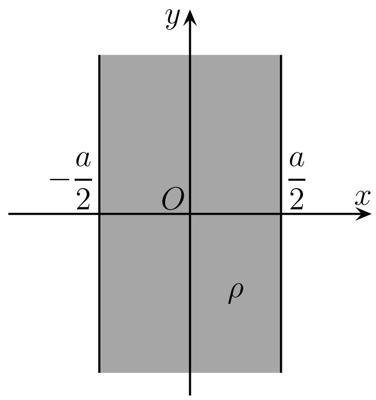
Cylindre infini

Un cylindre infini de rayon R contient la charge volumique uniforme ρ. Calculer le champ électrostatique et le potentiel en tout point de l'espace.

Traverser une plaque

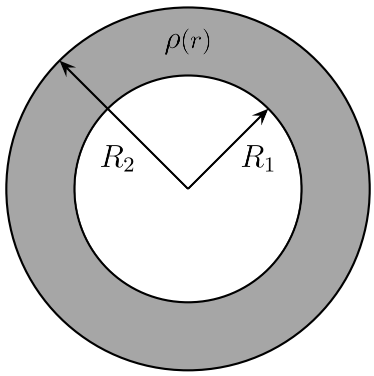
Une plaque d'épaisseur a, infinimement longue en y et en z est uniformément chargée en volume avec une densité volumique ρ de charges.



1. Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ en un point M quelconque de l'espace.
2. En déduire le potentiel V en un point M quelconque de l'espace. On posera $V(O) = 0$.
3. Déterminer l'énergie cinétique iniale à fournir à une charge q placée en $x = -\dfrac{a}{2}$ pour qu'elle traverse la plaque.

Boule creuse

On considère une répartition sphérique de charges. Les zones $r < R_1$ et $r > R_2$ sont dépourvues de charges ; ailleurs la densité de charges est $\rho(r)$. La charge totale de la boule est Q.



1. Déterminer le champ $\vec{E}$ pour $r < R_1$.
2. Donner la topologie de $\vec{E}$ (direction, dépendance) pour $R_1 \leqslant r \leqslant R_2$.
3. Sachant que $E(r) = A + k\,r$, déterminer A et k en fonction de Q, R_1, R_2.
4. Déterminer $\rho(r)$ pour tout r puis $V(r)$ en supposant le potentiel V nul à l'infini.

5. Tracer les courbes $E(r)$ et $V(r)$.
6. Quelle est l'énergie électrique contenue dans la boule ?

Condensateur déformable

Un condensateur plan est composé de deux armatures A fixe et B mobile de section S. B est maintenu par un ressort de raideur k et de longueur naturelle ℓ_0. Lorsque le condensateur n'est pas chargé, les deux armatures sont séparées d'une distance e et le ressort a sa longueur naturelle. On applique une tension V continue au condensateur.

1. Justifier que les armatures se rapprochent l'une de l'autre.
2. En supposant le condensateur idéal, déterminer en fonction des grandeurs caractéristiques du problème : la charge surfacique sur chaucune des armature, le champ à l'intérieur du condensateur, la force subie par chaque armature.
3. Étudier alors les positions d'équilibre : position et stabilité.
4. Quelle énergie minimale a-t-il fallu fournir pour atteindre cet équilibre ?

Répartition de charges

On considère une sphère de centre O, de rayon R, conducteur parfait maintenu au potentiel nul. On en approche à la distance d une charge ponctuelle q.

Donner la répartition de charges à la surface de la sphère.

Champ proche de l'axe

On considère une spire circulaire de rayon R et de charge linéique uniforme λ.

1. Déterminer le champ $\vec{E}$ créé en tout point sur l'axe.
2. Montrer que le champ ne dépend que de r et de z et n'a pas de composantes sur $\vec{u}_\varphi$ pour un point proche de l'axe.
3. (a) Calculer le flux de $\vec{E}$ à travers un petit cylindre d'axe Oz, de rayon r très petit et dont les bases sont en z et $z + \mathrm{d}z$.
   (b) En déduire la composante sur $\vec{u}_r$ de $\vec{E}(r,z)$.
4. (a) Calculer la circulation de $\vec{E}$ sur un petit rectangle de hauteur $\mathrm{d}z$ et de largeur r dont un des côtés est sur l'axe.
   (b) En déduire la composante sur $\vec{u}_z$ de $\vec{E}(r,z)$.

Charge dans un champ créé par une sphère

Le centre d'une sphère uniformément chargée en volume de charge $-Q$ ($Q>0$) est placée en O. Il règne, de plus, partout le champ uniforme $\vec{E}_0 = E_0\,\vec{u}_x$

. Déterminer le champ $\vec{E}$ en tout point de l'axe (Ox).

Une particule de charge $q>0$ est libre de se déplacer sur l'axe (Ox).

. Montrer qu'il existe deux positions d'équilibre stable à condition que E_0 vérifie une condition que l'on précisera.

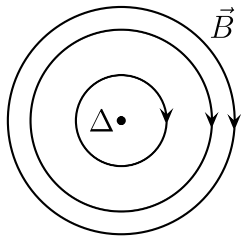
La particule étant sur une position d'équilibre stable, on l'écarte de a.

. Quelle valeur a_m ne faut-il pas dépasser pour qu'il y ait oscillations ?

. Quelle est la pulsation des oscillations ?

Champ magnétique

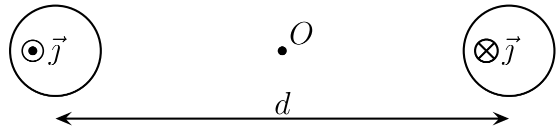
Des lignes de champ magnétique circulaires sont centrées sur un axe Δ. Le module de $\vec{B}$ est inversement proportionnel à la distance à Δ.



Quel type de courant crée ce champ ?

Potentiel vecteur

Sachant que $\vec{\jmath}$ est constant sur une section, calculer le potentiel vecteur en O.



Cylindre tournant

Un cylindre infini de rayon R, uniformément chargé en volume (densité vomuique de charge ρ), tourne autour de son axe à vitesse angulaire constante ω.

