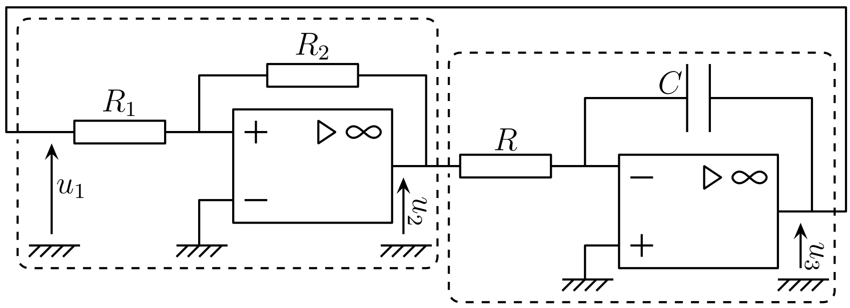
   Comment évoluera v_- et que se passera-t-il quand v_- atteindra βV_{sat} ?
2. Compte tenu de l'étude précédente, posons $t = 0$ l'instant où $v_- = \beta\, V_{sat}$ et $v_s = -V_{sat}$.

   Déterminer $v_-(t)$ et la période T des oscillations de relaxations en fonction de β, R et C.
3. Représenter les évolutions de $v_s(t)$ et de $v_-(t)$ sur un même graphe.

   Que devient la forme du signal $v_-(t)$ si $\beta \ll 1$?

Générateur de signaux

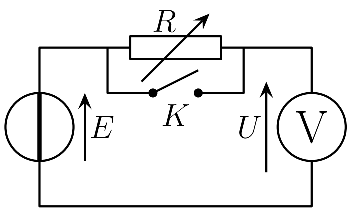
On considère le montage ci-dessous qui n'est autre que l'association d'un comparateur à hystérésis (à gauche) avec un intégrateur (à droite).



1. En supposant $u_2 = +V_{\text{sat}}$, quelle condition doit alors vérifier u_1 pour conserver $u_2 = +V_{\text{sat}}$? Quelle est alors la forme de $u_3(t)$?
2. Mêmes questions lorsque $u_2 = -V_{\text{sat}}$.
3. Déduire de l'étude précédente la période, la forme et l'amplitude des oscillations de $u_2(t)$ et de $u_3(t)$.
4. En pratique, on rajoute une résistance R' en parallèle du condensateur pour éliminer le défaut de dérive de l'intégrateur. Quelle condition doit satisfaire R' pour que l'intégrateur remplisse encore bien son rôle ?

Résistance d'entrée d'un voltmètre

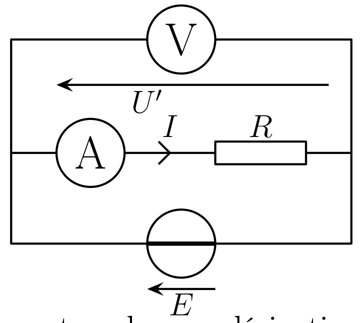
Cet exercice propose l'étude de la détermination expérimentale de la résistance d'entrée d'un appareil de type voltmètre (voltmètre à main, oscilloscope). Le montage est représenté ci-dessous. R est un résistor à résistance variable et on considère que le voltmètre se comporte comme un résistor de résistance R'.



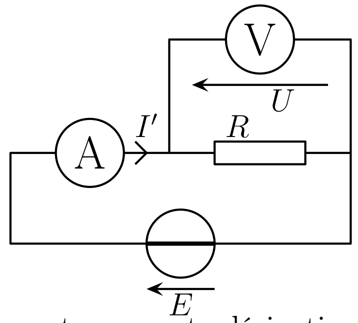
1. L'interrupteur K est d'abord fermé. Quelle est la tension U_0 affichée par le voltmètre ?
2. L'interrupteur K est maintenant ouvert.
   (a) Pour quelle valeur de R le voltmètre affiche-t-il $\dfrac{U_0}{2}$?
   (b) En déduire une méthode de détermination de R'.
   (c) Pourquoi arrête-t-on plutôt lorsque l'affichage vaut $\dfrac{2}{3}\,U_0$ ou $\dfrac{9}{10}\,U_0$? Que vaut alors R ?

Relevé de caractéristique

Pour déterminer la caractéristique (et donc la résistance) d'un résistor, on dispose de deux montages dits « longue » et « courte dérivation » pour déterminer simultanément la tension U_{d} à ses bornes et l'intensité i_{d} le traversant. Les deux appareils de mesure ne sont pas considérés comme idéaux.



montage longue dérivation



montage courte dérivation

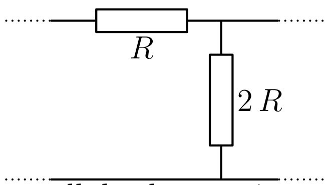
1. Chacun des deux montages permet de mesurer parfaitement une grandeur et fait une mesure erronée de l'autre grandeur.

   Attribuer à chaque montage la grandeur parfaitement mesurée et expliquer pourquoi il y a une erreur pour l'autre.
2. (a) Pour chacun des deux montages, déterminer les valeurs des résistances R_{ld} et R_{cd} qui semblent être mesurées en fonction de la résistance R et des résistances R_{a} et R_{v} de l'ampèremètre et du voltmètre.

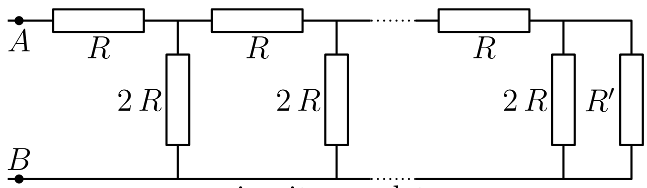
   (b) En déduire pour quelle plage de valeurs de la résistance R, chaque montage est le plus adapté.

