

CONSTRUCTIONS GRAPHIQUES

Déterminer graphiquement les positions de l'objet et de son image telles que le grandissement soit égal à 2. Répondre à la question pour une lentille convergente et une lentille divergente.

LENTILLE MINCE

On désire projeter, à l'aide d'une lentille mince convergente, l'image d'un petit objet AB sur un écran E parallèle à AB . La distance de AB à E est donnée et égale à D . On souhaite obtenir un grandissement dont la valeur absolue est égale à a . Quelle distance focale f' doit avoir la lentille utilisée ?

Lorsque $a = 1$, il s'agit de la méthode de Silbermann pour déterminer la distance focale f' d'une lentille convergente.

DISTANCE OBJET / IMAGE

Rechercher la distance minimale objet réel – image réelle à l'aide d'une lentille mince convergente.

FOCOMÉTRIE : MÉTHODE DE BESSEL

On dispose d'un objet AB dont on veut projeter une image $A'B'$ sur un écran situé à la distance D de (AB) . Pour ce faire, on dispose d'une lentille convergente de distance focale f' .

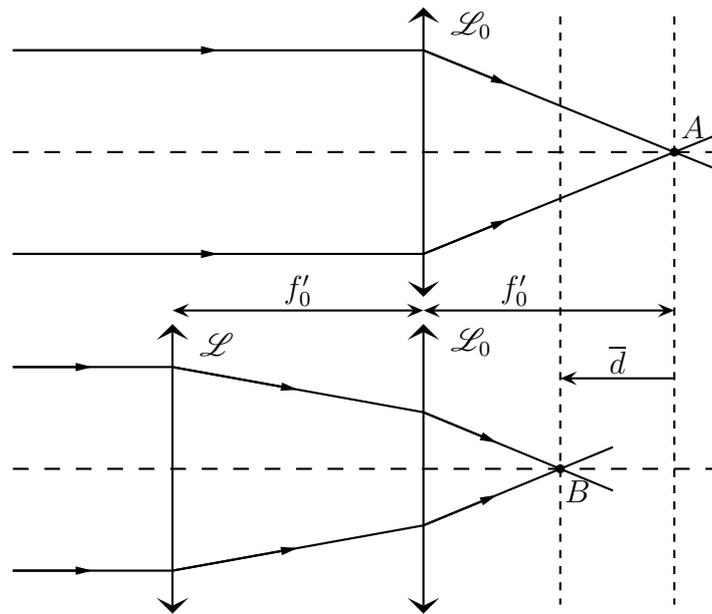
1. Montrer qu'une projection n'est possible que si $D \geq 4f'$.
2. Montrer que si $D > 4f'$, il existe deux positions de la lentille permettant d'obtenir une image nette de AB sur l'écran (E) et que ces deux positions sont distantes de d telle que : $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.
3. La méthode de BESSEL découle du calcul précédent : on mesure D et d et on en déduit f' .
La méthode de BESSEL, appliquée à une certaine lentille, a conduit aux résultats suivants :

D (cm)	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0	85,0	90,0
d (cm)	14,3	22,6	29,7	35,1	41,9	47,6	53,5	59,0

Calculer la distance focale f' de la lentille utilisée et évaluer l'incertitude sur le résultat sachant que les mesures sont faites à 5 mm près.

FOCOMÉTRIE : MÉTHODE DE BADAL

On cherche à déterminer la distance focale f' d'une lentille \mathcal{L} inconnue à l'aide d'une lentille \mathcal{L}_0 de distance focale f'_0 connue. On repère tout d'abord l'image A que donne \mathcal{L}_0 d'un objet à l'infini. On positionne ensuite \mathcal{L} dans le plan focal objet de \mathcal{L}_0 . On repère alors l'image B donnée par l'ensemble $\{ \mathcal{L} + \mathcal{L}_0 \}$ et on note $\bar{d} = \overline{AB}$.



1. Montrer que la distance focale f' peut s'exprimer en fonction de \bar{d} et de f'_0 .
2. Y a-t-il des conditions à respecter sur f' et f'_0 pour pouvoir réaliser expérimentalement cette méthode ?

OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE

Un objectif photographique est constitué d'une lentille convergente \mathcal{L}_1 de centre O_1 , de distance focale image $f'_1 = O_1F'_1 = 75$ mm. La pellicule Π est placée dans le plan focal image de l'objectif. On ajoute à cet objectif deux lentilles additionnelles :

- une lentille \mathcal{L}_2 divergente, de centre O_2 et de distance focale $f'_2 = -25$ mm, que l'on accole à \mathcal{L}_1 ; on a ainsi $O_2 = O_1$.
- une lentille \mathcal{L}_3 convergente, de centre O_3 et de distance focale $f'_3 = 100$ mm, que l'on fixe devant le système $\{\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2\}$.

La distance O_3O_1 est évidemment réglée de manière à ce que l'image d'un objet éloigné soit nette sur la pellicule.

1. Faire un schéma représentant des lentilles avec les positions relatives des centres optiques et des foyers.
Compléter ce schéma par un tracé de rayons définissant la position du foyer image F' de ce téléobjectif constitué par l'ensemble $\{\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_3\}$.
2. Déterminer analytiquement et numériquement l'encombrement de cet appareil, c'est-à-dire la distance du centre O_3 de la lentille \mathcal{L}_3 à la pellicule Π .
3. Déterminer numériquement la grandeur $\overline{A'B'}$ de l'image d'une tour \overline{AB} de 60 m de hauteur, située à une distance $d = 3,0$ km de l'objectif.
4. Déterminer numériquement l'encombrement d'un appareil qui aurait comme objectif une seule lentille donnant une image de même grandeur. Conclusion.

VISEUR À FRONTALE FIXE

L'œil voit sans accommoder les objets situés à l'infini et en accommodant les objets situés à une distance supérieure à $d_0 = 12,5$ cm, distance minimale de vision distincte.

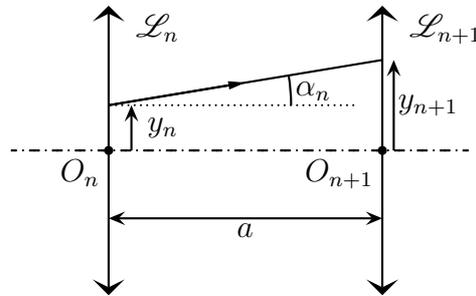
Un viseur constitué d'un objectif \mathcal{L}_1 (assimilable à une lentille mince convergente de distance focale $f'_1 = 10$ cm et de diamètre $d_1 = 3,0$ cm) et d'un oculaire \mathcal{L}_2 (assimilable à une lentille mince convergente de distance focale $f'_2 = 2,0$ cm).

Le viseur est réglé de façon à viser à $d = 20$ cm de la face d'entrée de l'objectif (c'est-à-dire que l'œil regardant à travers le viseur voit nettement et sans accommoder les objets situés dans le plan de front situé à 20 cm devant \mathcal{L}_1).

- Déterminer numériquement la distance ℓ entre \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 .
- Déterminer numériquement la position et le diamètre du cercle oculaire, c'est-à-dire de l'image de l'objectif donnée par l'oculaire.
- Soit AB un petit objet du plan de front situé à 20 cm en avant de \mathcal{L}_1 et α' l'angle sous lequel l'observateur voit AB à travers le viseur. Calculer le rapport $P = \frac{\alpha'}{AB}$.
- Quelle région de l'espace objet l'observateur peut-il voir en accommodant à travers le viseur ?
 - On supposera l'œil placé dans le plan focal image \mathcal{L}_2 .
 - On supposera l'œil placé contre la lentille \mathcal{L}_2 .
- Préciser le rôle du réticule dans le viseur.

ASSOCIATION DE LENTILLES

On considère une succession de lentilles convergentes minces identiques de même axe optique (Oz) de distance focale $f' > 0$, équidistantes de a avec $a \ll f'$. On se limite ici à des rayons se propageant dans un plan méridien (plan contenant l'axe (Oz)). Un rayon qui vient de traverser la lentille de rang n est parfaitement déterminé par sa distance y_n à l'axe – à la sortie de la lentille – et par l'angle α_n qu'il fait avec (Oz). Par hypothèse $|\alpha_n| \ll 1$.



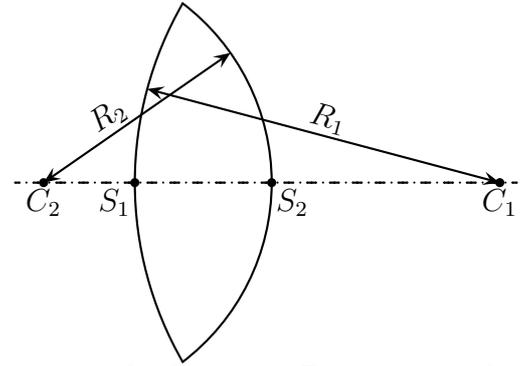
- Établir une relation de récurrence entre y_{n+1} , y_n et y_{n-1} .
- En tenant compte de la condition $\frac{a}{f'} \ll 1$ et de $|\alpha_n| \ll 1$, transformer cette relation en équation différentielle et en déduire l'allure du trajet d'un rayon lumineux dans un plan méridien.
- Quel peut être l'intérêt d'un tel dispositif ?

RÉALISATION D'UN ACHROMAT

On définit la constringence ν d'une lentille de la manière suivante : $\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$ où n_D (resp. n_F et n_C) est l'indice pour la radiation jaune D (resp. rouge F et bleue C) du sodium (resp. de l'hydrogène).

On dispose de deux verres dont les indices sont donnés par le tableau suivant :

Radiation	λ (nm)	Crown B. 1864	Flint C. 8132
C	656,3	1,515 52	1,674 82
D	587,6	1,518 00	1,681 00
F	486,1	1,523 55	1,696 07



Dans le crown B. 1864, on taille une lentille mince \mathcal{L}_1 biconvexe de diamètre $D = 8,0$ cm ; les rayons de courbures sont $R_1 = 0,300$ m et $R_2 = 2,02$ m. On admet que la vergence d'une lentille est donnée par $V = \left(\frac{1}{S_1 C_1} - \frac{1}{S_2 C_2} \right) (n - 1)$ avec les conventions représentées ci-dessus.

1. En considérant que la distance focale d'une lentille est celle de la raie D, calculer la distance focale f'_1 de cette lentille.
2. Exprimer l'aberration chromatique principale longitudinale $\Delta f'_1 = f'_1(C) - f'_1(F)$ en fonction de f'_1 et de la constringence ν_1 du crown.
3. Un faisceau de lumière blanche, cylindrique, parallèle à l'axe optique de la lentille, recouvre toute la face d'entrée. L'intersection par un plan de front du faisceau émergent est, au voisinage du foyer image, un cercle irisé.

Évaluer la valeur minimale ρ du rayon de ce cercle (ρ est l'aberration chromatique principale transversale).

4. On veut réaliser un doublet achromatique en accolant à \mathcal{L}_1 une lentille mince \mathcal{L}_2 réalisée en flint C. 8132, de façon que les foyers F et C du doublet ainsi constitué coïncident.
 - (a) Montrer que \mathcal{L}_2 est divergente ; calculer la distance focale f'_2 de \mathcal{L}_2 et la distance focale f' du doublet achromatique.
 - (b) Les faces en regard ont même rayon de courbure, soit 2,02 m. Calculer le rayon de courbure R'_2 de l'autre face de \mathcal{L}_2 .

CONSTRUCTIONS GRAPHIQUES

Déterminer graphiquement les positions de l'objet et de son image telles que le grandissement soit égal à 2. Répondre à la question pour un miroir concave et un miroir convexe.

LA LUNE VUE DE L'ESPACE

La surface de la Terre est recouverte à près de 70 % d'océan qui peuvent se comporter (quand il n'y a pas de nuages) comme un miroir sphérique dont le rayon est celui de la Terre soit $R = 6,4 \cdot 10^3$ km. La Lune est située à $380 \cdot 10^3$ km et son diamètre mesure $3,5 \cdot 10^3$ km.

1. Calculer la distance focale du miroir sphérique en question.
2. Quel est la position de l'image de la Lune donnée par la surface de la Terre ?
3. Quel est le grandissement de l'image ? Calculer sa taille ?