1. Proposer différentes méthodes pour calculer le champ magnétique $\vec{B}$ créé en tout point de l'espace.
2. En choisir une et effectuer le calcul.
3. $\vec{B}$ est-il continu à la surface du cylindre ? Justifier.
4. Étudier le cas où $\omega \neq \mathrm{C^{te}}$.

Spire circulaire

On cherche à calculer le champ magnétique créé par une spire de rayon a parcourue par un courant i en un point de son axe.

1. Déterminer les invariances et les symétries.
2. Calculer $\mathrm{d}\vec{B}$ puis $\vec{B}$.
3. Calculer la circulation de B sur l'axe de $-\infty$ à $+\infty$ et commenter le résultat.

Disque tournant

Déterminer le champ électromagnétique créé par un disque de rayon R, de charge surfacique uniforme σ, en tout point de son axe lorsqu'il tourne autour de celui-ci à la vitesse ω.

Caoutchouc et condensateur

On met en série un condensateur plan rempli de caoutchouc, un ampèremètre et un générateur de tension constante.

Quel est l'état d'équilibre ? Quelle est la réponde à une petite perturbation ? Qu'observe-t-on à l'ampèremètre ?

On veillera à bien analyser les comportements mécanique et électrique du caoutchouc.

Mouvement d'une charge

On place une charge q à chaque sommet d'un carré de côté $a\sqrt{2}$ et une charge q' de même signe que q au centre du carré.

Sachant que q' reste au voisinage du centre du carré et dans le plan du carré, déterminer le mouvement de q'.

Force de Laplace sur un cadre

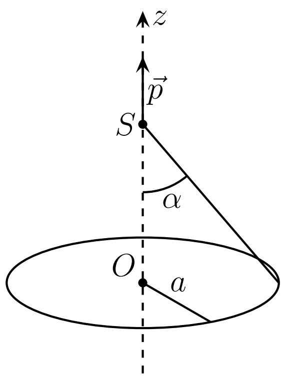
Un cadre $MNPQ$ carré de côté $2\,a$ centré en O tel que MN et PQ soient parallèles à $\vec{u}_x$ et NP et MQ à $\vec{u}_z$, est parcouru par un courant I_1. On place dans le plan de $MNPQ$ un fil parallèle à MN

à une distance $x > a$ parcouru par un courant d'intensité I_2.

1. Déterminer le champ $\vec{B}_2$ créé par le fil dans le plan du cadre.
2. Déterminer la résultante des forces de LAPLACE s'appliquant au cadre.
3. Quel est le mouvement du cadre ?

DIPÔLE SUR L'AXE D'UNE SPIRE

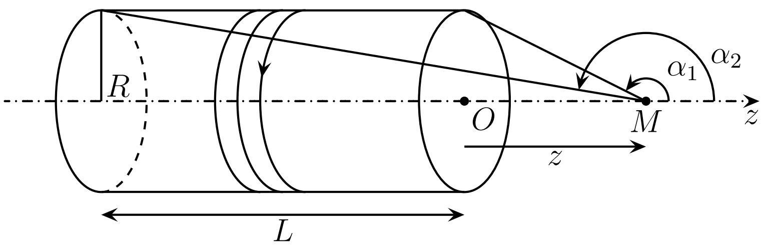
On considère une spire circulaire de charge linéique uniforme λ de rayon a. Un dipôle électrique $\vec{p} = p\,\vec{u}_z$ est astreint à se déplacer sur l'axe $\vec{u}_z$ de la spire.



1. Déterminer (dans l'ordre de votre choix) le potentiel $V(M)$ et le champ électrique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'axe.
2. Décrire le modèle usuel du dipôle électrique.
3. Quelle est l'origine physique de la force $\vec{f}$ que le dipôle subit ?
4. Déterminer $\vec{f}$.

CHAMP SUR UN AXE

Le schéma ci-dessous représente un solénoïde de longueur L, de rayon R, comportant n spires par unité de longueur.



1. Déterminer le champ magnétique au piont M de l'axe Oz.
2. On suppose $R \ll z \ll L$.
   Montrer que $\vec{B} = \dfrac{\mu_0\,q_M}{4\,\pi\,z^2}\,\vec{u}_z$ où q_M est une constante que l'on explicitera.

On considère une distribution semi-infinie de dipôles électriques, de moment dipolaire $\vec{p}$, disposé selon l'axe Oz, $z < 0$. Les charges $+q$ et $-q$ sont séparées par une distance d.

3. Donner le champ électrique en un point de l'axe (Oz) pour $z > 0$.

   Comparer q et le moment électrique par unité de longueur.

4. Analogie entre les deux problèmes ?

   Quel sens donner à q_M ?

Actions sur un dipôle

On dispose d'un anneau de rayon a, de charge totale q et d'axe Oz.

1. Déterminer le champ $\vec{E}(z)$ et le potentiel $V_0(z)$ sur l'axe.
2. Représenter $E_0(z)$ et détailler différents points particuliers.
3. On place un dipôle de moment $\vec{p}$ sur l'axe Oz faisant un angle α avec celui-ci.
   (a) Quels sont les efforts qui vont s'exercer sur le dipôle ?

   On prend $\alpha = 0$ et le dipôle peut se déplacer sur l'axe sans frottement.

   (b) À partir de la courbe $E_0(z)$, déterminer les différentes positions d'équilibre et étudier leurs stabilités.

   (c) Retrouver ce résultat par calcul.
4. On se place à une distance r faible de l'axe.

   Déterminer $\vec{E}$ en ce point.

Répartition de charges

Une sphère conductrice, de rayon R, est placée dans un champ électrique uniforme $\vec{E}_0$.

1. Décrire la répartition de charges à l'équilibre électrostatique.
2. Montrer que l'on peut modéliser cette répartition par un dipôle électrostatique de moment $\vec{p}$ dont on donnera le sens et la direction.
3. Quelle est la limite de cette modélisation ?
4. Que se serait-il passé avec une sphère diélectrique ?

Dipôle sur l'axe d'une spire

Une spire circulaire de rayon R et d'axe (Oz) est parcourue par un courant I.