Résistance itérative d'une ligne

Considèrons le circuit ci-dessous constitué de l'association de plusieurs cellules comme sur le schéma et terminée sur un résistor de résistance R'. La résistance équivalente vue entre les bornes A et B lorsque la ligne est constituée de n cellules et fermée sur la résistance R' est notée R_n.



cellule élémentaire

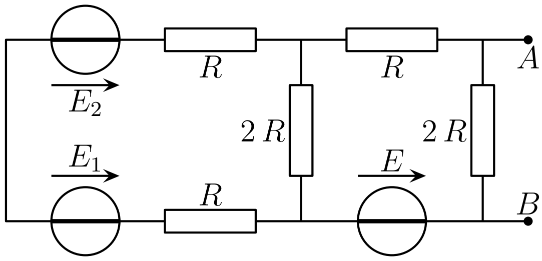


circuit complet

1. Donner la relation entre R et R' pour avoir la même résistance équivalente pour $n = 1$ et $n = 2$.
2. On se place dans la condition déterminée au 1 et dans ce cas, calculer R_n pour n quelconque.
3. Soit U_k la tension de sortie de la k-ième cellule. Donner l'expression de U_k sous la forme d'une suite et en déduire U_k en fonction de U_0.
4. Application numérique : déterminer k pour avoir $U_k < (U_0/100)$ ($U_0 > 0$).

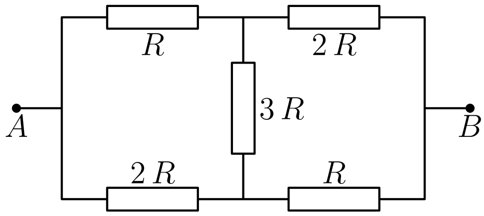
Dipôle équivalent à un résistor

Quelle valeur donner à E pour que le dipôle AB soit équivalent à un résistor ? Déterminer alors sa résistance.



Résistance équivalente

On considère le dipôle AB ci-dessous.

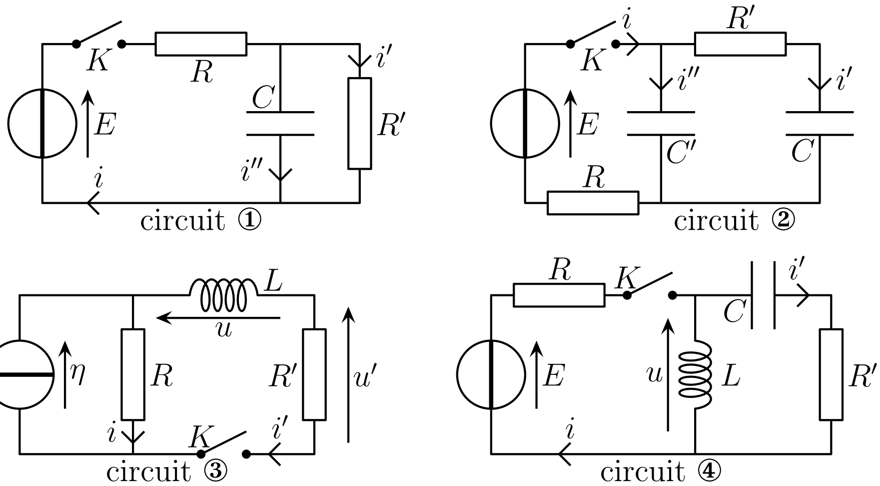


Déterminer la résistance équivalente de AB.

Instant initial

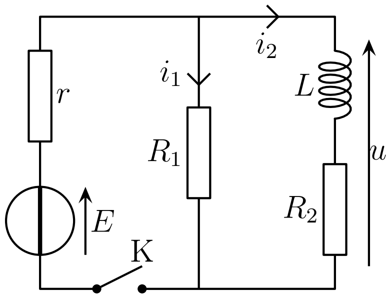
Dans les quatre circuits ci-dessous, juste avant la fermeture des interrupteurs K, tous les courants traversant les bobines sont nuls et tous les condensateurs sont déchargés.

Déterminer les expressions de $i(0)$, $i'(0)$, $i''(0)$, $u(0)$, $u'(0)$ (suivant les cas) juste après la fermeture de l'interrupteur.



Circuit avec bobine

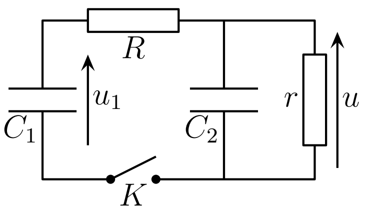
On considère le circuit ci-dessous.



1. À $t = 0$, on ferme K.
   (a) Déterminer $i_2(t)$ dans L_2.
   (b) Déterminer $i_1(t)$ dans R_1.
2. Le régime permanent étant établi, on ouvre K ; déterminer l'intensité du courant qui circule, puis la tension $u(t)$.

Évolution du second ordre

On réalise le circuit suivant, le condensateur C_1 ayant été chargé sous une d.d.p. $u_{C1} = V_0$ et le condensateur C_2 étant déchargé.



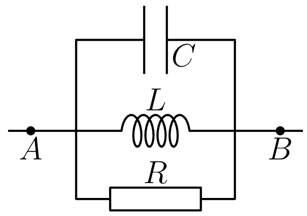
À $t = 0$, on ferme K.

1. Déterminer $u(t)$ et tracer sa courbe représentative.
2. Déterminer la valeur maximale de $u(t)$ et l'instant t_0 où elle est atteinte.