4. À quelle distance semble être la Lune pour un observateur situé sur la Lune observant les océans situés sur la Terre ?

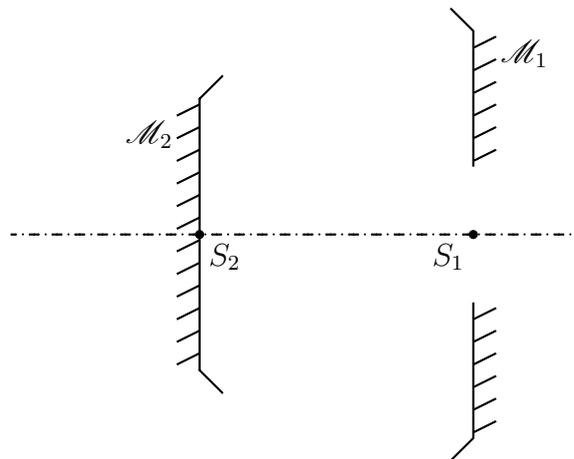
RÉTROVISEUR DE VOITURE

Un rétroviseur extérieur de voiture est assimilable à un miroir sphérique de vergence $V = 2,0 \delta$.

1. Déterminer la position de l'image d'un objet situé à 20 m et le grandissement transversal associé.
2. Un conducteur observe le rétroviseur afin de surveiller ce qu'il se passe derrière lui. Son œil est alors à une distance d'environ 1,0 m du sommet du rétroviseur.
 - (a) À quelle distance effective de l'œil se situe l'image d'une moto à 20 m derrière le rétroviseur ?
 - (b) À quelle distance le cerveau interprète-t-il cette image ?
 - (c) En faisant l'approximation que l'œil est situé sur l'axe optique, déterminer graphiquement la zone de l'espace observable à travers le rétroviseur.
 - (d) La taille du miroir (et non sa courbure) fait $d = 6,0$ cm de diamètre. Déterminer la taille du rayon R de la zone visible à 20 m derrière le rétroviseur.

TÉLESCOPE DE GRÉGORY

Un miroir concave \mathcal{M}_1 , à bord circulaire, de sommet S_1 et de distance focale $|f_1| = 7,2$ m est percé d'une petite ouverture centrée sur l'axe de \mathcal{M}_1 en S_1 . Un miroir concave \mathcal{M}_2 de sommet S_2 de même axe que le précédent donne de l'image d'un astre fournie par \mathcal{M}_1 une image agrandie trois fois ($|\gamma_2| = 3,0$) située dans le plan de front de S_1 (plan passant par S_1 et perpendiculaire à l'axe).



1. Déterminer la position et distance focale f_2 de \mathcal{M}_2 .
2. Déterminer la position et le grandissement dans ce système d'un objet placé sur l'axe à 9,0 m en avant de S_2 .
3. Quel peut être l'avantage ou l'inconvénient d'utiliser un miroir \mathcal{M}_2 concave par rapport à un miroir convexe ?

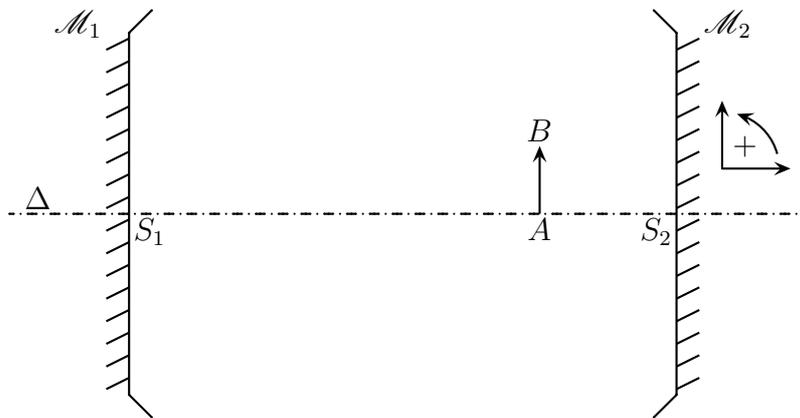
IL SUFFIT DE PEU POUR S'AMUSER

On considère qu'une petite cuillère constitue un miroir de rayon de courbure $R = 5,0$ cm.

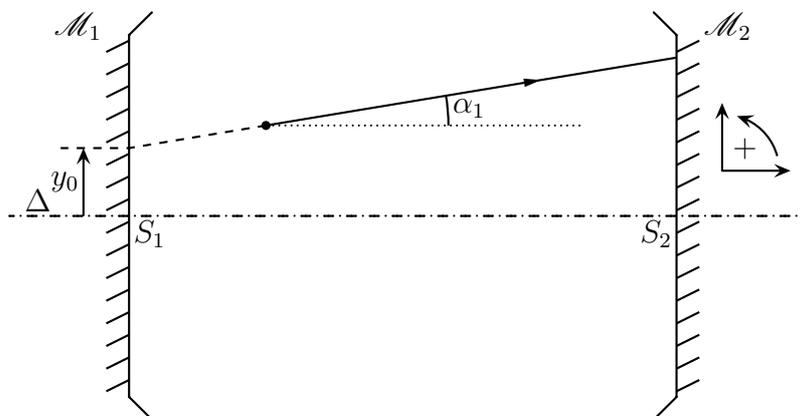
1. À quelle distance faut-il placer son œil du creux de la petite cuillère pour que l'image de l'œil soit réduite de moitié ?
Est-il alors possible de voir son œil ?
2. Mêmes question avec le dos de la cuillère.
3. Est-il légitime de considérer le miroir constitué par la cuillère comme mince ?

CAVITÉ CONFOCALE

Une cavité confocale est constituée de deux miroirs identiques concaves \mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 face à face, de même rayon R , de même axe optique Δ et dont les foyers sont confondus. On place un objet AB à l'intérieur de la cavité perpendiculairement à Δ (cf. figure ①).



1. Construire géométriquement les quatre images successives obtenues, la première réflexion ayant lieu sur \mathcal{M}_2 .
Le résultat dépend-il de la position de l'objet AB ?
2. On considère un rayon lumineux incliné d'un angle α_1 sur l'axe optique, émis d'un point B distant de y_0 de l'axe optique (cf. figure ②).



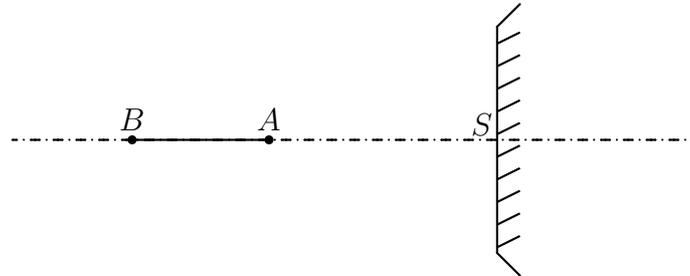
Exprimer en fonction de α_1 , y_0 et f' les angles α_2 , α_3 et α_4 que font les rayons réfléchis avec Δ à l'issue respectivement de la 1^{re}, de la 2^e et de la 3^e réflexion.

Conclure quant à la localisation du rayon.

3. Pourquoi la question 2 dit-elle beaucoup plus de choses que la question 1 ?

RÉFLEXION EN 3D

On considère une aiguille AB de longueur $\ell = 4,0$ cm de section négligeable placée **le long** de l'axe optique d'un miroir sphérique convexe de rayon de courbure $1,0$ m.



1. Déterminer la longueur de l'image $A'B'$ de l'aiguille lorsque A est à une distance $D = 1,0$ m du sommet du miroir.

2. On définit ici le grandissement longitudinal (ou axial) par $\gamma_\ell = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

Déterminer le en fonction de f' , γ et ℓ .

3. De manière plus générale, on définit le grandissement longitudinal par $\gamma_\ell = \frac{dA'}{dA}$.

(a) Interpréter cette définition analytique et expliquer pourquoi elle est mieux que la précédente.

(b) Comment lire le grandissement longitudinal sur les hyperboles de conjugaison ?

SYSTÈME ÉQUIVALENT

Considérons deux miroirs l'un convexe de rayon R_1 et l'autre concave de rayon R_2 (R_1 et R_2 sont positifs et $R_1 < R_2$). Ces miroirs ont même centre C . Le miroir concave est percé d'un trou de diamètre D centré sur l'axe optique si bien que la lumière réfléchiée par le miroir convexe peut le traverser.

1. Monter que cet ensemble de miroirs est équivalent à une lentille dont on précisera le centre et la distance focale.

2. Considérons un faisceau de lumière parallèle à l'axe optique.

Montrer que si $R_2 > 2R_1$, le dispositif étudié ne permet pas d'observer le rayon émergent.

Quelle doit être la relation entre R_1 et R_2 pour observer des rayons émergents quel que soit le diamètre du trou ?

DÉTERMINATION GRAPHIQUE D'UNE DISTANCE FOCALE

Soit une lentille \mathcal{L} convergente ou divergente dont on veut déterminer la distance focale image f' . Pour cela on a relevé un bon nombre de couples conjugués d'objet et d'image (x_i, y_i) correspondant

à la relation de conjugaison avec l'algébrisation usuelle : $-\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f'}$. Autrement dit, pour tout couple (x_i, y_i) on a $-\frac{1}{x_i} + \frac{1}{y_i} = \frac{1}{f'}$.

1. Avec une seule droite

On fait le changement de variables $X = \frac{1}{x}$ et $Y = \frac{1}{y}$.

- Montrer que l'ensemble des couples (X_i, Y_i) se regroupe sur une même droite dont on donnera la pente et l'ordonnée à l'origine.
- En déduire une méthode pour déterminer graphiquement f' .
- Comment déterminer graphiquement le grandissement pour le couple (X_i, Y_i) ?

2. Avec un faisceau de droites.

- Montrer que l'équation de la droite qui passe par $(a, 0)$ et $(0, b)$ peut s'écrire $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.
- Pour chaque couple (x_i, y_i) on trace la droite passant par les deux points $(x_i, 0)$ et $(0, y_i)$. Montrer que toutes ces droites s'intersectent en un point I dont on donnera les coordonnées.
- En déduire une méthode pour déterminer graphiquement f' .
- Comment déterminer graphiquement le grandissement à partir de la droite tracée pour le couple (x_i, y_i) ?

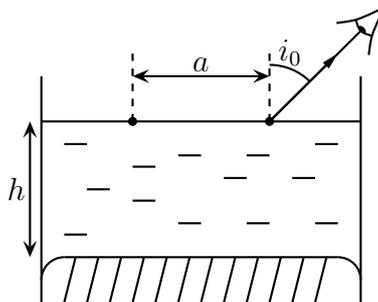
- Déterminer les différences de résultats et d'interprétations lorsqu'on utilise les deux méthodes précédentes avec des miroirs sphériques.

INCIDENCE DE BREWSTER

Une surface plane sépare l'air d'un milieu d'indice n . Pour quelle valeur de l'angle d'incidence le rayon réfléchi est-il perpendiculaire au rayon réfracté ?

MESURE D'INDICE

Deux fils parallèles, distants de a sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice n grâce à des flotteurs (non représentés sur la figure). Le liquide est placé dans un récipient dont le fond est garni de mercure, formant un miroir plan. Soit h la hauteur du liquide au-dessus du mercure ; cette hauteur est réglable grâce à un dispositif à vases communicants.



On observe l'un des fils sous une incidence i_0 donnée et on règle h de façon que l'image de l'autre fil coïncide avec le fil observé.

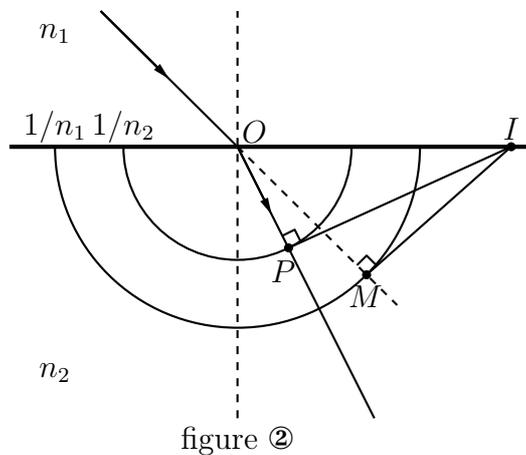
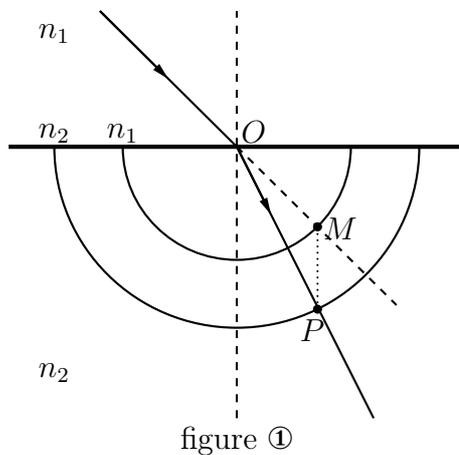
Donner l'expression de n en fonction de i_0 , a et h .