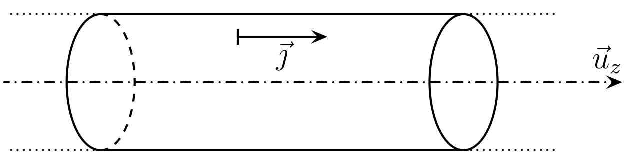
- Déterminer le champ créé en un point M_0 de cote z, situé sur l'axe (Oz). On note $\vec{B}_0(M_0)$ ce champ.

Le champ en un point M proche de M_0, de cote z, distant de $r \ll R$ de l'axe (Oz) s'écrit $\vec{B}(M) = B_0\,\vec{u}_z + B_r\,\vec{u}_r + B_\theta\,\vec{u}_\theta$.

- Montrer que $B_\theta = 0$
- En utilisant la propriété de conservation du flux de $\vec{B}$, montrer que $B_r(r,z) = -\dfrac{r}{2}\dfrac{dB_0}{dz}(z)$.
- Calculer la force $\vec{F}$ subie par une petite spire de rayon $r \ll R$, d'axe Oz, dont le centre est situé en z, et parcourue par i.
- Calculer Φ_0, le flux du champ créé par la grande spire à travers la petite.
- Relation entre $\vec{F}$ et Φ_0 ?

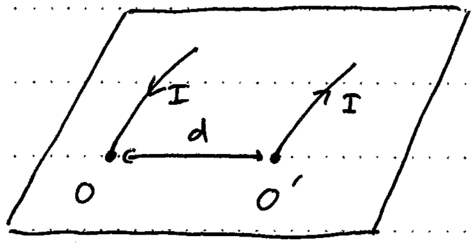
Fil parcouru par un courant

Un fil de grande longueur d'axe Oz, de rayon a est traversé par le vecteur de densité de courant $\vec{\jmath}$ uniforme. Le matériau est conducteur de conductivité γ et l'intensité totale est I.



1. Quelle condition est-il nécessaire de respecter pour avoir $\vec{\jmath}$ uniforme ?
2. Quel est le lien entre I et $\vec{\jmath}$?
3. Exprimer le champ électrique régnant dans le conducteur en fonction de a, I et γ.
4. Déterminer l'expression de la puissance totale perdue par effet Joule dans une portion ℓ du conducteur.
5. Déteminer le champ $\vec{B}$ dans tout l'espace.
6. Calculer le flux du vecteur de Pointing à travers un cylindre de même axe et de même rayon que le conducteur et de longueur ℓ.
7. Dans quelle mesure peut-on considérer le fil « de grande longueur » ?

Répartition de courant



Une plaque, pouvant être considérée comme infinie, est reliée à deux fils en O et O' distants de d. Un courant d'intensité I circule.

- Quelle est la répartition de courant ?
- Quel est le champ des températures ?

Faisceau électronique

Les électrons e^- d'un faisceau cylindrique d'axe (Ox) sont homocinétiques de vitesse $\vec{v}$ suivant $\vec{u}_x$ et d'intensité totale $-I<0$. On injecte des ions de charge $+e$ selon (Ox), de vitesse $\vec{v}'$ suivant $\vec{u}_x$ portant l'intensité $I'>0$.

- Calculer $\vec{E}$ et $\vec{B}$ en tout point de l'espace
- Calculer la force subie par un électron en $r=R$.
- À quelle(s) condition(s) le faisceau ne diverge pas ?
- Quelle est la forme naturelle du faisceau s'il n'y a que des électrons ?

Force exercée par un champ

Pour un conducteur semi-infini de conductivité σ, on a $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$ et $\vec{B} = B_0 \, e^{-z/\delta} \times e^{j(\omega t - z/\delta)} \, \vec{u}$. La surface est en (Oxy).

. Que dire de $\vec{B}$?

. Calculer $\vec{E}$ en complexes puis en réels.

. Calculer la force qui s'exerce sur un élément de section S et d'épaisseur dz, et déterminer sa moyenne temporelle.

. Calculer la force totale exercée.

. Que se passe-t-il pour un conducteur parfait ?

Champ créé par un fil

On considère, en coordonnées cylindriques $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ une répartition volumique de courant $\vec{J} = J_0 \, \vec{u}_z$ répartie dans un cylindre d'axe (Oz) et de rayon a.

. Déterminer $\vec{B}$ dans tout l'espace.

. Déterminer $\vec{A}$ dans tout l'espace.

Courant dans un ruban d'argent

Un ruban d'argent de largeur $l = 5{,}0$ mm et d'épaisseur $a = 2{,}0$ µm est parcouru par un courant d'intensité $I = 10$ A. On considère $l \gg a$.
Masse molaire de l'argent : $M = 107{,}87$ g.mol^{-1} et $\mu = 10{,}5.10^3$ kg.m^{-3}.

- Calculer la densité ρ de charges mobiles en considérant qu'il y a un électron libre par atome.
- Calculer (numériquement) $\vec{E}$ et $\vec{v}$ dans le ruban.
- Quelle est la puissance dissipée.
- Le ruban étant "infini", calculer $\vec{B}$ loin de celui ci.

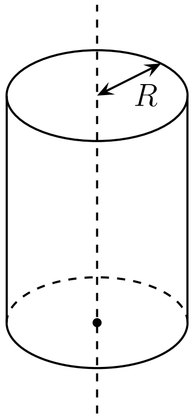
Énergie dans une boule chargée

On considère une boule de rayon R uniformément chargée en volume par la densité ρ.

- Déterminer le champ $\vec{E}$ dans tout l'espace.
- En déduire l'énergie volumique e dans tout l'espace puis l'énergie $\mathcal{E}$ totale.
- Ce modèle simple permet-il de rendre compte de la fission de l'uranium 235 en thorium 231 et une particule α ? (numéros atomiques respectifs : 92, 90 et 2)

Chauffage d'un cylindre

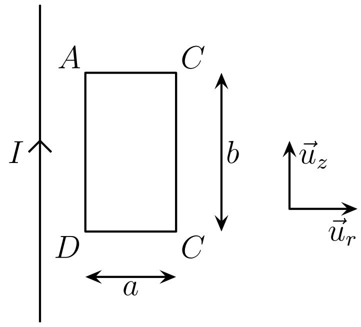
Un conducteur cylindrique d'axe $\vec{u}_z$, de rayon R, de hauteur $h \gg R$, de conductivité $\sigma \gg \omega\,\varepsilon_0$ est placé dans un champ $\vec{B} = B_0 \cos(\omega\,t)\,\vec{u}_z$. De la chaleur se dissipe du cylindre.