Données : $C_1 = 100\ \mu\text{F}$, $C_2 = 20\ \mu\text{F}$, $R = 10\ \text{k}\Omega$, $r = 1{,}0\ \text{M}\Omega$, $V_0 = 100\ \text{V}$.

Circuit bouchon

On considère le dipôle AB ci-dessous.



1. Déterminer l'impédance $\underline{Z_{AB}}$ de ce dipôle et la mettre sous la forme $\underline{Z_{AB}} = \dfrac{Z_0}{1 + \mathrm{j}\, Q \left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega} \right)}$

   avec Z_0, ω_0 et Q à déterminer.

2. (a) Montrer que le module Z_{AB} de cette impédance passe par un maximum pour une pulsation ω_{a} à déterminer.
   (b) Comment se comporte alors le dipôle à cette pulsation ?

Facteur de puissance d'une installation inductive

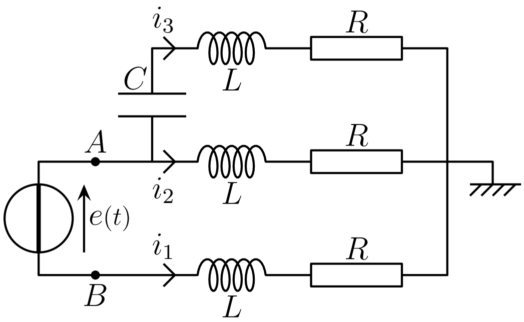
L'installation électrique d'un abonné EDF peut se représenter par l'impédance complexe $\underline{Z} = R + \mathrm{j}X$ avec R et X positifs. Pour diminuer ses pertes dans les fils d'arrivée du courant, l'EDF demande à cet abonné de placer un condensateur en parallèle avec son installation de sorte que le $\cos\varphi$ de la nouvelle installation soit égal à 1.

1. Justifier l'exigence de l'EDF.
2. Déterminer l'expression de la capacité du condensateur en fonction de R, X et de la pulsation ω.
3. Avant la mise en place du condensateur, les caractéristiques de l'installation sont les suivantes :
   - ➜ puissance consommée : $P = 1{,}0$ kW ;
   - ➜ d.d.p. efficace $U = 220$ V ;
   - ➜ $\cos\varphi = 0{,}60$;
   - ➜ fréquence $f = 50$ Hz.

   Calculer la capacité C à placer et le gain relatif réalisé par EDF sur les pertes dans les fils d'arrivée.

Système triphasé équilibré

Avec trois bobines identiques (inductance L, résistance R) et un condensateur de capacité C, on réalise le circuit ci-contre. Ce circuit est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $e(t)$, de pulsation ω.



Données : $L = 0{,}50$ H ; $\omega = 3{,}1.10^2$ rad.s^{-1}.

1. À quelles conditions les courants dans les trois bobines forment-ils un système triphasé équilibré (courants de même amplitude I_{m}, déphasés deux à deux de $\pm\dfrac{2\pi}{3}$) ?
2. Calculer numériquement R et C pour qu'il en soit ainsi.
3. Dans ces conditions, avec un générateur délivrant une tension de valeur efficace 220 V, calculer l'intensité du courant dans les bobines, le déphasage courant-tension dans le générateur, ainsi que la puissance absorbée dans les trois bobines.

Facteur de puissance d'un atelier

Un atelier branché sur un réseau délivrant 227 V efficace à $f = 50{,}0$ Hz comporte :

- ➜ un moteur de 3,68 kW, $\cos\varphi = 0{,}740$;
- ➜ un moteur de 7,36 kW, $\cos\varphi = 0{,}760$;
- ➜ 20 lampes de 50,0 W.

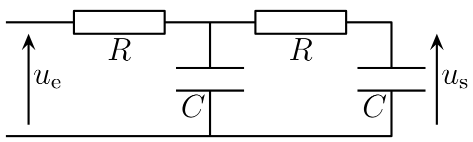
1. Déterminer numériquement l'intensité efficace I_{eff} du courant entrant dans l'installation ainsi que le facteur de puissance $\cos\varphi_{\text{at}}$ de l'atelier.
2. On désire maintenant relever jusqu'à $\cos\varphi' = 0{,}900$ le facteur de puissance de l'installation. Calculer la valeur de la capacité à mettre en parallèle.

Amélioration du facteur de puissance

1. Une installation inductive alimentée par le courant de fréquence $f = 50$ Hz consomme $P = 60$ kW sous une tension efficace de $U_{\text{eff}} = 5{,}0$ kV avec une intensité efficace de $I_{\text{eff}} = 20$ A.
   (a) Quel est le facteur de puissance ?
   (b) On place un condensateur en dérivation aux bornes de l'installation pour que le courant fourni soit en phase avec la tension.
   Quelle doit être la capacité du condensateur ?
   (c) Quelle est alors l'intensité efficace du courant d'alimentation ?
   (d) Que deviennent les pertes dans la ligne d'alimentation ?
2. Dans un fonctionnement différent, l'installation précédente consomme $P' = 50$ kW avec une intensité efficace de $I'_{\text{eff}} = 25$ A toujours sous 5,0 kV.
   Si le même condensateur que précédemment reste en parallèle de l'installation, que deviennent, pour l'ensemble, le facteur de puissance et l'intensité d'alimentation ?

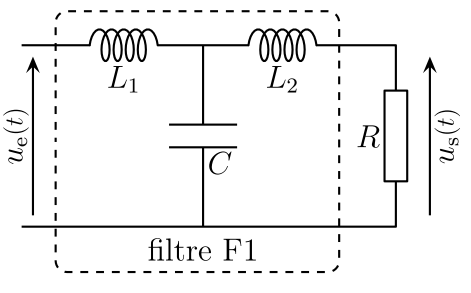
Circuits RC en cascade

Déterminer la fonction de transfert $\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_{\text{s}}}}{\underline{U_{\text{e}}}}$ et tracer les diagrammes de Bode.