RAYONS RÉFRACTÉS

Montrer que les deux constructions suivantes permettent de tracer le rayon réfracté.

► **Première méthode** Voir figure ①

- tracer les cercles de rayons n_1 et n_2 ;
- soit M l'intersection du rayon incident avec le cercle de rayon n_1 ;
- soit P l'intersection du cercle de rayon n_2 et de la droite orthogonale à la surface de séparation passant par M ;
- le rayon réfracté n'est autre que OP .



► **Deuxième méthode** Voir figure ②

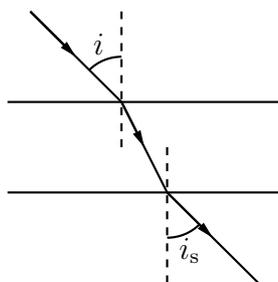
- tracer les cercles de rayons $1/n_1$ et $1/n_2$;
- soit M l'intersection du rayon incident avec le cercle de rayon $1/n_1$;
- tracer la tangente en M au cercle de rayon $1/n_1$;
- soit I le point d'intersection de la tangente avec la surface de séparation ;
- tracer la tangente au cercle de rayon $1/n_2$ et passant par I ;
- soit P l'intersection du cercle de rayon $1/n_2$ et de la seconde tangente tracée ;
- le rayon réfracté n'est autre que OP .

LOIS DE SNELL-DESCARTES

En se rappelant que la lumière suit le chemin le plus rapide, démontrer les deux lois de SNELL-DESCARTES concernant l'angle du rayon réfléchi et l'angle du rayon réfracté.

LAME À FACES PARALLÈLES

Un rayon lumineux arrive sur une lame à faces parallèles.



Déterminer l'angle de sortie du rayon. Application pratique ?

NARCISSE

Un homme de $L = 1,80$ m se regarde dans un miroir de hauteur H dont la base se situe à la hauteur h du sol.

1. Sachant que ses yeux sont à $\ell = 1,70$ m du sol, quelles sont les conditions sur H et h pour que l'homme puisse admirer son image en entier sachant qu'il se tient à $d = 50$ cm de la glace ?
2. Ces conditions ne sont pas respectées. Que doit faire l'homme pour se voir en entier ?

AVEC UN MICROSCOPE

Sur la platine d'un microscope M , on dispose une lame de verre L_1 horizontalement. La hauteur de M , d'axe vertical (Oz) peut être réglée grâce à une vis micrométrique graduée. Ayant mis au point sur les poussières recouvrant L_1 , l'indication de la vis est $z_0 = 0,000$ mm. On recouvre alors L_1 d'une autre lame de verre L_2 d'indice n . Pour mettre au point sur les mêmes poussières que précédemment, il faut remonter M , la vis indique alors $z_1 = 0,364$ mm. On fait ensuite le point sur les poussières recouvrant la face supérieure de L_2 . La vis indique $z_2 = 0,982$ mm.

Donner l'expression littérale de n en fonction de z_0 , z_1 et z_2 . Faire l'application numérique.

Rappel : un microscope est un appareil optique fonctionnant de telle sorte que, pour un utilisateur donné, il ne donne une image nette uniquement de ce qui se trouve à une distance d , inconnue mais constante, de l'objectif.

OEIL DE CHAT

1. Deux miroirs forment un angle droit. On leur associe les axes (Ox) et (Oy). Un rayon lumineux contenu dans le plan (Oxy) arrive sur ces miroir. Il est décrit par le vecteur directeur $\vec{u}(x_i, y_i)$. Que devient ce vecteur directeur après réflexion sur les deux miroirs ?
2. Trois miroirs forment un trièdre droit, *i.e.* ils forment trois faces d'un cube ayant un sommet en commun. Un rayon lumineux arrive sur ce dispositif.
Comment est réfléchi ce rayon après une réflexion sur chacun des trois miroirs ? Application pratique ?

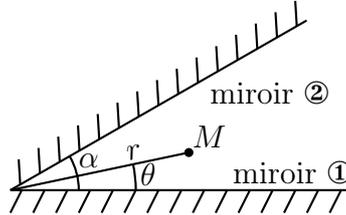
MIROIR TOURNANT

Soit un rayon lumineux arrivant sur un miroir plan et le rayon réfléchi correspondant.

De quel angle le rayon réfléchi tourne-t-il quand le miroir tourne d'un angle α ?

DEUX MIROIRS

Deux miroirs plans forment un angle α . Une source ponctuelle est en M repérée par ses coordonnées polaires r et θ .



1. Soit un point (r_0, θ_0) .
Quelles sont les coordonnées (r_1, θ_1) et (r_2, θ_2) de son image respectivement par le miroir 1 et le miroir 2 ?
2. En déduire les coordonnées des images d'un point de coordonnées (r_0, θ_0) donnée par une réflexion sur chaque miroir. On distinguera les cas suivant l'ordre des miroirs donnant les images.
3. Déterminer les coordonnées des images de M après un nombre quelconque de réflexions. On distinguera à la fois suivant que le premier miroir est le 1 ou le 2 et suivant la parité totale du nombre de réflexions.
4. À partir des expressions obtenues, déterminer un ensemble de paramètres permettant d'obtenir une image située entre les deux miroirs.
5. Pourquoi le résultat mathématiquement possible à la question précédente est-il physiquement impossible ? Que doit-on en conclure ?

AMATEUR DE POISSON

1. Un observateur se situant à 20 cm de la paroi d'un aquarium de salon observe un poisson réellement situé à 1,00 m droit devant lui.
À quelle distance l'animal semble-t-il être pour l'observateur ?
2. Ce même amateur de poisson visite un parc aquatique où les aquariums ont une épaisseur de verre de 60 cm. Toujours situé à 20 cm devant la vitre, il observe un squalo réellement à 1,00 m devant lui.
À quelle distance le poisson semble-t-il être pour l'observateur ?

Données : les indices de l'air, de l'eau et du verre sont respectivement de $n_{\text{air}} = 1,00$; $n_{\text{eau}} = 1,33$ et $n_{\text{verre}} = 1,50$.

AVEC UN MICROSCOPE

Sur la platine d'un microscope M , on dispose une lame de verre L_1 horizontalement. La hauteur de M , d'axe vertical (Oz) peut être réglée grâce à une vis micrométrique graduée. Ayant mis au point sur les poussières recouvrant L_1 , l'indication de la vis est $z_0 = 0,000$ mm. On recouvre alors L_1 d'une

autre lame de verre L_2 d'indice n . Pour mettre au point sur les mêmes poussières que précédemment, il faut remonter M , la vis indique alors $z_1 = 0,364$ mm. On fait ensuite le point sur les poussières recouvrant la face supérieure de L_2 . La vis indique $z_2 = 0,982$ mm.

Donner l'expression littérale de n en fonction de z_0 , z_1 et z_2 . Faire l'application numérique.

Rappel : un microscope est un appareil optique fonctionnant de telle sorte que, pour un utilisateur donné, il ne donne une image nette uniquement de ce qui se trouve à une distance d , inconnue mais constante, de l'objectif.

AMATEUR DE POISSON

1. Un observateur se situant à 20 cm de la paroi d'un aquarium de salon observe un poisson réellement situé à 1,00 m droit devant lui.

À quelle distance l'animal semble-t-il être pour l'observateur ?

2. Ce même amateur de poisson visite un parc aquatique où les aquariums ont un épaisseur de verre de 60 cm. Toujours situé à 20 cm devant la vitre, il observe un squalo réellement à 1,00 m devant lui.

À quelle distance le poisson semble-t-il être pour l'observateur ?

Données : les indices de l'air, de l'eau et du verre sont respectivement de $n_{\text{air}} = 1,00$; $n_{\text{eau}} = 1,33$ et $n_{\text{verre}} = 1,50$.

FOCOMÉTRIE : MÉTHODE DE BESSEL

On dispose d'un objet AB dont on veut projeter une image $A'B'$ sur un écran situé à la distance D de (AB) . Pour ce faire, on dispose d'une lentille convergente de distance focale f' .

1. Montrer qu'une projection n'est possible que si $D \geq 4f'$.
2. Montrer que si $D > 4f'$, il existe deux positions de la lentille permettant d'obtenir une image nette de AB sur l'écran (E) et que ces deux positions sont distantes de d telle que :

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

3. La méthode de Bessel découle du calcul précédent : on mesure D et d et on en déduit f' .

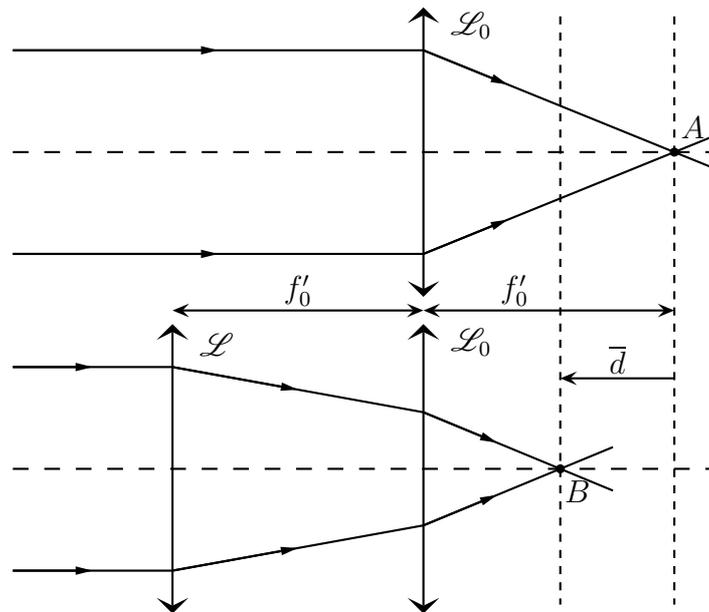
La méthode de Bessel, appliquée à une certaine lentille, a conduit aux résultats suivants :

D (cm)	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0	85,0	90,0
d (cm)	14,3	22,6	29,7	35,1	41,9	47,6	53,5	59,0

Calculer la distance focale f' de la lentille utilisée et évaluer l'incertitude sur le résultat sachant que les mesures sont faites à 5 mm près.

FOCOMÉTRIE : MÉTHODE DE BADAL

On cherche à déterminer la distance focale f' d'une lentille \mathcal{L} inconnue à l'aide d'une lentille \mathcal{L}_0 de distance focale f'_0 connue. On repère tout d'abord l'image A que donne \mathcal{L}_0 d'un objet à l'infini. On positionne ensuite \mathcal{L} dans le plan focal objet de \mathcal{L}_0 . On repère alors l'image B donnée par l'ensemble $\{ \mathcal{L} + \mathcal{L}_0 \}$ et on note $\bar{d} = \overline{AB}$.



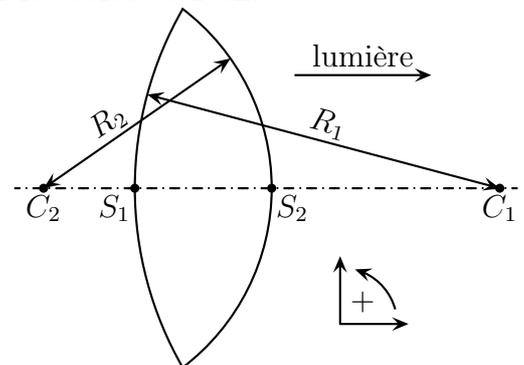
1. Montrer que la distance focale f' peut s'exprimer en fonction de \bar{d} et de f'_0 .
2. Y a-t-il des conditions à respecter sur f' et f'_0 pour pouvoir réaliser expérimentalement cette méthode ?