1. Quelle est l'origine de la chaleur dégagée ?
2. Déterminer sa puissance.

Cadre en mouvement dans un champ magnétique

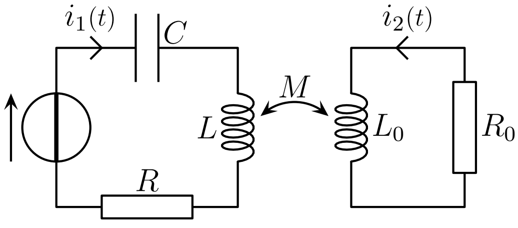
Un cadre rectangulaire rigide, de résistance R, se déplace à vitesse constante $\vec{v} = v\,\vec{u}_r$ dans le plan axial d'un fil infiniment long parcouru par un courant constant I.



1. Déterminer le champ magnétique créé par le fil infini dans tout l'espace.
2. Quelle est la puissance que doit fournir un opérateur pour maintenir la vitesse du cadre constante ?
3. À l'aide d'approximations de votre choix, déterminer dans quelle mesure le champ magnétique créé par le cadre est sans influence sur le résultat précédent.

Circuit en régime forcé

Pour le circuit ci-dessous, en régime permanent, on donne $e(t) = E\cos(\omega\,t)$ et on note M le coefficient d'inductance mutuelle.

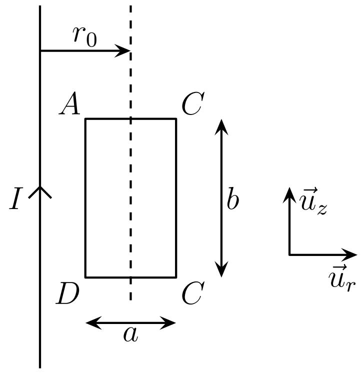


1. Déterminer les amplitudes complexes $\underline{I_1}$ et $\underline{I_2}$ des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

2. On suppose $R_0 \gg L_0\,\omega$.
   Montrer que le second circuit peut être remplacé par une résistance qui se trouvera dans le premier et préciser l'expression de cette résistance.

Cadre rectangulaire dans un champ magnétique

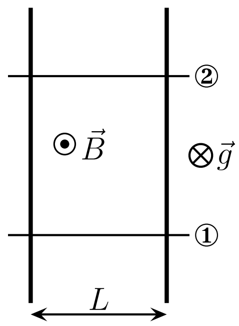
Un cadre rectangulaire rigide, de résistance R, est placé dans le plan axial d'un fil infiniment long parcouru par un courant constant I à une distance r_0.



1. Déterminer le champ magnétique créé par le fil infini dans tout l'espace.
2. Le courant est supposé variable.
   Déterminer la f.é.m. qui apparaît dans le cadre
3. À l'aide d'approximations de votre choix, déterminer dans quelle mesure le champ magnétique créé par le cadre est sans influence sur le résultat précédent.

Oscillation sur des rails de Laplace

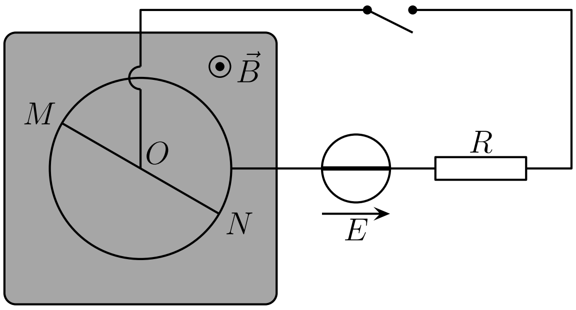
Deux barreaux ① et ② peuvent glisser sans frottement sur des rails espacés de L. Le champ magnétique $\vec{B}$ est uniforme et constant. L'ensemble des deux barreaux ont une résistance R. Les rails sont de résistance négligeable.



1. On impose au barreau ① une vitesse $V_1 \cos{(\omega\,t)}$.
   Déterminer le mouvement du barreau ②.
2. Calculer la puissance fournie par l'opérateur pour maintenir la vitesse du barreau ①.

Circuit dans un champ magnétique

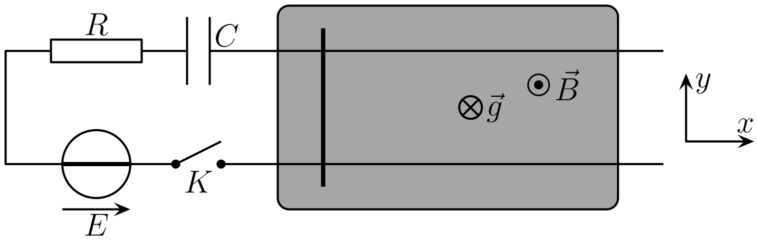
Une partie du circuit ci-contre est plongé dans un champ magnétique uniforme et constant (zone grisée dans le schéma ci-dessous). MN est une barre de longueur $2\,\ell$ de résistance $2\,r$, de masse m en rotation autour de O, qui subit un couple résistant $\vec{\Gamma} = -k\,\dot{\theta}\,\vec{u}_z$. On néglige la résistance de la spire et des fils de connexion. À $t = 0$, on ferme K.



1. Déterminer $\theta(t)$ et $i(t)$.
2. Faire un bilan énergétique.

Rails de Laplace

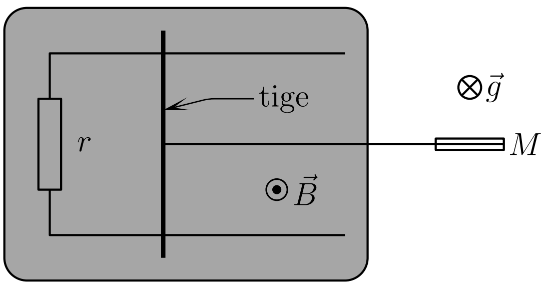
On place dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et constant un bareau de masse m et de longueur ℓ sans vitesse initiale. Les rails sont reliés à un générateur de f.é.m. continue E, une résistance R et un condensateur de capacité C initialement déchargé. À l'instant initial, le barreau est immobile et on ferme K.