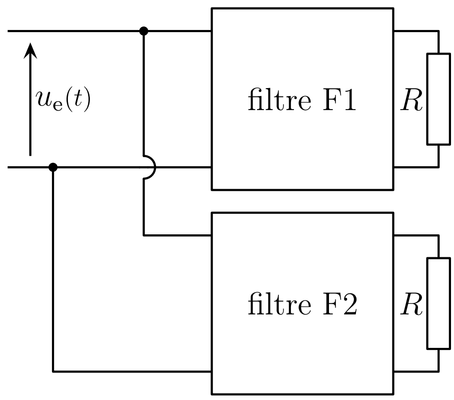


Filtres parallèles

On étudie le circuit suivant.



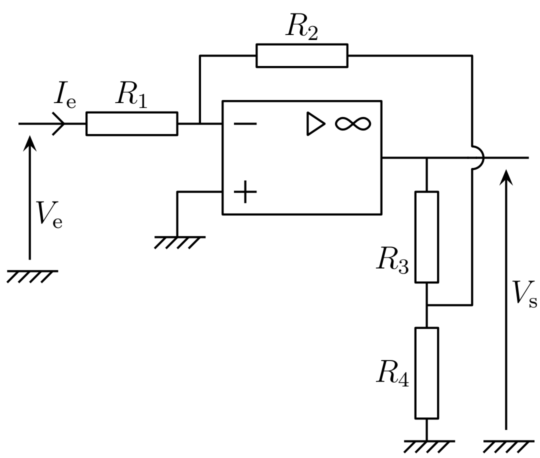
1. On note $\underline{H_1}(j\,\omega)$ la fonction de transfert en tension : $\underline{H_1}(j\,\omega) = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$.
   (a) Quelles relations doivent vérifier L_1, L_2, C et R pour que :
   $$\left|\underline{H_1}(j\,\omega)\right|^2 = \frac{1}{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^6}$$
   Exprimer ω_0 en fonction des paramètres du circuit.
   (b) Combien de ces paramètres peut-on choisir indépendamment ?
   (c) Proposer des valeurs raisonnables pour les composants du circuit.
   (d) Tracer le diagramme de bode en module.
2. Proposer un filtre F2 passe-haut de structure analogue à F1, non dissipatif.
   Exprimer sa fonction de transfert $\underline{H_2}(j\,\omega)$ et ses différents paramètres avec le moins de calculs possible.
3. On associe F1 et F2 en parallèle.



On veut que la puissance consommée par cette association soit indépendante de la fréquence du signal d'entrée. En déduire les relations entre les paramètres de F1 et de F2.
Déterminer l'impédance d'entrée du montage en parallèle.

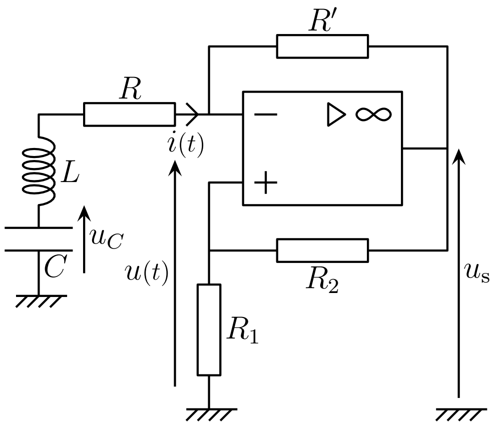
Amplificateur inverseur modifié

On considère le circuit ci-dessous.



1. Déterminer l'expression du rapport $\dfrac{V_s}{V_e}$.
2. Déterminer la résistance d'entrée définie par $R_e = \dfrac{V_e}{I_e}$.
3. Comparer ces résultats avec un inverseur classique.
4. Faire l'application numérique avec $R_1 = R_2 = 10$ kΩ, $R_3 = 1{,}0.10^5$ Ω, $R_4 = 1{,}0$ kΩ.

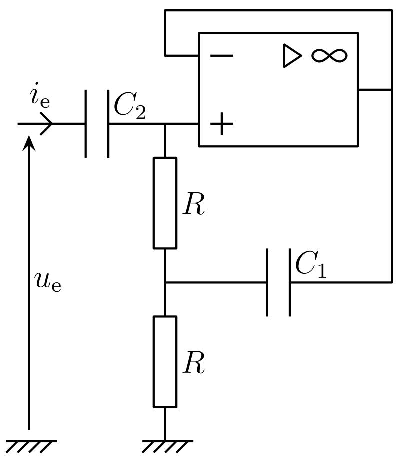
Oscillateur à résistance négative



1. (a) En admettant le fonctionnement linéaire de l'AO idéal, écrire la relation entre $u(t)$, $i(t)$, R_1, R_2, R'.
   (b) Montrer que le dipôle constitué par l'AO et les 3 résistances précédentes se comporte comme une résistance négative r à préciser.
2. (a) Écrire l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.
   (b) Montrer que le système se met spontanément à osciller si r est convenablement choisi.

Circuit RLC simulé

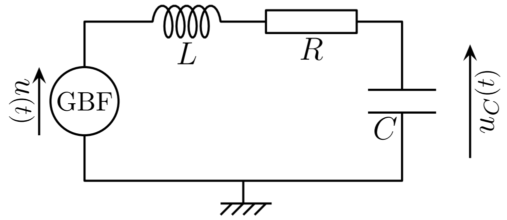
L'AO est considéré comme idéal et en régime linéaire.