RÉALISATION D'UN ACHROMAT

On définit la constringence ν d'une lentille de la manière suivante : $\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$ où n_D (resp. n_F et n_C) est l'indice pour la radiation jaune D (resp. rouge F et bleue C) du sodium (resp. de l'hydrogène).

On dispose de deux verres dont les indices sont donnés par le tableau suivant :

Radiation	λ (nm)	Crown B. 1864	Flint C. 8132
C	656,3	1,515 52	1,674 82
D	587,6	1,518 00	1,681 00
F	486,1	1,523 55	1,696 07



Dans le crown B. 1864, on taille une lentille mince \mathcal{L}_1 biconvexe de diamètre $D = 8,0$ cm ; les rayons de courbures sont $R_1 = 0,300$ m et $R_2 = 2,02$ m. On admet que la vergence d'une lentille est donnée par $V = \left(\frac{1}{S_1 C_1} - \frac{1}{S_2 C_2} \right) (n - 1)$ avec les conventions représentées ci-dessus.

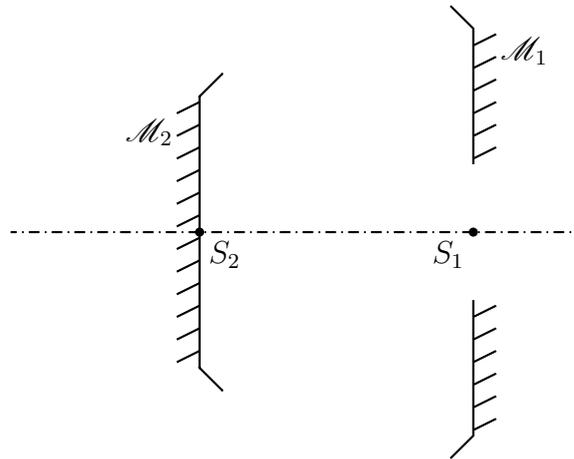
1. En considérant que la distance focale d'une lentille est celle de la raie D, calculer la distance focale f'_1 de cette lentille.
2. Exprimer l'aberration chromatique principale longitudinale $\Delta f'_1 = f'_1(C) - f'_1(F)$ en fonction de f'_1 et de la constringence ν_1 du crown.
3. Un faisceau de lumière blanche, cylindrique, parallèle à l'axe optique de la lentille, recouvre toute la face d'entrée. L'intersection par un plan de front du faisceau émergent est, au voisinage du foyer image, un cercle irisé.

Évaluer la valeur minimale ρ du rayon de ce cercle (ρ est l'aberration chromatique principale transversale).

4. On veut réaliser un doublet achromatique en accolant à \mathcal{L}_1 une lentille mince \mathcal{L}_2 réalisée en flint C. 8132, de façon que les foyers F et C du doublet ainsi constitué coïncident.
 - (a) Montrer que \mathcal{L}_2 est divergente; calculer la distance focale f'_2 de \mathcal{L}_2 et la distance focale f' du doublet achromatique.
 - (b) Les faces en regard ont même rayon de courbure, soit 2,02 m. Calculer le rayon de courbure R'_2 de l'autre face de \mathcal{L}_2 .

TÉLESCOPE

Un miroir concave \mathcal{M}_1 , à bord circulaire, de sommet S_1 et de distance focale $|f_1| = 7,2$ m est percé d'une petite ouverture centrée sur l'axe de \mathcal{M}_1 en S_1 . Un miroir concave \mathcal{M}_2 de sommet S_2 de même axe que le précédent donne de l'image d'un astre fournie par \mathcal{M}_1 une image agrandie trois fois ($|\gamma_2| = 3,0$) située dans le plan de front de S_1 (plan passant par S_1 et perpendiculaire à l'axe).



1. Déterminer la position et distance focale f_2 de \mathcal{M}_2 .
2. Déterminer la position et le grandissement dans ce système d'un objet placé sur l'axe à 9,0 m en avant de S_2 .
3. Quel peut être l'avantage ou l'inconvénient d'utiliser un miroir \mathcal{M}_2 concave par rapport à un miroir convexe?

OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE

Un objectif photographique est constitué d'une lentille convergente \mathcal{L}_1 de centre O_1 , de distance focale image $f'_1 = O_1F'_1 = 75$ mm. La pellicule II est placée dans le plan focal image de l'objectif. On ajoute à cet objectif deux lentilles additionnelles :

- une lentille \mathcal{L}_2 divergente, de centre O_2 et de distance focale $f'_2 = -25$ mm, que l'on accole à \mathcal{L}_1 ; on a ainsi $O_2 = O_1$.
- une lentille \mathcal{L}_3 convergente, de centre O_3 et de distance focale $f'_3 = 100$ mm, que l'on fixe devant le système $\{\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2\}$.

La distance O_3O_1 est évidemment réglée de manière à ce que l'image d'un objet éloigné soit nette sur la pellicule.

1. Faire un schéma représentant des lentilles avec les positions relatives des centres optiques et des foyers.
Compléter ce schéma par un tracé de rayons définissant la position du foyer image F' de ce téléobjectif constitué par l'ensemble $\{ \mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_3 \}$.
2. Déterminer analytiquement et numériquement l'encombrement de cet appareil, c'est-à-dire la distance du centre O_3 de la lentille \mathcal{L}_3 à la pellicule Π .
3. Déterminer numériquement la grandeur $\overline{A'B'}$ de l'image d'une tour \overline{AB} de 60 m de hauteur, située à une distance $d = 3,0$ km de l'objectif.
4. Déterminer numériquement l'encombrement d'un appareil qui aurait comme objectif une seule lentille donnant une image de même grandeur. Conclusion.

VISEUR À FRONTALE FIXE

L'œil voit sans accommoder les objets situés à l'infini et en accommodant les objets situés à une distance supérieure à $d_0 = 12,5$ cm, distance minimale de vision distincte.

Un viseur constitué d'un objectif \mathcal{L}_1 (assimilable à une lentille mince convergente de distance focale $f'_1 = 10$ cm et de diamètre $d_1 = 3,0$ cm) et d'un oculaire \mathcal{L}_2 (assimilable à une lentille mince convergente de distance focale $f'_2 = 2,0$ cm).

Le viseur est réglé de façon à viser à $d = 20$ cm de la face d'entrée de l'objectif (c'est-à-dire que l'œil regardant à travers le viseur voit nettement et sans accommoder les objets situés dans le plan de front situé à 20 cm devant \mathcal{L}_1).

1. Déterminer numériquement la distance ℓ entre \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 .
2. Déterminer numériquement la position et le diamètre du cercle oculaire, c'est-à-dire de l'image de l'objectif donnée par l'oculaire.
3. Soit AB un petit objet du plan de front situé à 20 cm en avant de \mathcal{L}_1 et α' l'angle sous lequel l'observateur voit AB à travers le viseur. Calculer le rapport $P = \frac{\alpha'}{AB}$.
4. Quelle région de l'espace objet l'observateur peut-il voir en accommodant à travers le viseur ?
 - (a) On supposera l'œil placé dans le plan focal image \mathcal{L}_2 .
 - (b) On supposera l'œil placé contre la lentille \mathcal{L}_2 .
5. Préciser le rôle du réticule dans le viseur.

SYSTÈME CATADIOPTRIQUE

On considère le système constitué par une lentille mince convergente de distance focale $f' = 1,5$ m et d'un miroir sphérique concave de rayon $R = 1,0$ m de même axe optique.

Déterminer le miroir équivalent dans le cas où les deux systèmes sont accolés.

CORRECTION DE MYOPIE ET D'HYPERMÉTROPIE

1. Un œil myope a son punctum proximum à 12 cm et son punctum remotum à 1,2 m. Le centre optique de la lentille équivalente est à 15,2 mm de la rétine.
Entre quelles limites la distance focale de cet œil varie-t-elle ?

Déterminer la vergence de la lentille cornéenne qu'il faut lui adjoindre pour le permettre une bonne vision de loin.

Où se situe alors le *ponctum proximum* de l'œil corrigé ?

- Un œil hypermétrope a une distance focale image au repos de 15,1 mm. Le centre optique de la lentille équivalente est à 14,1 mm de la rétine.

Déterminer la vergence de la lentille cornéenne qu'il faut lui adjoindre pour le permettre une bonne vision.

LUNETTE DE GALILÉE

Une lunette de Galilée est formé d'un objectif assimilable à une lentille mince convergente \mathcal{L}_1 de distance focale image $f'_1 = 50$ cm et d'un oculaire assimilable à une lentille mince divergente \mathcal{L}_2 de distance focale image $f'_2 = -5,0$ cm. La lunette est réglée à l'infini.

- Quelles sont alors les positions relatives des deux lentilles ?

Dessiner la marche d'un rayon lumineux issu d'un point situé à l'infini.

Déterminer le grandissement angulaire de la lunette (rapport de l'angle sous lequel l'image d'un objet est vue à travers la lunette et de l'angle sous lequel l'objet est vu à l'œil nu).

La lunette étant réglée à l'infini, sous quel angle voit-on une tour de 10 m situé à 2,0 km ?

- L'observateur a la curiosité de retourner la lunette sans modifier son réglage ; il vise la tour ainsi retournée.

Sous quel angle apparaît-elle ?

MICROSCOPE

Un microscope est modélisé par deux lentilles minces convergentes de même axe optique. L'une \mathcal{L}_1 (objectif) de distance focale image $f'_1 = 5,0$ mm, l'autre \mathcal{L}_2 (oculaire) de distance focale image $f'_2 = 25$ mm. Le foyer image F'_1 de l'objectif et le foyer objet F_2 de l'oculaire sont écartés de $\ell = 25$ cm.

- Un observateur, l'œil placé au foyer image de l'oculaire, étudie un petit objet AB disposé dans un plan de front, le point A étant situé sur l'axe optique.

Où doit-être situé A pour que l'œil effectue l'observation sans accommoder ?

Représenter la marche d'un pinceau lumineux étroit issu du point B .

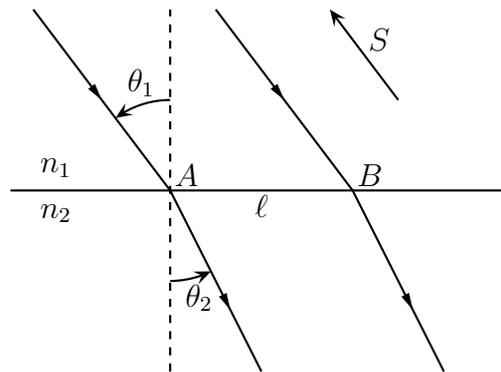
Calculer le grandissement angulaire G , rapport entre l'angle sous lequel est vu l'objet AB et l'angle sous lequel celui-ci serait vu à l'œil nu s'il était placé au *ponctum proximum* d'un œil normal (donc situé à $d_{PP} = 25$ cm).

- En accommodant, l'œil peut observer nettement un objet situé entre son *ponctum proximum* et l'infini.

De combien peut-on modifier la distance entre l'objectif et l'oculaire si l'on veut toujours pouvoir observer nettement l'objet AB à travers le microscope (latitude de mise au point) ?

RÉFRACTION D'UNE ONDE PLAN

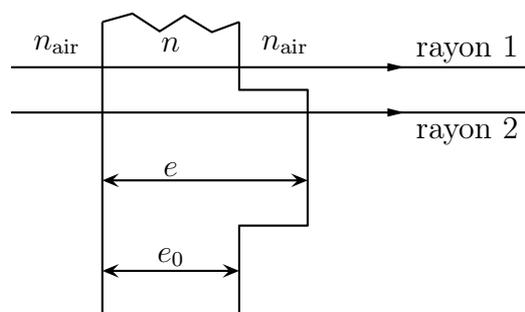
Une onde plane monochromatique émise par une source S tombe sur un dioptré plan séparant le milieu d'indice n_1 contenant la source, d'un milieu d'indice n_2 . On note θ_1 l'angle d'incidence sur le dioptré et θ_2 l'angle de réfraction.