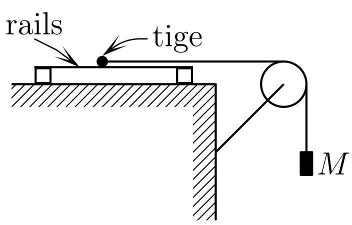


1. Que se passe-t-il ?
2. Déterminer $i(t)$ et $v(t)$.
3. Faire un bilan énergétique.

Rail relié à une masse tombante

On pose sur des rails de résistance r, une tige conductrice de longueur ℓ reliée à une masse M connue.





1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse de la tige de masse m.
2. La résoudre compte tenu du fait qu'à l'instant initial, tout est immobile.
3. Quelle est la puissance dissipée par la résistance r du cadre ?

Boule conductrice

On considère une boule conductrice de rayon R plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\,\vec{u}_z$

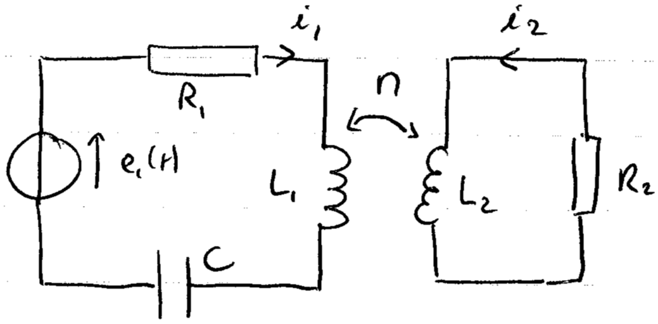
1. Que se passe-t-il ?
2. Quelle est la puissance dissipée par effet Joule ?
3. Vérifier les hypothèses faites.

Coefficient de mutuelle inductance

On place un fil infini $y'y$ dans le plan d'un cadre $ABCD$ de centre Ω d'abscisse x_0, $AB = a$, $BC = d$.

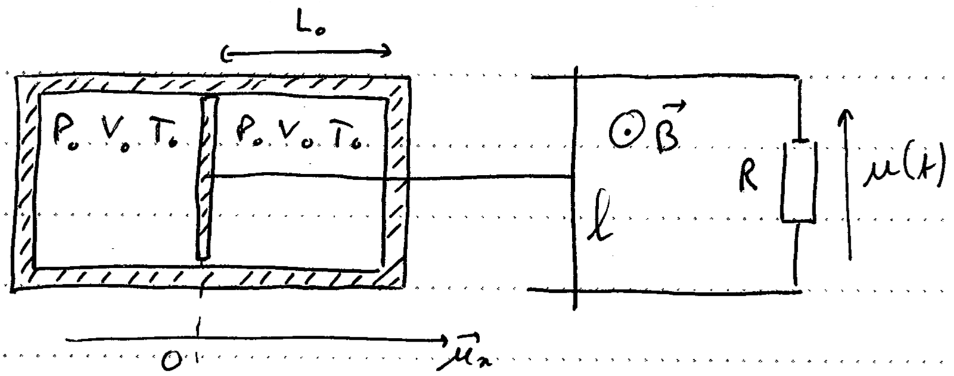
1. Déterminer le coefficient d'inductance mutuelle entre le cadre et le fil.
2. On fait pivoter $ABCD$ d'un angle θ par rapport à Ox.
   Déterminer le nouveau coefficient de mutuelle inductance.

Circuits couplés



- Établir les équations différentielles vérifiées par $i_1(t)$ et $i_2(t)$.
- Pour $L_0\,\omega \ll R_0$, montrer que le 2e circuit peut être remplacé par 1 résistor R' dans le premier circuit, lorsque $e_1(t) = E\cos(\omega t)$.

Induction par un piston

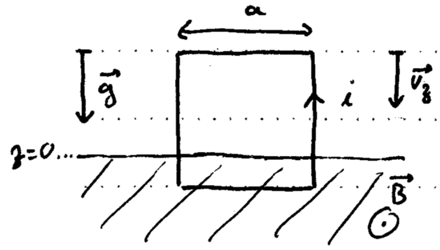


Un piston de section S et d'épaisseur nulle peut se déplacer sans frottement. Piston et enceintes sont parfaitement calorifugés. Le piston est relié par une tige indéformable à une barre rigide de résistance négligeable.
La barre repose sur deux rails conducteurs et peut se déplacer sans frottement. L'ensemble {piston, tige, barre} a une masse m.
Le circuit électrique est plongé dans un champ $\vec{B}$. On déplace légèrement le piston de x_0 par rapport à la position au repos.

- Décrire ce qui va se passer.
- Déterminer la force exercée par les deux gaz sur le piston.
- Déterminer la fem induite dans le circuit.
- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ mais sans la résoudre.
- Dans l'équation précédente une ou plusieurs constante(s) de temps apparaissent. Déterminez les numériquement.

$L_0 = 1{,}0$ m ; $S = 100$ cm^2 ; $x_0 = 1{,}0$ cm ; $\ell = 10$ cm, $m = 100$ g
$B = 0{,}10$ T ; $R = 100\ \Omega$; $P_0 = 1{,}0$ bar ; $T_0 = 300$ K.

Chute d'un cadre



Un cadre métallique carré de côté a tombe verticalement dans le champ de pesanteur. À $t=0$ son côté inférieur pénètre dans une zone semi-infinie de champ magnétique uniforme $\vec{B}$.

- Quelles sont les différentes phases du mouvement pour $t>0$?
- Déterminer la fém induite pour chacune de ces phases.
- En déduire l'équation du mouvement.
- Faire un bilan énergétique entre $t=0$ et l'instant t_0 où le bord supérieur du carré atteint $z=0$.

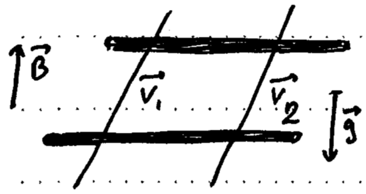
On note R la résistance totale du circuit et m sa masse.

Chauffage d'un cylindre

On place un cylindre de rayon a, longueur L, axe Oz et conductivité γ dans un champ uniforme $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\,\vec{u}_z$.