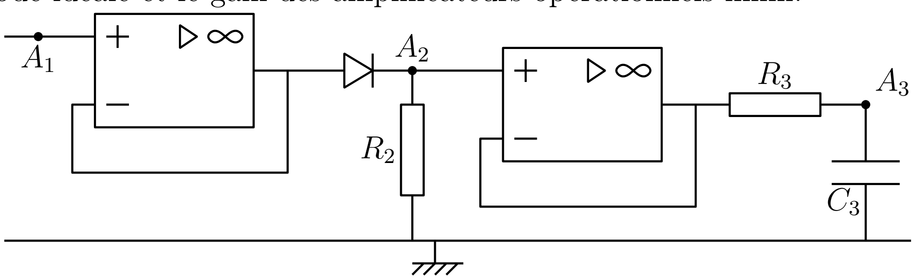
1. (a) Calculer l'impédance d'entrée $\underline{Z}_\text{e} = \dfrac{\underline{U}_\text{e}}{\underline{I}_\text{e}}$ du montage.
   (b) En déduire que ce circuit est équivalent à un circuit R, L, C série dont on déterminera les grandeurs R_e, L_e, C_e équivalentes en fonction des éléments du montage.
2. (a) Quelle est la pulsation propre ω_0 du montage ?
   (b) Calculer son facteur de qualité Q en fonction de C_1 et C_2 avec $C_1 = 1{,}0$ μF et $C_2 = 1{,}0$ pF.

Résonance d'un circuit RLC

On considère un circuit RLC série alimenté par une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega\, t)$.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.
   Écrire cette équation en introduisant comme seuls paramètres la pulsation propre du circuit et le facteur de qualité $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$.
2. On cherche en régime forcé une solution de la forme $u_C(t) = U_C\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$.
   Déterminer $\dfrac{U_C}{U}$ et φ en fonction de $\dfrac{\omega}{\omega_0}$ et Q.
   Tracer l'allure des courbes correspondantes pour $Q = 10$. Rappeler la signification concrète de Q.
3. On mesure séparément $L = 100$ mH, $C = 100$ nF et $R = 100$ Ω avec une incertitude relative à chaque fois de 5 %. La mesure du facteur de qualité du circuit RLC série donne par ailleur $Q = 7{,}0 \pm 0{,}5$.
   (a) Comment mesure-t-on une inductance ? une capacité ? une résistance ? un facteur de qualité ?
   (b) Montrer que ces mesures semblent incompatibles.
   Proposer une explication mettant en jeu la modélisation du GBF.
   (c) Pour vérifier qualitativement l'évolution de φ en fonction de ω, on utilise l'oscilloscope en mode X-Y.
   Qu'observe-t-on pour $\dfrac{\omega}{\omega_0} \ll 1$, $\dfrac{\omega}{\omega_0} \simeq 1$, $\dfrac{\omega}{\omega_0} \gg 1$?
4. On désire relever la courbe de résonance en utilisant le mode de wobulation du GBF : les signaux sinusoïdaux sont modulés en fréquence par une tension triangulaire, leur pulsation oscillant entre $\omega_\text{min} = 3{,}0.10^3$ rad.s^{-1} et $\omega_\text{max} = 3{,}0.10^4$ rad.s^{-1} avec une période $\tau = 1{,}0$ s. On suppose la diode idéale et le gain des amplificateurs opérationnels infini.



(a) Quel sont les rôles des deux amplificateurs opérationnels ?

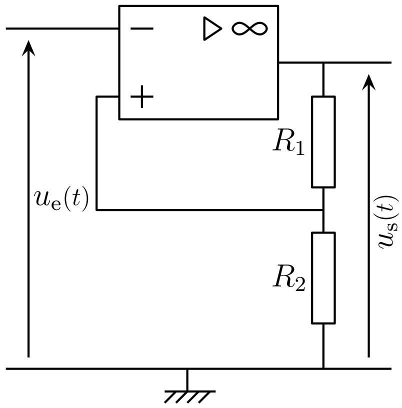
(b) Tracer grossièrement l'allure des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ aux points A_1 et A_2 pendant la montée du signal triangulaire.

(c) La valeur $R_3 = 10$ kΩ étant fixée, comment faut-il choisir C_3 pour que la tension $u_3(t)$ en A_3 fournisse la courbe de résonance du circuit RLC ?
Quelle serait l'allure de $u_3(t)$ si on prenait C_3 trop grande ? trop petite ?

Générateur de signaux triangulaires

Les deux parties du problème sont assez largement indépendantes. Il est néanmoins préférable d'avoir résolu les questions 1a et 1b avant d'aborder la deuxième partie.

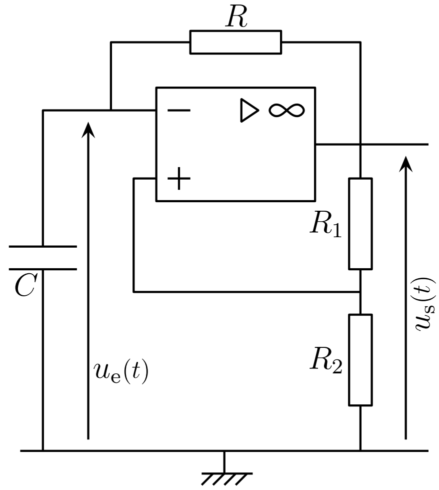
1. On considère le montage de la figure ci-dessous représentant un amplificateur opérationnel idéal associé à deux résistances. On appelle U_{sat} et $-U_{\text{sat}}$ les deux tension de saturation positive et négative en sortie de l'amplificateur. On notera $k \overset{\text{not}}{=} \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$.