- En faisant apparaître le point H situé sur le rayon passant par B tel que $(SA) = (SH)$, trouver une expression de $(SB) - (SA)$ en fonction de $\ell = AB$.
Trouver de même une expression de $(SB) - (SA)$ en fonction de ℓ et θ_2 .
Montrer que l'on retrouve la loi de la réfraction liant θ_1 et θ_2 .
- On suppose que l'onde incidente et l'onde réfractée ont la même phase en A .
Montrer alors qu'il en est de même en tout point du dioptre.

DÉFAUT SUR UNE LAME DE VERRE

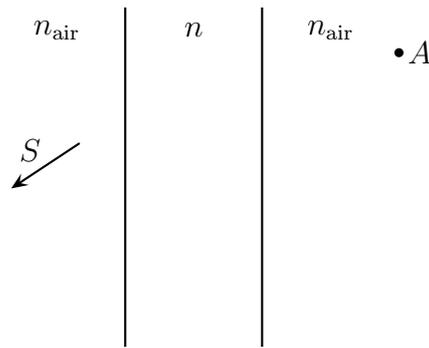
Une lame de verre parfaitement transparente, à faces parallèles, d'indice de réfraction n et de faible épaisseur e_0 , comporte un petit défaut localisé où l'épaisseur devient e . Elle est éclairée par un faisceau de lumière parallèle issu d'une source monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 .



- Déterminer le déphasage à l'infini entre les rayons 1 et 2.
- Représenter sur une figure une surface d'onde avant la traversée de la lame et une surface d'onde après la traversée de la lame. En préciser les caractéristiques.

LAME À FACES PARALLÈLES

Une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n est interposée entre une source S située à l'infini dans l'air, d'indice n_{air} , et un point A aussi situé dans l'air.



1. Tracer soigneusement sur la figure ci-dessus le rayon lumineux, issu de S , qui arriverait en A en l'absence de lame, ainsi que le rayon qui arrive en A en présence de celle-ci.
2. On s'intéresse à la grandeur $\delta_{\text{lame}} = (SA)_{\text{avec lame}} - (SA)_{\text{sans lame}}$, différence des chemins optiques entre S et A en présence et en l'absence de la lame (ces chemins optiques sont infinis).

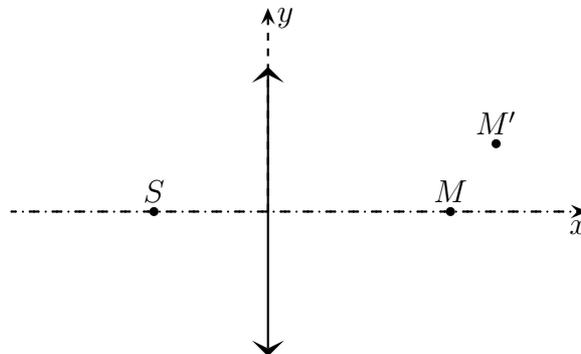
Montrer que $\delta = e (n \cos r - n_{\text{air}} \cos i)$ où i est l'angle d'incidence des rayons lumineux sur la lame et r l'angle de réfraction.

Vérifier le résultat dans le cas où $i = 0$.

Donner une expression approchée de δ au deuxième ordre lorsque l'angle i est très petit.

DIFFÉRENCE DE MARCHE AVEC UNE LENTILLE

La lentille \mathcal{L} est en verre d'indice n et a une épaisseur e au niveau de son centre optique O . Sa distance focale image est f' . Soient M et M' deux points dont les coordonnées dans le repère Oxy sont respectivement $(x,0)$ et (x',y') . Une source S est placée devant \mathcal{L} sur l'axe Ox .



1. On suppose que $OS = f'$.
Construire les rayons issus de S qui parviennent en M et en M' .
Exprimer les chemins optiques (SM) et (SM') .
2. Mêmes questions avec $OS = \frac{3f'}{2}$.

TRAIN D'ONDES

On considère une raie spectrale de longueur d'onde moyenne λ_0 , de largeur $\Delta\lambda$ et créant un train d'onde de longueur L_c .

1. Montrer que $\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{L_c}$.
2. Une raie spectrale d'une lampe au cadmium a pour caractéristique $\lambda_0 = 643,8 \text{ nm}$ et $\Delta\lambda = 1,3 \text{ pm}$.
Quelle est sa couleur ?
Calculer L_c , τ_c ainsi que le nombre moyen d'oscillations par train d'onde.

FAISCEAU LASER

Un laser, de puissance lumineuse $\mathcal{P} = 5,0 \text{ mW}$, émet un fin pinceau lumineux sensiblement parallèle, de longueur d'onde $632,8 \text{ nm}$, non polarisé. La répartition radiale d'éclairement est supposée gaussienne, c'est-à-dire modélisable par

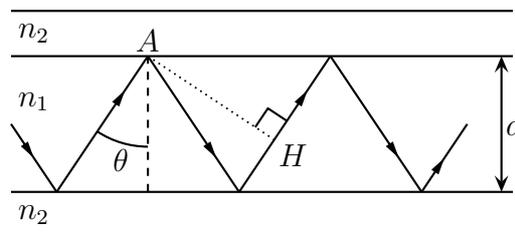
$$\mathcal{E}(w) = \mathcal{E}_0 \exp\left(-\left(\frac{w}{w_0}\right)^2\right)$$

où w est la distance à l'axe et $w_0 = 1,0 \text{ mm}$ s'appelle le diamètre (en anglais *waist*) du laser.

1. Représenter la fonction $\mathcal{E}(w)$.
Déterminer l'éclairement \mathcal{E}_0 .
2. On élargit le faisceau laser à l'aide d'un dispositif afocal pour lui donner un diamètre de $w'_0 = 10 \text{ cm}$.
Que devient alors l'éclairement ?
3. On limite alors le faisceau à l'aide d'un diaphragme de diamètre égal à $4,0 \text{ cm}$.
Quelle erreur relative commet-on sur l'éclairement en considérant que le faisceau obtenu est une onde plane ?

FIBRE OPTIQUE

Un fibre optique est modélisée par une lame de verre d'épaisseur d et d'indice n_1 placée entre deux couches de verre d'indice $n_2 < n_1$. Les rayons lumineux suivent des trajets compris dans un plan perpendiculaire à la lame, du type de celui qui est représenté sur la figure ci-dessous.



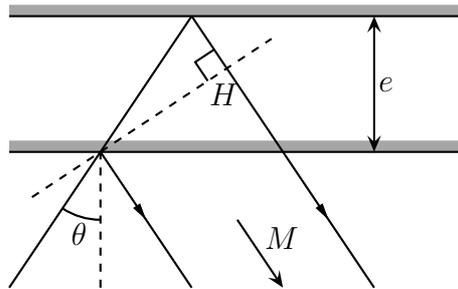
1. À quelle condition portant sur l'angle θ le rayon est-il confiné dans la lame d'indice n_1 ?
2. Pour qu'il y ait propagation de l'énergie, l'onde doit être en phase aux points A et H de la figure.
En déduire une nouvelle condition sur l'angle θ .

3. Chaque valeur de θ correspond à un mode de propagation.

Calculer le nombre de mode possibles si $d = 50 \mu\text{m}$, $\lambda_0 = 0,50 \mu\text{m}$, $n_1 = 1,5$ et $n_2 = 1,4$.

DIFFÉRENCE DE MARCHE AVEC UNE LAME D'AIR

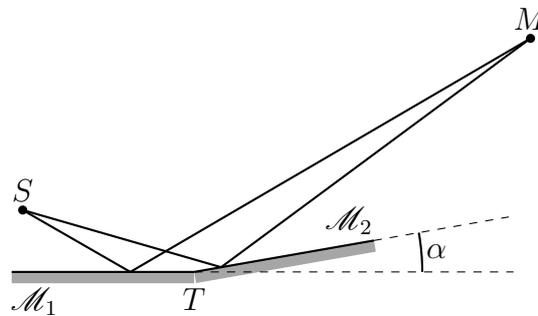
Retrouver à l'aide de la construction géométrique ci-dessous l'expression de la différence de marche au point M situé à l'infini pour un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.



MIROIRS DE FRESNEL

On considère le dispositif interférentiel ci-dessous. Les rayons qui interfèrent sont issus de la même source ponctuelle S et sont réfléchis respectivement par le miroir \mathcal{M}_1 et par le miroir \mathcal{M}_2 formant un angle α avec le premier. On place un écran à une distance D de l'arête T .

On prendra : $\alpha = 0,1^\circ$, $D = 1,8 \text{ m}$, $ST = 0,20 \text{ m}$, $\lambda = 589 \text{ nm}$.

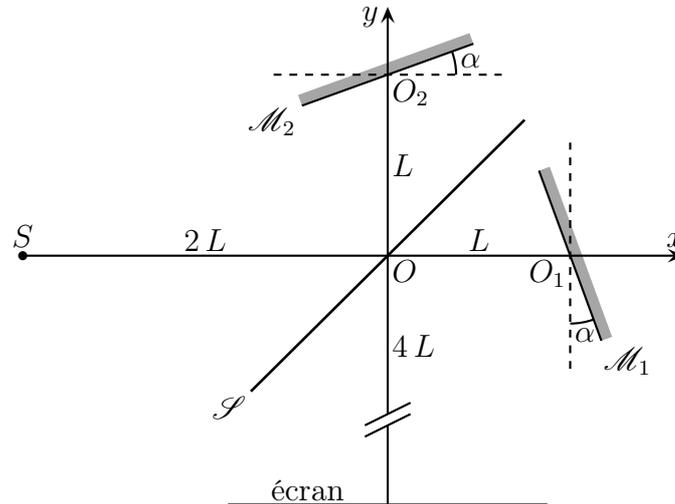


- Déterminer précisément la position des sources fictives S_1 et S_2 d'où proviennent les rayons qui interfèrent en M .
En déduire le montage équivalent et, notamment la position de l'écran par rapport aux sources fictives puis au dispositif.
- Calculer la largeur du champ d'interférence sur l'écran.
- Déterminer la loi de répartition de l'intensité $I(x)$ sur l'écran. On notera I_0 l'intensité maximale et on prendra $x = 0$ pour le point où la différence de marche est nulle.
- Calculer le nombre de franges brillantes observées et le nombre de franges noires.
Qu'observe-t-on sur l'écran ?
- La source est maintenant une source de lumière blanche : $400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$. On se place en $x = 3,0 \text{ mm}$.
Quelles sont les longueurs d'ondes éteintes ?

INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON EN COIN D'AIR

On considère un interféromètre de MICHELSON éclairé par une source ponctuelle. L'appareil étant réglé au contact optique avec $OO_1 = OO_2 = L$, on tourne les deux miroirs du même angle α dans le même sens autour des axes O_1z et O_2z .

La source ponctuelle S est placée à la distance $2L$ de O . On observe les phénomènes d'interférences sur un écran situé à la distance $4L$ de O .



- Déterminer les deux sources secondaires S_1 et S_2 dont semblent provenir les vibrations qui interfèrent en un point M de l'écran.

Exprimer $a = S_1S_2$ ainsi que la distance D entre le milieu I de S_1S_2 et l'écran en fonction de L et α .

A.N. : calculer a et D avec $L = 0,25$ m et $\alpha = 1,0 \cdot 10^{-3}$ rad.

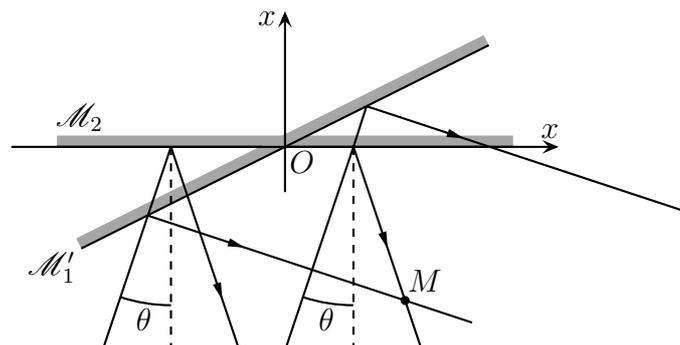
- La source est monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 0,633$ μm .

Qu'observe-t-on sur l'écran ?

Calculer numériquement une distance caractéristique de la figure d'interférence.

LOCALISATION DES INTERFÉRENCES POUR UN COIN D'AIR

Un interféromètre de Michelson, réglé en coin d'air d'angle α reçoit une onde plane monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 . L'onde arrive avec un angle d'incidence θ pouvant varier sur le miroir \mathcal{M}_2 .