- Quel dispositif faut-il pour créer un tel champ ?
- Pourquoi existe-t-il un champ électrique ?
- Est-ce pour $r<a$, $\vec{E} = \dfrac{B_0\, r\, \omega}{2} \sin(\omega t)\,\vec{u}_\theta$ convient ?
- Et pour $r>a$, que vaut $\vec{E}$?
- Déterminer la puissance totale dissipée dans le cylindre.
- Quel(s) phénomène(s) a (ont) été négligé(s) ici ?

Rails de Laplace



Sur deux rails conducteurs parallèles, dans un même plan horizontal, séparés par une distance d, peuvent glisser deux barres conductrices parallèles, orthogonales aux rails. On néglige les frottements entre les barres et les rails. L'ensemble constitue un circuit de résistance R indépendante de la position des barres. Ce dispositif est plongé dans un champ $\vec{B}$ stationnaire et uniforme, orthogonal au plan du circuit. À $t = 0$ on lance la barre 2 avec une vitesse v_0 vers la droite, la barre 1 étant immobile.

- Qualitativement, quel va être le mouvement de la barre 1 ? Et au bout d'un temps très long ?
- Déterminer $v_1(t)$ et $v_2(t)$.
- Faire un bilan énergétique
- En lançant v_2 vers la barre 1, aurait-il été possible que les deux barres se heurtent ? À quelle(s) condition(s) ?

INDUCTION PAR UN AIMANT

On considère une spire circulaire d'axe (Oz) parcourue par un courant d'intensité I grâce à un générateur de f.é.m. E_0.

. Déterminer le champ $\vec{B}$ créé sur l'axe de la spire.

On place, sur l'axe (Oz), un aimant assimilable à un dipôle magnétique de moment $\vec{\mathcal{M}} = \mathcal{M}_0\,\vec{u}_z$.

. Quelle est la force subie par le dipôle ?

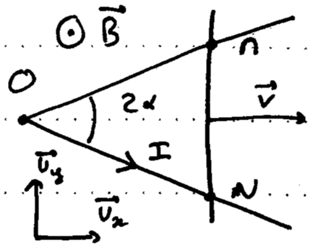
. Déterminer sa position d'équilibre.

L'aimant est placé en un point A de l'axe et oscille sinusoïdalement autour de cette position de telle sorte que

$z(t) = z_A + a\cos(\omega t)$ avec $a \ll R$ et $z_A \gg R$.

. Quel est le courant induit dans la spire ?

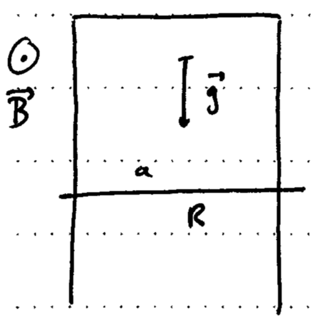
RAILS DE LAPLACE NON PARALLÈLES



Un dièdre est constitué de deux barres conductrices OM et ON fixes. La barre MN peut se déplacer orthogonalement à la bissectrice du dièdre. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\,\vec{u}_z$. Un opérateur tire la barre MN à la vitesse constante $\vec{v} = v\,\vec{u}_x$.

- Calculer la fém induite dans le circuit.
- Quel est le signe de I ?
- Sachant que la résistance du circuit est proportionnelle à sa longueur MN + NO + OM avec un coefficient de proportionnalité k, déterminer I en fonction de k, v, B et α.
- Déterminer la puissance $\mathcal{P}$ fournie par l'opérateur.

Chute d'un barreau



Un circuit vertical est plongé dans un champ magnétique. Ce circuit est fermé par un barreau en chute libre au contact des rails verticaux. La résistance totale vaut R.

- Déterminer la vitesse v(t) du barreau.

Onde électromagnétique

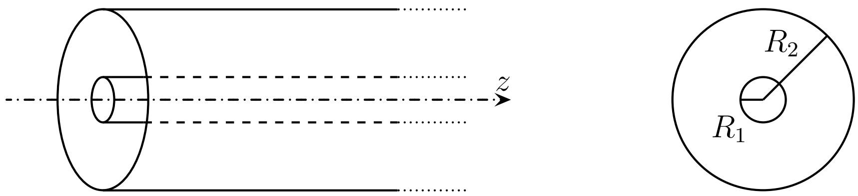
On considère le champ défini par
$$\left\{\begin{aligned} &E_x = 0\\ &E_y = E_0\,\cos\left(\frac{\pi\,y}{a}\right)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,(\omega\,t - k\,z)}\\ &E_z = \alpha\,E_0\,\sin\left(\frac{\pi\,y}{a}\right)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,(\omega\,t - k\,z)}\end{aligned}\right.$$

1. Déterminer α pour que ce soit un champ électrique.

2. S'agit-il d'une onde transversale ? Quelle est sa polarisation ?
3. Calculer le champ $\vec{B}$ associé.
4. Déterminer le vecteur de Poyntin $\vec{\Pi}$ ainsi que la puissance moyenne passant à travers une surface carrée de côté a.
5. Déterminer la relation de dispersion et en déduire vitesse de phase et vitesse de groupe.

Propagation dans un câble coaxial

Une onde caractérisée par $E(r)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,(\omega\,t-k\,z)}\,\vec{u}_r$ se déplace dans un câble coaxial cylindrique (R_1,R_2) supposé dans le vide.



1. Déterminer $E(r)$ en notant $E_0 = E(R_1)$.
2. Calculer $\vec{B}$ et montrer que l'on a une structure locale d'onde plane.
3. Calculer $\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle$ et la puissance à travers une section de cylindre.
4. On suppose les armature parfaites : déterminer $\vec{\jmath}_{\mathrm{s}}$ et σ apparus.
5. Critiquer la pertinence de l'hypothèse de propagation dans le vide.