(a) Étudier le fonctionnement de ce montage et en définir la caractéristique de transfert donnant la tension de sortie en fonction de la tension d'entrée : $u_s = f(u_e)$. On aura soin de préciser sur cette caractéristique les points particuliers en fonction de k et de $\pm U_{\text{sat}}$.

(b) Quelle est la fonction réalisée par ce montage ?

(c) On ajoute au montage précédent un condensateur de capacité C et une résistance R pour obtenir le montage ci-dessous.



(d) Trouver l'équation différentielle vérifiée par $u_s(t)$ en prenant comme modèle d'AO un AO d'ordre 1 et montrer que le montage est instable.

(e) Compte-tenu du fait que l'AO fonctionne en régime non linéaire, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_{\rm e}(t)$ en fonction de la tension $u_{\rm s}$ et de la constante de temps $\tau = RC$.

(f) En supposant que la valeur initiale de la tension $u_{\rm e}(t)$ est nulle et que la tension de sortie $u_{\rm s}(t)$ est égale à $U_{\rm sat}$, résoudre l'équation précédente en donnant l'expression de la tension $u_{\rm e}(t)$.

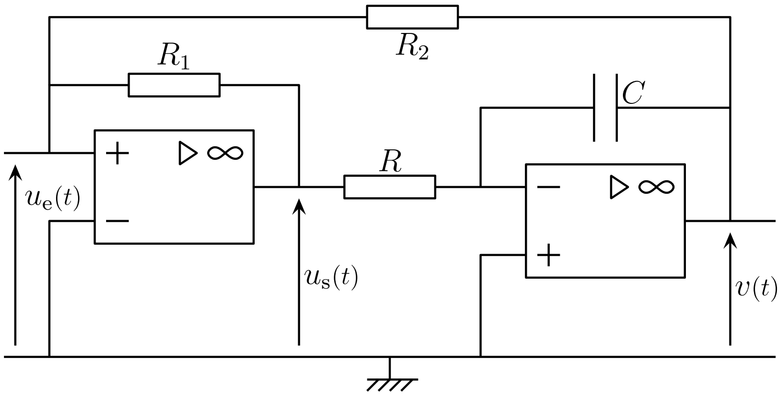
Jusqu'à quel instant dure ce régime ?

(g) On admet que les commutations en sortie de l'amplificateur opérationnel sont instantanées.

Dessiner sur un même graphique l'allure des signaux $u_{\rm s}(t)$ et $u_{\rm e}(t)$.

(h) Calculer alors la fréquence f du signal observé en sortie de l'amplificateur opérationnel.

2. On considère maintenant le montage ci-dessous construit autour de deux amplificateurs opérationnels idéaux de même tension de saturation $U_{\rm sat}$.



(a) Quelle est la fonction réalisée par le second amplificateur opérationnel associé aux éléments R et C ?

(b) On suppose ce fonctionnement parfait.

Donner l'équation différentielle reliant les tensions $u_{\rm s}(t)$ et $v(t)$ en fonction de la constante $\tau = RC$.

(c) Déterminer l'équation reliant la tension $u_{\rm e}(t)$ aux tensions $u_{\rm s}(t)$ et $v(t)$ en fonction uniquement de R_1 et R_2.

(d) Pour quelles valeurs V_0 et $-V_0$ de $v(t)$ le premier amplificateur voit-il sa tension basculer de $-U_{\rm sat}$ à $+U_{\rm sat}$ ou de $+U_{\rm sat}$ à $-U_{\rm sat}$?

(e) Compte tenu de la réponse précédente, quelle condition doivent respecter les résistance R_1 et R_2 pour que le montage puisse fonctionner ?

(f) On choisit un instant initial tel que $v = V_0$ et $u_{\rm s} = U_{\rm sat}$ et l'on suppose toujours les commutations de l'amplificateur opérationnel instantannées.

Tracer sur un même graphique la forme temporelle des tensions $v(t)$ et $u_{\rm s}(t)$.

(g) Calculer la fréquence f' de ces tensions.

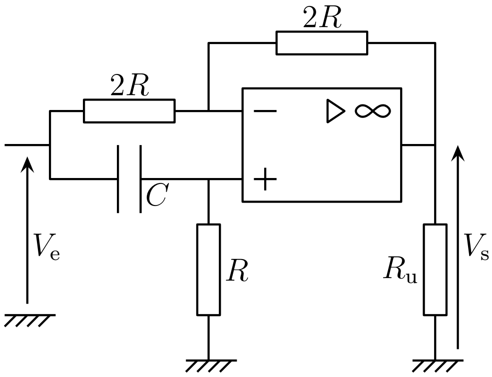
(h) Quelles améliorations a-t-on apportées par rapport au premier montage ?

(i) **A.N. :** on choisit un condensateur de capacité $C = 10$ nF, la tension de saturation valant $U_{\rm sat} = 12$ V.

Donner des valeurs numériques raisonnables aux trois résistances R_1, R_2 et R pour que le montage puisse délivrer en $v(t)$ une tension d'amplitude 6,0 V avec une fréquence réglable entre 100 Hz et 10 kHz.

Déphaseur

Soit le circuit ci-dessous comprenant un AO idéal en fonctionnement linéaire.