- Déterminer les vecteurs d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 des ondes réfléchies par les miroirs \mathcal{M}'_1 et \mathcal{M}_2 .
Exprimer l'ordre d'interférence $p(x,y,\theta)$ en un point M en fonction des coordonnées x et y de ce point et de l'angle θ . On remarquera que les deux ondes réfléchies sont en phase au point O .
- Déterminer l'équation de la surface Σ sur laquelle $\frac{\partial p}{\partial \theta}$ est nul. Il s'agit d'une surface de contraste maximal lorsqu'on utilise une source légèrement étendue à l'infini dans la direction θ .
Comparer ce résultat à celui vu en cours.
- On utilise une source légèrement étendue située à l'infini et l'angle d'incidence varie entre $\theta - \frac{\delta\theta}{2}$ et $\theta + \frac{\delta\theta}{2}$.
 - Exprimer la variation δp de l'ordre d'interférence en un point M de Σ en fonction de θ , α , $\delta\theta$ et de la coordonnée x de ce point. On calculera d'abord $\frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2}$ en ce point.
 - On admet que les franges ne sont pas brouillées si $\delta p < \frac{1}{2}$.
Quelle est l'étendue $\delta\theta_{\max}$ maximale qui permet de voir des franges non brouillées sachant que $-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$ où d est le diamètre des miroirs?
A.N. : calculer $\delta\theta_{\max}$ avec $d = 2,0$ cm, $\lambda_0 = 590$ nm, $\alpha = 0,50 \cdot 10^{-3}$ rad, $\theta = 0$.

ANNEAUX D'ÉGALES INCLINAISON

Un interféromètre de MICHELSON est réglé en lame d'air. Il est éclairé par une lampe au mercure devant laquelle on a placé un diaphragme largement ouvert et un filtre interférentiel isolant la raie verte de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 546,1$ nm.

- Où doit-on placer l'écran pour observer des anneaux bien contrastés?
- La distance entre les miroirs est $e = 1,1$ mm et la lentille de projection a une distance focale $f' = 1,0$ m.
Déterminer l'ordre d'interférence p_0 au centre de la figure.
Calculer les rayons ρ_1 et ρ_2 des deux premiers anneaux brillants.
- On diminue la valeur de e .
Comment les anneaux évoluent-ils sur l'écran?
Calculer la valeur e' de e pour laquelle le premier anneau disparaît.
En déduire le rayon ρ'_1 du premier nouvel anneau et le comparer au rayon de l'anneau qui a disparu.
- Cherchant à atteindre le contact optique, on diminue la valeur de e jusqu'à voir sur l'écran une tache de diamètre égal à 10 cm dont l'éclairement, maximal au centre, est uniforme à 10 % près.
Quelle est alors la limite supérieure pour la valeur de e ?

FRANGES D'ÉGALES ÉPAISSEUR

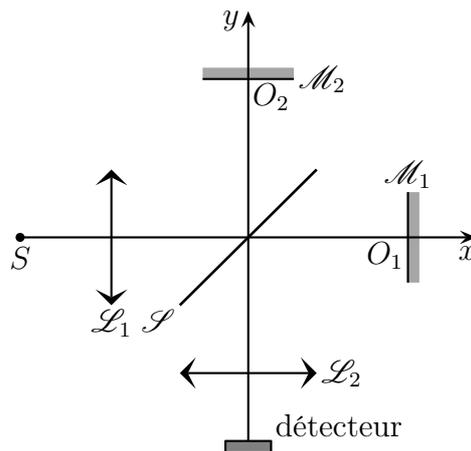
Un interféromètre de Michelson est réglé pour observer les franges du coin d'air. Il est éclairé par une source étendue à l'infini. La figure d'interférences est projetée sur un écran à l'aide d'une

lentille de distance focale $f' = 20$ cm. La distance entre la lentille et l'écran est $D = 1,30$ m. On mesure sur l'écran une interfrange = 4,0 mm. La lumière est monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 546,1$ nm.

1. Quel est l'angle α entre les miroirs ?
2. Combien voit-on de franges si les miroirs ont un diamètre $d = 2,0$ cm ?
3. On joue sur l'orientation des miroirs pour élargir les franges, jusqu'à voir un éclairement uniforme à 10 % près avec un maximum d'éclairement au milieu.
Quel est alors l'angle maximal entre les miroirs ?

MESURE DE L'INDICE DE L'AIR

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et éclairé par une source ponctuelle S , monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 , placée au foyer objet d'une lentille convergente \mathcal{L}_1 d'axe optique (Ox) . Un détecteur, placé au foyer image d'une seconde lentille convergente \mathcal{L}_2 d'axe optique (Oy) délivre une tension $U = k \mathcal{E}$ où \mathcal{E} est l'éclairement qu'il reçoit et k une constante.



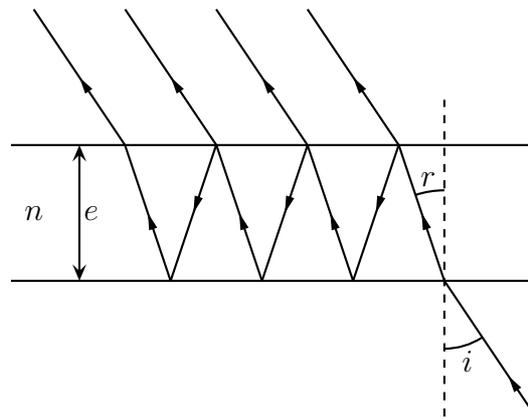
On installe sur le trajet d'un des faisceaux une cuve parallélépipédique fermée, de longueur inférieure h . Sur le trajet de l'autre faisceau on place une cuve identique dont le rôle est de rétablir la symétrie des chemins optiques. On vide alors la première cuve de l'air qu'elle contient avec une pompe et on enregistre le signal donné par le détecteur. L'enregistrement obtenu fait apparaître N oscillations entre la cuve remplie d'air et la cuve entièrement vidée.

Exprimer l'indice de l'air en fonction de N , h , et λ_0 .

A.N. : $N = 46 \pm 0,5$; $h = 5,0$ cm; $\lambda_0 = 632,8$ nm.

FILTRE INTERFÉRENTIEL

Un filtre interférentiel est une lame transparente, d'indice n et d'épaisseur e , dont les faces sont traitées. Elles réfléchissent la lumière avec un coefficient de réflexion en amplitude ρ tel que $\rho \simeq 1$ et la transmettent avec un coefficient de transmission en amplitude τ . Pour un rayon lumineux arrivant sous l'incidence i , ce dispositif donne une infinité de rayons transmis qui ont subi 0, 2, 4, ..., $2p$, ... réflexions à l'intérieur de la lame. Ces réflexions n'introduisent aucun déphasage.



1. Dans cette question $i = 0$.

- Exprimer le déphasage φ entre deux rayons successifs.
- Le nombre de vibrations qui interfèrent étant très élevé, l'intensité transmise sera non nulle uniquement si toutes les ondes qui interfèrent sont en phase. Nous considérerons que le filtre ne laisse passer que les longueurs d'onde pour lesquelles les interférences sont constructives.

Quelle épaisseur doit avoir la lame pour que la seule radiation visible soit la raie verte du mercure de longueur d'onde $\lambda = 546 \text{ nm}$? On prendra $n = 1,50$.

2. Dans cette question $i \neq 0$.

- Exprimer le déphasage φ entre deux rayons transmis successifs en fonction de l'angle r et de l'indice n .
- De quel couleur apparaît le filtre de la question 1 lorsqu'on regarde à travers sous un angle $i = 60^\circ$?
- Calculer l'amplitude complexe à l'infini du rayon transmis ayant subi p réflexions sur chaque face en fonction de l'amplitude A_0 du rayon incident, ρ , τ et φ .

Exprimer l'éclairement \mathcal{E} transmis en fonction de l'éclairement \mathcal{E}_0 de l'onde incidente, de ρ et de φ .

Calculer numériquement $\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}$ pour $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi$ avec $\rho = 0,95$.

Tracer la courbe $\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}$ en fonction de φ . Commenter.

Évaluer la largeur $\Delta\lambda$ de la bande passante du filtre.

GYROMÈTRE OPTIQUE À EFFET SAGNAC

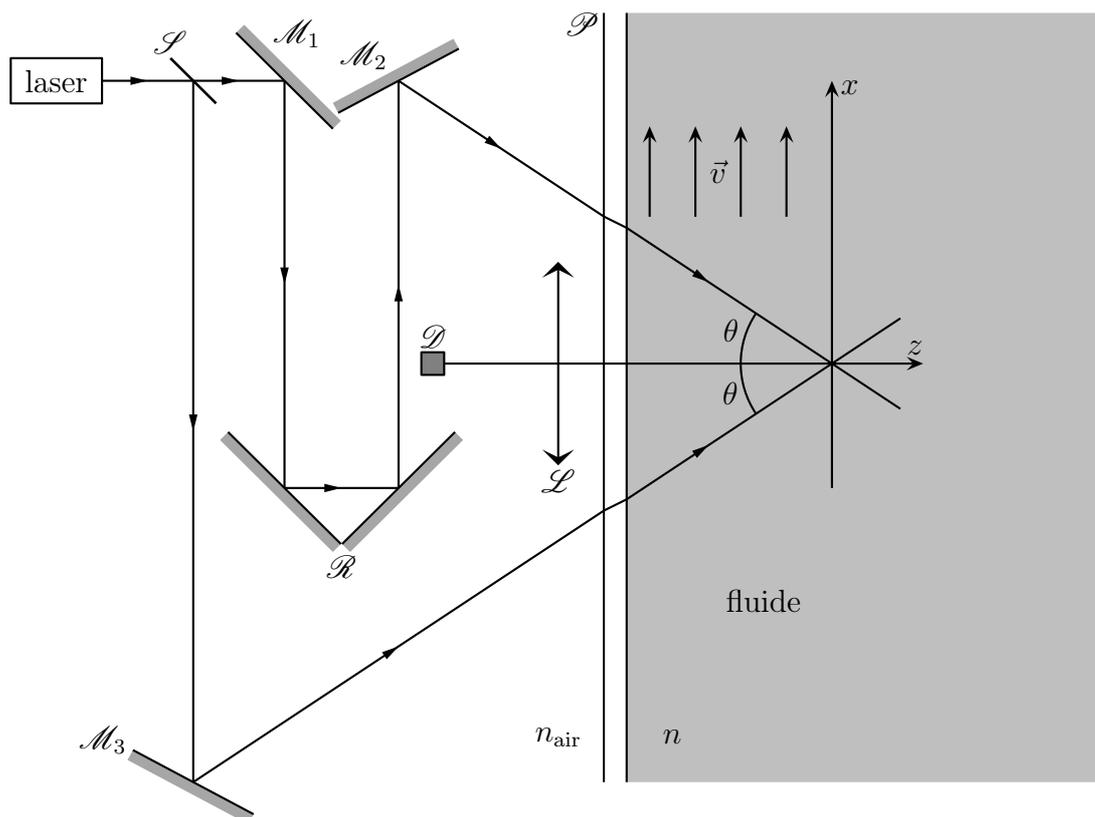
Une fibre optique forme une boucle de diamètre D . Lorsque cette boucle tourne à la vitesse angulaire Ω , une onde se propageant dans la fibre dans le sens de la rotation a son chemin optique diminué de la quantité $\frac{\pi D^2 \Omega}{2c}$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide. C'est l'effet Sagnac. Lorsque la lumière parcourt la fibre en sens inverse de la rotation, l'effet est inversé.

Dans un gyromètre à effet Sagnac (appareil permettant la mesure d'une vitesse de rotation) deux ondes traversent en sens inverse une bobine de fibre optique de diamètre $D = 60 \text{ cm}$ comportant $N = 200$ tours de fibre. Les deux ondes interfèrent ensuite au niveau d'un détecteur. Les trajets des deux ondes en dehors de la fibre sont identiques de telle sorte que la différence de marche au niveau du détecteur est nulle lorsque $\Omega = 0$.