On donne, en coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,U = \frac{\partial U}{\partial r}\,\vec{u}_r + \frac{1}{r} \times \frac{\partial U}{\partial \theta}\,\vec{u}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z}\,\vec{u}_z$$

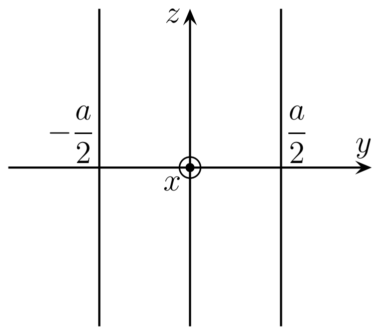
$$\mathrm{div}\,\vec{A} = \frac{1}{r} \times \frac{\partial (r\,A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \times \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A} = \left(\frac{1}{r} \times \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\vec{u}_\theta + \left(\frac{1}{r} \times \frac{\partial (r\,A_\theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \times \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)\vec{u}_z$$

$$\triangle\,U = \frac{1}{r} \times \frac{\partial}{\partial r}\left(r \times \frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

Guide d'onde

Entre deux plans parfaitement conducteurs règne le champ $\left\{\begin{array}{lcl} E_x & = & 0 \\ E_y & = & 0 \\ E_z & = & E_0\,\cos\dfrac{\pi\,y}{a}\,\cos(\omega\,t - k\,x) \end{array}\right.$



1. Montrer que ce champ est un champ électrique.
2. Déterminer la relation de dispersion liant k, ω, a et la célérité c de propagation dans le vide. En déduire la pulsation de coupure ω_c telle que pour que l'onde existe $\omega > \omega_c$.
3. Déterminer la vitesse de phase, la vitesse de groupe et interpréter.
4. Déterminer le champ $\vec{B}$.
5. Quelle est la structure de l'onde obtenue ?
6. Déteminer le vecteur de Poynting et calculer son flux à travers une section droite du guide d'abscisse x de longueur ℓ selon z.

Guide d'onde

Soit un guide d'onde rectangulaire, de côté horizontal $a = 2{,}5$ cm et de côté veritical $b = \frac{a}{2}$. On place l'origine P à l'intersection des diagonales du rectangle. À l'intérieur du guide règne un champ :

$$\vec{E} = E_0 \cos\left(\frac{\pi\,x}{a}\right)_, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,(\omega\,t - k\,z)}\,\vec{u}_y$$

ω est associé à $\lambda_0 = 3{,}0$ cm, longueur d'onde qu'aurait l'OPPM dans le vide.

1. Trouver la relation de dispersion.
2. Montrer que la propagation est possible.
3. Le champ maximal est $E_m = 3.10^6$ V.m^{-1}.
   Calculer la puissance maximale transportée par le guide d'onde sans qu'il y ait d'étincelles.

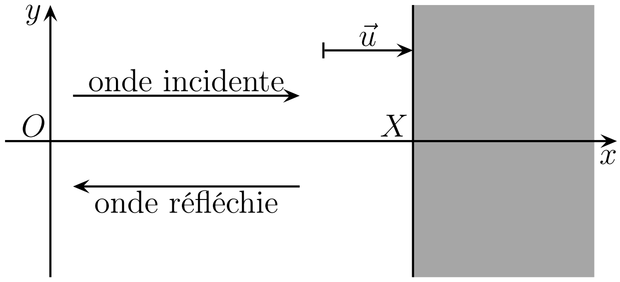
Onde dans le vide

Une onde de champ électrique $\vec{E} = E_0 \cos\left(\frac{\pi\,z}{a}\right) \cos\big(\omega\,t - k\,x\big)\,\vec{u}_y$ se propage entre les plans $z = 0$ et $z = a > 0$.

1. Est-ce une onde plane ?
2. Déterminer $\vec{B}$.
3. $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont-ils transverses ?

Réflexion sur un conducteur en mouvement

Un bloc de métal parfait se déplace le long de l'axe Ox à la vitesse $\vec{u}$. Soit $\mathscr{R}'$ le référentiel lié au bloc. On a $X(t) = u\,t$. ON envoie une onde incidente plane polarisée rectilignement sur le bloc de métal.



1. Écrire la force associée aux champs $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{E}'$ et $\vec{B}'$ dans les référentiels $\mathscr{R}$ et $\mathscr{R}'$.
   En déduire une expression de $\vec{E}'$ et $\vec{B}'$ en fonction de $\vec{E}$ et $\vec{B}$.
2. On donne $\vec{E}_{\mathrm{i}} = E_0 \cos\left(\omega\left(t - \dfrac{x}{c}\right)\right)\vec{u}_y$.
   (a) Exprimer $\vec{E}'_{\mathrm{i}}$ et $\vec{B}'_{\mathrm{i}}$ dans $\mathscr{R}'$.
   (b) Exprimer les conditions aux limites et déterminez $\vec{e}'_{\mathrm{r}}$ et $\vec{B}'_{\mathrm{r}}$.
   (c) En déduire $\vec{E}_{\mathrm{r}}$ et $\vec{B}_{\mathrm{r}}$.
   À quel phénomène cela vous fait-il penser ?
3. Calculer la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

Dipôle oscillant

Soit un dipôle oscillant de moment dipôlaire $\vec{p}(t) = \vec{p}_0 \cos(\omega\,t)$.

1. Donner les approximations et les étapes du raisonnement aboutissant à l'expression du champ magnétique :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\,c\,k^2}{4\,\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,(\omega\,t - k\,r)}}{r}\,\vec{u}_r \wedge \vec{p}_0$$

2. On place N dipôles en phase dirigés sur $\vec{u}_z$ espacés de $\lambda/2$ sur l'axe Ox.
   Calculer le champ rayonné dans le plan Oxy.

Découpe au laser

On dispose d'un laser de longueur d'onde $\lambda = 1{,}0\ \mu$m de puissance $\mathscr{P} = 5{,}0$ kW à travers une section $s = 0{,}60$ mm^2. Il émet une onde plane progressive selon l'axe $\vec{u}_z$ et il est polarisé suivant $\vec{u}_x$.

1. À quel type d'onde correspond cette longueur d'onde ?
2. Définir onde plane, progressive, polarisée rectilignement.
   Donner $\vec{E}$ et $\vec{B}$.
3. Déterminer l'amplitude de $\vec{E}$.

Ce laser est utilisé pour découper une plaque de métal d'épaisseur $e = 6{,}0$ mm de capacité thermique massique c. L'enthalpie massique de fusion est ℓ_{f} et la température de fusion est T_{f}. On suppose que toute l'énergie délivrée par le laser sert à la fusion du point d'impact.