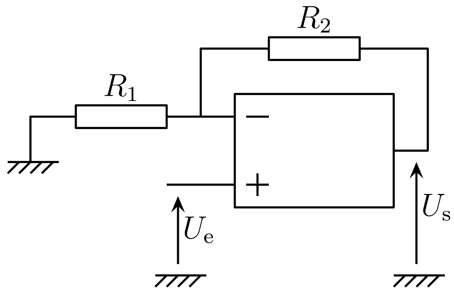


1. Exprimer la fonction de transfert $\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$.
2. En déduire $|\underline{T}(\mathrm{j}\,\omega)|$ et $\varphi(\omega)$.
3. Justifier le nom du montage.

Amplificateur non inverseur avec un AO réel

On considère le montage non inverseur ci-dessous où le gain de l'AO est non infini et prend la valeur complexe : $\underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\mu_0}{1 + \mathrm{j}\,\dfrac{\omega}{\omega_0}}$.

On rappelle que le gain est tel que, avec les notations usuelles, $\underline{V_s} = \underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega)\,\underline{\varepsilon}$.

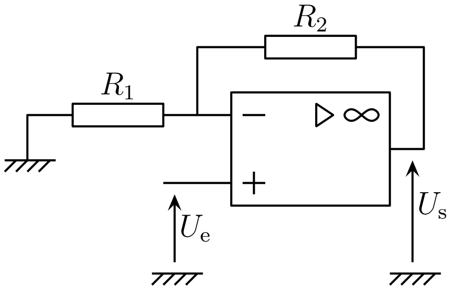


Déterminer la fonction de transfert $\dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$ de ce montage et tracer le diagramme de Bode du gain en décibel pour plusieurs valeurs de $\beta \overset{\text{not}}{=} \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$.

Stabilité d'un montage amplificateur

On considère le montage ci-dessous où le seul défaut de l'AO à prendre en compte est la variation de $\underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega)$ avec la fréquence : $\underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\mu_0}{1 + \mathrm{j}\,\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec $\mu_0 = 1{,}0.10^5$ et $f_0 = 10$ Hz. On rappelle que pour un AO en régime linéaire, on a $\underline{U_s} = \underline{\mu}(\mathrm{j}\,\omega) \times (\underline{V_+} - \underline{V_-})$. On posera $A_0 = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$.

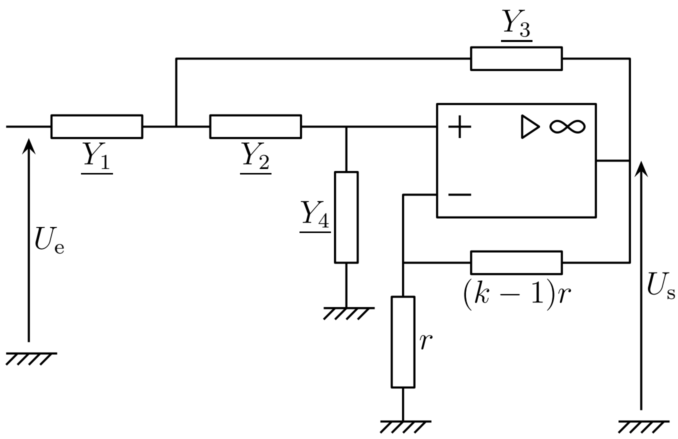
Données : $R_1 = 10$ kΩ, $R_2 = 90$ kΩ.



1. Déterminer à partir de la fonction de transfert $\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$ l'équation différentielle reliant $u_s(t)$ à $u_e(t)$.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H_E}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{E}}{\underline{U_e}}$, $\underline{E}$ étant l'amplitude complexe associée à $\varepsilon(t) = v_+ - v_-$.
   En déduire l'équation différentielle liant $\varepsilon(t)$ à $u_e(t)$.
3. On applique un échelon de tension de faible amplitude E constante à l'entrée $u_e(t)$ du montage, initialement au repos, à un instant choisi comme origine des temps.
   Déterminer les expressions de $\varepsilon(t)$ et de $u_s(t)$ et tracer les courbes correspondantes. On supposera $\varepsilon(0) = 0$ et $u_s(0) = 0$.
4. Que pensez-vous de la cohérence des conditions initiales ?
5. On permute les bornes $+$ et $-$ et on suppose que l'AO fonctionne toujours en régime linéaire.
   Déterminer les nouvelles expressions des fonctions de transfert et des équations différentielles liant d'une part $u_s(t)$ à $u_e(t)$ et d'autre part $\varepsilon(t)$ à $u_e(t)$.
   Montrer que le montage ainsi réalisé est instable.

Structure de Sallen et Key

On considère le filtre ci-dessous où les dipôles sont caractérisés par leurs admitances $\underline{Y_i} = \dfrac{1}{\underline{Z_i}}$. On suppose l'AO idéal, en régime linéaire et on étudie la fonction de transfert $\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$.



1. Montrer que la fonction de transfert s'écrit :

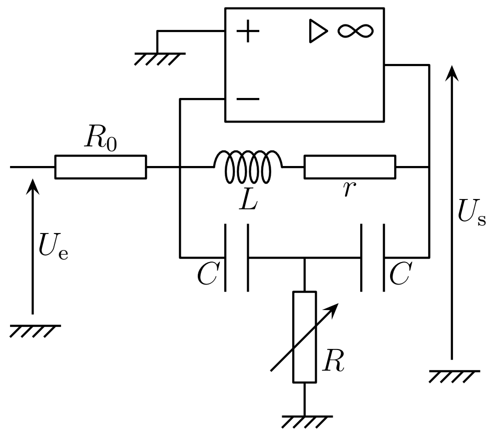
$$\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \frac{k\underline{Y_1}\,\underline{Y_2}}{\underline{Y_1}\,\underline{Y_2} + (1-k)\,\underline{Y_2}\,\underline{Y_3} + \underline{Y_4}(\underline{Y_1} + \underline{Y_2} + \underline{Y_3})}$$

2. On choisit $\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = R$; $\underline{Z_3} = \underline{Z_4} = \dfrac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}$ et $k = 1{,}56$.
   (a) Déterminer le type de filtre et les valeurs numériques des pulsations caractéristiques (centrale, de coupure).
   (b) Sur quelle plage de valeur de k le filtre est-il stable ?
3. Mêmes questions lorsque $\underline{Z_1} = \underline{Z_2} = \dfrac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}$; $\underline{Z_3} = \underline{Z_4} = R$ et $k = 1{,}56$.
4. Mêmes questions lorsque $\underline{Z_1} = \underline{Z_3} = R$; $\underline{Z_2} = \dfrac{1}{\mathrm{j}\,C\,\omega}$; $\underline{Z_4} = (C /\!/ R)$ et $k = 2$.