- On envoie dans l'appareil une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0,546 \mu\text{m}$.
Quelle est la couleur de cette lumière ?
Quelle est la plus petite valeur non nulle de Ω pour laquelle le signal fourni par le détecteur est maximal ?
- On envoie dans l'appareil de la lumière blanche et on met à la place du détecteur la fente d'entrée d'un spectroscopie.
Quelle est la plus petite valeur Ω_1 de la vitesse de rotation pour laquelle le spectre de la lumière comporte une cannelure sombre ?
Comment se déplace cette cannelure lorsque Ω augmente à partir de la valeur précédente ?
Pour quelle valeur Ω'_1 de la vitesse de rotation la cannelure disparaît-elle ?
Pour quelle valeur Ω_2 apparaît une nouvelle cannelure ?

VÉLOCIMÉTRIE LASER

On s'intéresse à un dispositif interférentiel destiné à mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide. Le régime d'écoulement est permanent, la vitesse \vec{v} du fluide est uniforme et dirigé suivant l'axe (Ox) .

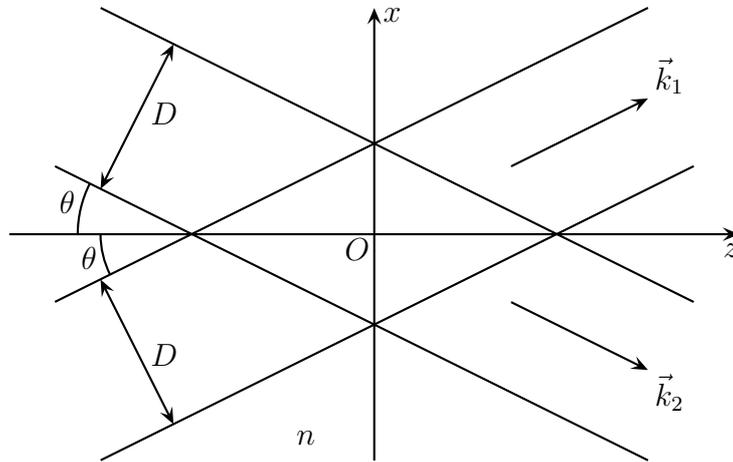


Dans ce montage :

- le faisceau laser est assimilable à une onde plane monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0,53 \mu\text{m}$;
- S est une lame semi-transparente ;
- M_1 , M_2 et M_3 sont des miroirs plans ;
- R est un réflecteur formé par l'association de deux miroirs plans que l'on peut déplacer parallèlement à l'axe (Ox) pour modifier la longueur du trajet de l'onde se réfléchissant sur M_1 et M_2 ;

- \mathcal{P} est la paroi transparente d'une cuve contenant le fluide qui est parfaitement transparent dont l'indice est $n = 1,33$;
- \mathcal{L} est une lentille mince convergente qui envoie les signaux lumineux sur un détecteur \mathcal{D} placé dans le plan conjugué du plan objet (Oxy).

Les faisceaux lumineux ayant suivi les deux voies se recouvrent à l'intérieur du liquide dans le champ d'interférence représenté ci-dessous. Les deux ondes sont supposées planes, de même amplitude A_0 et de vecteurs d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 faisant entre eux l'angle 2θ .



Les deux faisceaux sont cylindriques de diamètre $D = 0,30$ mm.

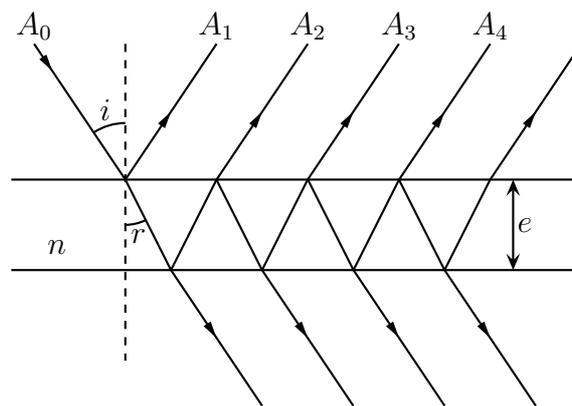
1. On suppose d'abord que \mathcal{R} est dans une position telle que les deux ondes sont en phase en O . Exprimer leur déphasage en un point M du champ d'interférence de coordonnée (x, y, z) . En déduire l'éclairement en M .
Montrer que les surfaces d'éclairement maximum sont des plans équidistants.
Donner la distance d entre ces plans.
Calculer numériquement d si $\theta = \frac{\pi}{6}$.
En déduire le nombre N de franges observables dans le champ d'interférence.
2. Pour mesurer la vitesse du fluide, on y place une petite quantité de particules sphériques (billes de latex). Lorsqu'une de ces particules traverse le champ d'interférences à la vitesse \vec{v} , elle diffuse la lumière; la lumière diffusée est collectée par la lentille \mathcal{L} . Le détecteur fournit alors un signal proportionnel à l'éclairement de la particule.
Quelle est la fréquence ν_s de ce signal?
A.N. : $\nu_s = 30$ Hz, quel est le module v de la vitesse du fluide?
Quel est l'ordre de grandeur de la durée τ du passage de la particule dans le champ d'interférence?
3. Le détecteur reçoit la lumière pendant la durée limitée τ .
Sachant qu'on mesure le nombre N' de périodes du signal durant cette durée avec une incertitude $\Delta N' = 1$, quelle est l'incertitude sur la fréquence ν_s ?
A.N. : $\tau = 29$ s. Calculer $\Delta \nu_s$ ainsi que l'incertitude qui en résulte sur la valeur de v .
4. On déplace \mathcal{R} en lui donnant un mouvement rectiligne uniforme de vitesse \vec{v}_0 parallèle à Ox .
Quel est le déphasage $\Delta\psi$ introduit entre les deux faisceaux à l'instant t si on prend comme origine des temps l'instant où le chariot \mathcal{R} démarre.
Montrer que la frange brillante d'ordre m se déplace suivant l'équation $x_m(t) = x_m(0) - \frac{n_{\text{air}} v_0}{n \sin \theta} t$.
Quelle est la nouvelle fréquence ν'_s du signal détecté?

Dans l'hypothèse où $\frac{n_{\text{air}} v_0}{\sin \theta} < n v$, montrer que la comparaison de ν'_S à ν_S permet de déterminer le sens d'écoulement du fluide.

INTERFÉRENCES AVEC UNE LAME DE VERRE

On rappelle qu'au voisinage de l'incidence normale, lorsqu'une onde monochromatique passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2 , le coefficient de réflexion r (rapport de l'amplitude de l'onde réfléchie à l'amplitude de l'onde incidente) est $r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$ et le coefficient de transmission (rapport de l'amplitude de l'onde transmise à l'amplitude de l'onde incidente) est $t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$.

On considère une lame à faces parallèles, d'indice $n = 1,55$ et d'épaisseur e plongée dans l'air d'indice 1. Un rayon incident donne des réflexions et transmissions successives (voir figure ci-dessous).



1. On appelle A_0 l'amplitude de l'onde incidente et A_i l'amplitude du i -ième rayon réfléchi.

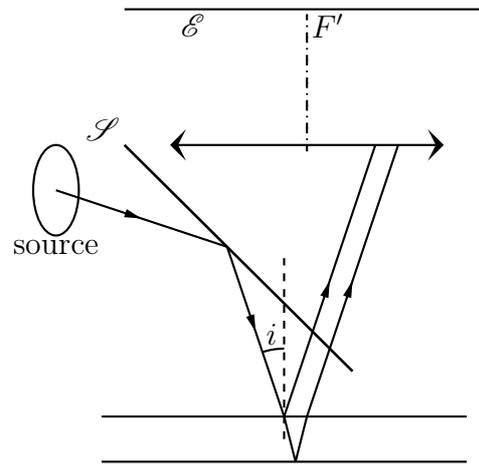
Calculer numériquement $\frac{A_i}{A_0}$ pour i variant de 1 à 4.

Que remarque-t-on pour l'amplitude des deux premiers rayons réfléchis ?

2. Compte tenu du résultat numérique précédent, on s'intéresse aux interférences des ondes véhiculées par les deux premiers rayons réfléchis.

Exprimer le déphasage à l'infini de ces deux ondes en fonction de n , e , r et λ_0 . On remarquera que les deux rayons subissent des réflexions de natures différentes.

On considère le dispositif expérimental de la figure ci-dessous. Une source étendue monochromatique émet de la lumière qui frappe une lame semi-transparente \mathcal{S} renvoyant une partie du faisceau lumineux sur la lame à faces parallèles précédente. La lumière réfléchie par cette lame traverse \mathcal{S} et rencontre une lentille convergente \mathcal{L} de distance focale f' . On place un écran \mathcal{E} dans le plan focal image de \mathcal{L} .



3. En quel point de \mathcal{E} se rencontrent les deux rayons réfléchis par la lame à face parallèle, issus d'un même rayon incident ?

Faire la construction géométrique.

4. Montrer qu'on observe un système d'anneaux concentriques sur l'écran.

Exprimer l'ordre d'interférence p_0 au centre du système d'anneaux en fonction de n , e et λ_0 puis l'ordre d'interférence correspondant à un angle d'incidence i (et donc à un angle de réfraction r).

5. On suppose le centre sombre et les angles faibles.

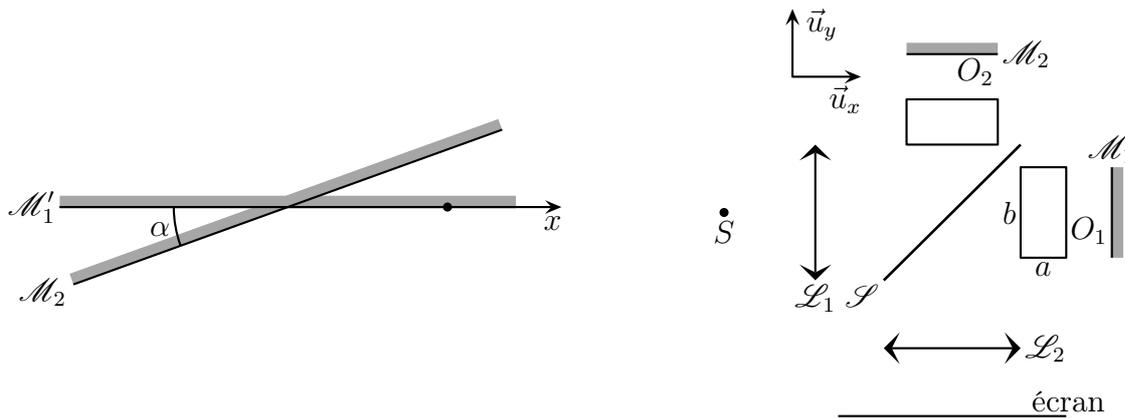
Déduire de ce qui précède le rayon R_k du k -ième anneau sombre en fonction de f' , n , λ_0 , e et k .

A.N. : déterminer e sachant que $R_1 = 3,0$ mm et avec $\lambda_0 = 0,59$ μm ; $f' = 20$ cm ; $n = 1,55$.

MESURES DE TRÈS FAIBLES VARIATIONS D'INDICE

Un interféromètre de Michelson est réglé en coin d'air d'angle $\alpha \simeq 10^{-3}$ rad et est éclairé en lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 590$ nm avec une source **étendue** en éclairage quasi-parallèle. On rappelle que les franges obtenues sont alors **localisées** au voisinage des miroirs et qu'il s'agit de franges d'égale épaisseur pour lesquelles la différence de marche au point M vaut $\delta = 2\alpha x$.

Dans l'un des bras de l'interféromètre, on intercale une cuve parallélépipédique de longueur c selon la verticale \vec{u}_z et de section rectangulaire de cotés $a = 1,0$ cm et b respectivement selon \vec{u}_x et \vec{u}_y . Cette cuve contient un solvant d'indice n_0 et des cristaux d'une substance soluble ; du fait que la concentration en solvant varie selon la verticale l'indice optique du liquide dans la cuve varie légèrement avec z selon une loi de la forme $n(z) = n_0 + n_1 \exp\left(-\frac{z^2}{d^2}\right)$ où $n_1 \simeq 10^{-4}$ est une constante et d une distance augmentant lentement au cours du temps. Dans l'autre bras, on intercale une cuve compensatrice identique contenant uniquement le solvant. On admettra que les rayons lumineux traversent les cuves sous incidence normale sur une épaisseur a et que les dimensions b et c sont suffisantes pour couvrir tout le champ d'observation.