1. Qu'est-ce qui est négligé dans cette modélisation ?
2. Déterminer le temps Δt nécessaire à la fusion du point éclairé.
3. Déterminer la vitesse de découpe.
4. Vérifier l'hypothèse avec des valeurs numériques à préciser.

Propagation dans un plasma

Le plasma interstellaire est un milieu entièrement ionisé où les ions (charge $q_k > 0$, densité n_k) sont libres, et les électrons ($-e$, m, n) mobiles. Il est globalement neutre. Une onde électromagnétique, plane, monochromatique, s'y propage :

$$\vec{E} = \underline{\vec{E}_0}\, e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \underline{\vec{B}_0}\, e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$$

- Montrer que l'action de $\vec{B}$ est négligeable devant celle de $\vec{E}$.
- Montrer que l'on peut considérer les ions immobiles.
- Montrer que $\vec{j}$ et $\vec{v}$ sont des ondes de pulsation ω.
- Montrer que $\vec{v}$ et $\vec{k}$ sont orthogonaux et que $\vec{j} = i \times \dfrac{a}{\omega}\,\vec{E}$, préciser a.
- Montrer que l'on peut considérer ce plasma comme un métal et définir sa conductivité.
- On pose $a = -\varepsilon_0 c^2 K^2$. Calculer les vitesse de groupe et de phase en fonction de k et K. Déterminer l'indice optique.

Une source émet deux signaux simultanés à λ_1 et λ_2.

- Déterminer le déphasage à la réception de ces signaux après un trajet de longueur L avec $K^2\lambda_1^2 \ll 1$ et $K^2\lambda_2^2 \ll 1$.

Propagation dans un conducteur

On étudie la propagation d'une onde plane progressive, monochromatique dans un conducteur. Le champ satisfait la loi d'Ohm locale $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ et est de la forme $\vec{E} = E_0 e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta})\, \vec{u}_x$. avec $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$.

- Retrouver l'équation vérifiée par $\vec{E}$ et commenter le résultat.
- Calculer δ pour une onde GSM 900 MHz dans un conducteur en aluminium tel que $\gamma = 4.10^7$ S.m^{-1}. Conclusion ?
- Déterminer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le conducteur pour un élément de surface dxdy.

Propagation dans un câble coaxial

Un câble coaxial est formé de deux cylindres : un cylindre plein de rayon R_1, et l'autre creux de rayon $R_2 > R_1$. Une onde électromagnétique, de la forme $\vec{E}(r,t) = E_0(r)\cos(\omega t - kz)\,\vec{e}_r$ se propage dans le câble. On note $E_1 = E_0(R_1^+)$ et $\sigma_{10} = \varepsilon_0 E_1$.

- Donner l'expression des densités surfaciques de charge $\sigma_1(r,t)$ et $\sigma_2(r,t)$ à la surface des cylindres 1 et 2, les conducteurs étant parfaits.
- Déterminer les expressions des densités superficielles de courant $\vec{j}_{s1}(r,t)$ et $\vec{j}_{s2}(r,t)$.
- Établir une relation entre ω, k et c.
- Calculer la puissance à travers une section plane.

Propagation entre deux conducteurs plans

Soit le champ électrique $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cos(\omega t - kx)\, \vec{e_y}$

- Quelle relation doit être vérifiée entre k et ω pour qu'il y ait propagation entre deux conducteurs parfaits situés en $z = 0$ et $z = a$?
- Donner alors les vitesses de phase et de groupe. Les exprimer puis les tracer.
- Calculer le champ $\vec{B}$ associé et les courants. Montrer qu'ils sont surfaciques.
- Calculer l'énergie volumique e puis $\langle e \rangle$ l'énergie volumique moyenne par rapport au temps et enfin $\overline{\langle e \rangle}$ l'énergie volumique moyenne par rapport au temps et par rapport à z.
- Calculer $\vec{\pi}$ puis $\langle \vec{\pi} \rangle$ puis $\overline{\langle \vec{\pi} \rangle}$.
- Montrer que $\langle \vec{\pi} \rangle$ peut se mettre sous la forme $\langle \vec{\pi} \rangle = \langle e \rangle \vec{v}$. Quel est ce $\vec{v}$?

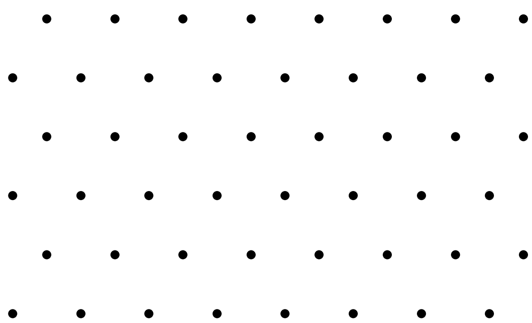
Oscillations propres d'un plasma

Un plasma globalement neutre contient des ions positifs fixes et des électrons $(-e, m)$ susceptibles de mouvement suivant (Oz). Au repos il y a n électrons par unité de volume. On note $\xi(z,t)$ le petit déplacements des électrons situés en z au repos.

- Calculer la densité des électrons au cours du mouvement (on pourra étudier la tranche entre z et $z+dz$) en supposant $\dfrac{\partial \xi}{\partial z} \ll 1$.
- Montrer qu'il y a création d'un champ $\vec{E}$ et que les électrons ont un mouvement sinusoïdal de pulsation ω_p avec $\omega_p = \sqrt{\dfrac{n e^2}{m \varepsilon_0}}$
- Retrouver ce résultat avec les équations de Maxwell.

Onde dans un nuage d'atomes

On envoie 3 laser (issus d'une même source) à des angles de 120 ° dans un même plan. On observe que les atomes, dans la région de convergence des trois faisceaux, se concentrent avec la géométrie ci-dessous, les points représentant une densité élevée d'atomes).



Expliquer.

Propagation d'une OPPM

Une onde plane progressive monochromatique polarisée circulairement gauche se propage suivant $+\vec{u}_z$ dans un milieu d'indice n.

- Déterminer $\vec{E}$, $\vec{B}$ et le vecteur de Poynting.