Données : $R = 1{,}0$ kΩ ; $C = 1{,}6.10^{-7}$ F ; $r = 10$ kΩ.

Filtre très sélectif

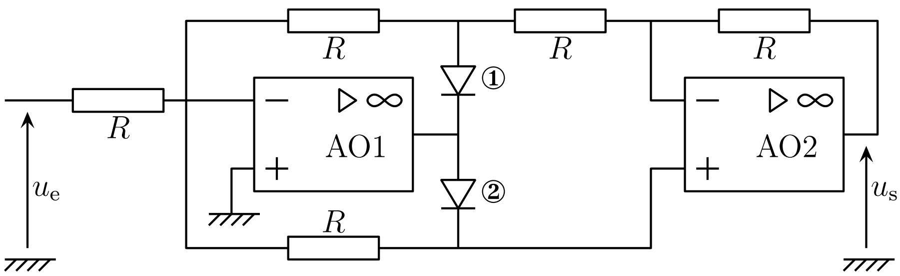
On considère le filtre ci-dessous et la fonction de transfert $\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{\underline{U_\mathrm{s}}}{\underline{U_\mathrm{e}}}$. On suppose l'AO idéal en régime linéaire.



1. Déterminer l'expression de la fonction de transfert et le type de filtre.
2. Déterminer la condition que doit vérifier R pour assurer une résonance du filtre et déterminer alors la pulsation de cette résonance.

Redressement double alternance sans seuil

On considère le montage ci-dessous dans lequel les deux AO sont idéaux et les deux diodes idéales à même tension de seuil V_s. La tension d'entrée est telle que -10 V $< u_\mathrm{e}(t) <$ 10 V.

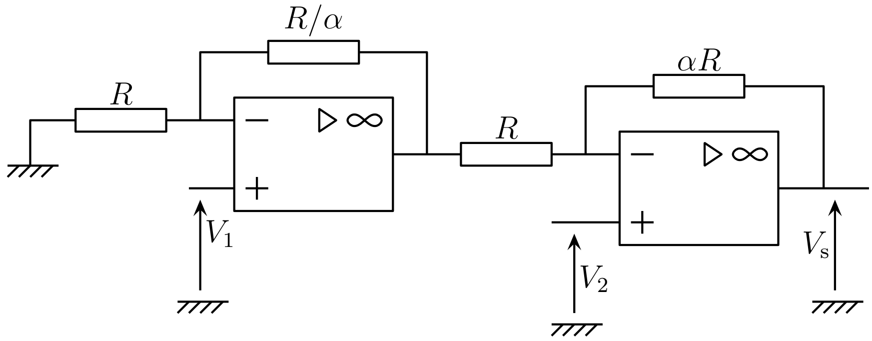


1. Montrer que les deux diodes ne peuvent pas être dans le même état (bloqué ou passant).

2. On suppose la diode ① passante et la diode ② bloquée.
   (a) Quelle condition cela implique-t-il pour $u_e(t)$?
   (b) Que vaut alors $u_s(t)$?
3. Mêmes questions si on suppose ① bloquée et ② passante.
4. Conclure sur l'utilité du montage.

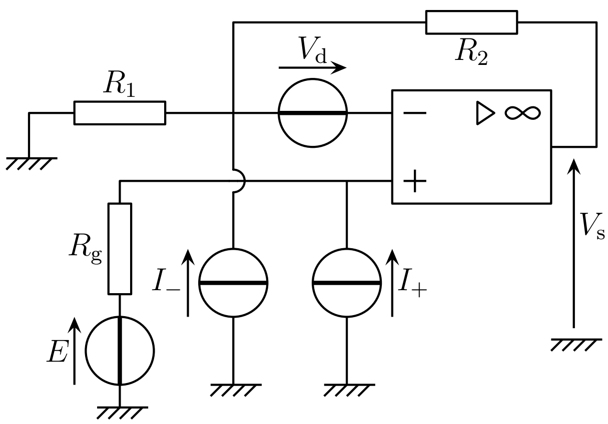
Amplificateur différentiel

Montrer que le montage ci-dessous constitue un amplificateur différentiel, c'est-à-dire que l'on a $V_s = A(V_2 - V_1)$ avec A à déterminer.



Amplificateur non inverseur avec AO non idéal

Sur le schéma ci-dessous, on a modélisé une partie des défauts de l'AO par deux sources de courants pour les courants d'entrée des bornes + et − et par un générateur de tension pour la tension de décalage entre ces mêmes bornes.



1. Déterminer V_s.
2. Déterminer l'erreur relative commise par rapport à un AO idéal.

Données : $R_g = 50\ \Omega$; $I_+ = I_- = 40$ nA ; $V_d = 40$ mV ; $R_1 = 10$ kΩ ; $R_2 = 1{,}0.10^5\ \Omega$; $E = 5{,}0$ dV.