1. Étudier de manière qualitative l'effet de la présence de la cuve compensatrice sur le contraste de la figure d'interférence.
2. Établir la nouvelle expression de la différence de marche δ en fonction de x , α , $n(z) - n_0$ et a .
3. On fait l'image du coin d'air sur un écran. Le grandissement est $\gamma = -10$.
 - (a) Donner l'équation de la frange brillante d'ordre m en notant x' et z' les coordonnées du point courant M' sur l'écran.
 - (b) On appelle interfrange i la distance entre deux franges brillantes successives lorsqu'on peut considérer $z' \gg |\gamma|d$.
Évaluer numériquement i .
Quel est, en interfrange, la déviation maximale des franges parallèlement à \vec{u}_x ?
 - (c) Représenter les franges observées :
 - en début d'expérience, lorsque $d \gg c$;
 - en milieu d'expérience, lorsque $d \simeq c$;
 - en fin d'expérience lorsque, lorsque $d \gg c$.

SPECTROMÉTRIE PAR TRANSFORMATION DE FOURIER

On reprend le montage de l'exercice « Mesure de l'indice de l'air ».

Dans un premier temps, l'interféromètre est éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 632,8$ nm pouvant être considéré dans les conditions de l'expérience comme une source parfaitement monochromatique.

1. On translate le miroir \mathcal{M}_1 à vitesse constante V le long de l'axe Oy .
Montrer que la tension u délivrée par le détecteur varie sinusoidalement dans le temps.
Quelle doit être la vitesse V pour avoir une période $T = 0,10$ s ?

On éclaire maintenant l'interféromètre par une lampe à vapeur de mercure dont on isole la raie verte, de longueur d'onde moyenne λ_{0m} à l'aide d'un filtre interférentiel. Cette source n'est pas monochromatique : la puissance qu'elle émet se répartit suivant les différentes radiations de fréquences ν voisines de $\nu_m = \frac{c}{\lambda_{0m}}$. On définit la densité spectrale de puissance $P_\nu(\nu)$ par la relation : $dP(\nu) = P_\nu(\nu) d\nu$ où $dP(\nu)$ est la puissance rayonnée par la source dans l'intervalle de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$. D'autre part, lorsqu'une voie de l'interféromètre est occultée (pas d'interférences), l'éclairement $d\mathcal{E}_0(\nu)$ reçu par le détecteur, dans la bande de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$ s'écrit : $d\mathcal{E}_0(\nu) = K dP(\nu)$ où K est une constante de proportionnalité indépendante de ν , dépendant de la géométrie et de la transmission de l'interféromètre. On définit la densité spectrale d'éclairement $\mathcal{E}_{0\nu}(\nu)$ par la relation $d\mathcal{E}_0(\nu) = \mathcal{E}_{0\nu} d\nu$.

2. Montrer que $\mathcal{E}_{0\nu}(\nu)$ est proportionnel à $P_\nu(\nu)$.
3. Lorsque les deux voies de l'interféromètre fonctionnent, montrer que l'éclairement du détecteur s'écrit :

$$\mathcal{E} = 2 \int_0^\infty \mathcal{E}_{0\nu}(\nu) [1 + \cos(2\pi \nu \tau)] d\nu$$

avec $\tau = \frac{\delta}{c}$ où δ est la différence de marche au niveau du détecteur et c la vitesse de la lumière dans le vide.

4. Nous supposons que la raie a un profil gaussien (cas d'une lampe basse pression, l'élargissement de raie étant principalement dû à l'effet Doppler provenant de l'agitation thermique) :

$$\mathcal{E}_{0\nu}(\nu) = A \exp\left(-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{a^2}\right)$$

où a et A sont des constantes et $a \ll \nu_0$.

Représenter $\mathcal{E}_{0\nu}(\nu)$ en fonction de ν .

Donner l'expression de la largeur spectrale de la source $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$ où ν_1 et ν_2 sont les fréquences pour lesquelles $\mathcal{E}_{0\nu} = \frac{A}{2}$.

5. Mettre l'éclairement sous la forme $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m [1 + \gamma(\tau) \cos(2\pi \nu_0 \tau)]$ et donner les expressions de \mathcal{E}_m et de $\gamma(\tau)$. On utilisera les formules suivantes :

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\pi}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} \cos(\alpha u) du = \sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4}\right), \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} \sin(\alpha u) du = 0$$

et, compte tenu de la décroissance très rapide de la fonction $\mathcal{E}_{0\nu}$ lorsque ν s'écarte de ν_m , on pourra étendre l'intégration à l'intervalle $[-\infty, \infty]$.

6. On translate le miroir \mathcal{M}_1 à vitesse constante V le long de l'axe Ox ; à l'instant $t = 0$ la position de ce miroir correspond au contact optique.

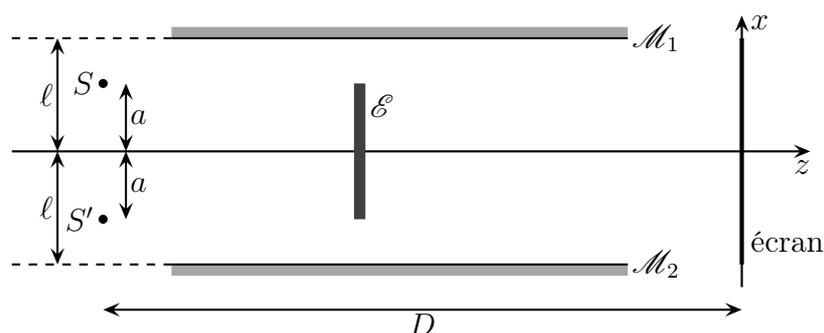
Quelle est la relation entre t et τ ?

Représenter l'allure de la tension $u(t)$ délivrée par le détecteur.

INTERFÉRENCES AVEC DEUX MIROIRS PARALLÈLES

On considère le montage représenté ci-dessous.

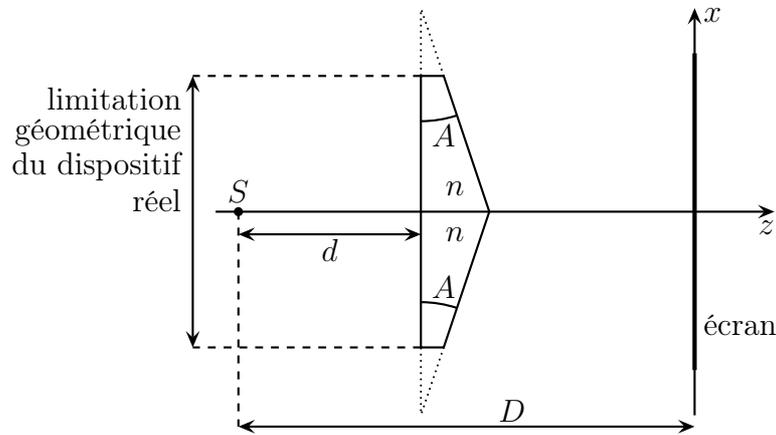
\mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 sont des miroirs plans distants de 2ℓ . S et S' sont des sources ponctuelles monochromatiques, distantes de $2a$, de même longueur d'onde λ et de même intensité. L'écran opaque \mathcal{E} supprime la lumière directe.



Déterminer l'intensité lumineuse $I(x)$ sur l'écran ainsi que le contraste des franges.

BIPRISME DE FRESNEL

Un biprisme est éclairé par une fente fine de centre S située dans le plan de symétrie des deux prismes. La lumière est monochromatique de longueur d'onde λ .



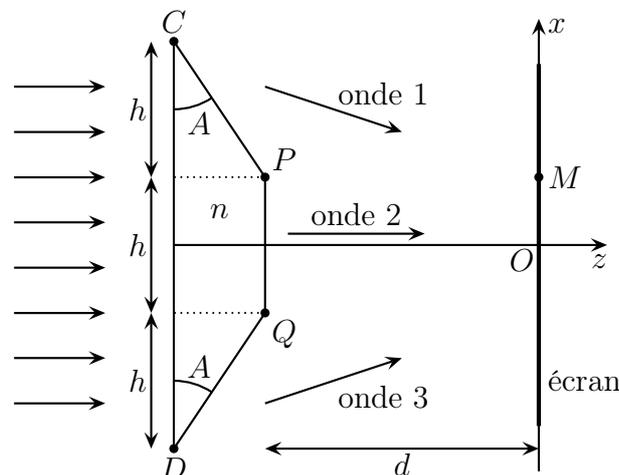
1. Montrer que, lorsque l'angle A est petit et l'angle d'incidence faible, tout rayon arrivant sur la face d'entrée est dévié de $\alpha = (n - 1) A$.
En déduire la position des sources secondaires S_1 et S_2 et leur écartement a .
2. Dessiner le champ d'interférence.
3. Décrire le système de franges observées sur l'écran.
4. Combien de franges peut-on espérer voir ?
Comment peut-on les observer directement ?

Données : $d = 10$ cm ; $D = 1,0$ m ; $A = 1,0^\circ$; $n = 1,50$; $\lambda = 589$ nm.

INTERFÉRENCE DE TROIS ONDES

On considère le dispositif ci-dessous pour lequel :

- le prisme est taillé dans un verre d'indice n , A est très petit ;
- l'onde incidente est plane et monochromatique de longueur d'onde λ ;
- l'incidence est normale sur la face d'entrée ;
- les intensités des trois ondes sont égales.



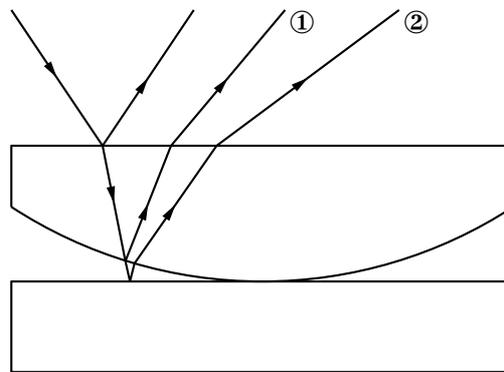
1. Déterminer, en un point P quelconque, les rapports des amplitudes complexes $\frac{s_1(M)}{s_2(M)}$ et $\frac{s_3(M)}{s_2(M)}$.
2. Déterminer l'intensité en un point de l'écran.

ANNEAUX DE NEWTON

Une lentille de rayon de courbure R est posée sur une lame de verre plane. Ce système est éclairé par une lumière monochromatique, sous une incidence proche de la normale.

On cherche à observer les interférences entre l'onde réfléchie sur le dioptre sphérique, et l'onde réfléchie sur la lame de verre.

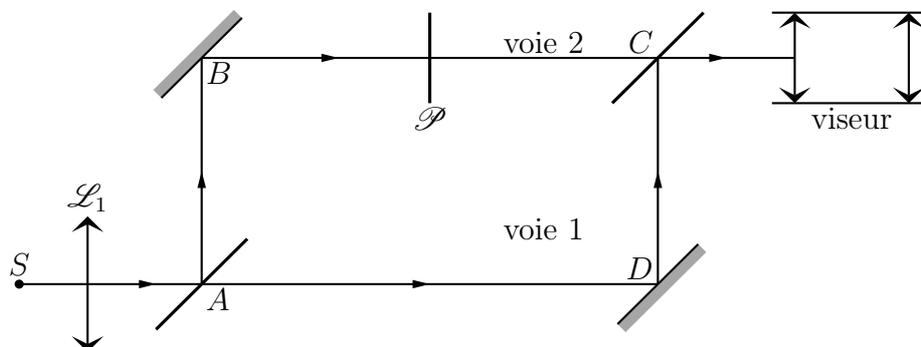
À chaque réflexion, les intensités réfléchies sont de l'ordre de 5 % de l'intensité incidente. Le schéma ne représente ni la source, ni le dispositif de visée.



1. Pourquoi peut-on, en pratique, ne pas tenir compte des ondes issues des autres réflexions ?
2. Quel plan faut-il viser pour observer ces interférences ?
3. Décrire, dans ce plan, le système de franges.

INTERFÉROMÈTRE DE MACH

L'interféromètre est représenté ci-dessous.



1. I_0 étant l'intensité de la source, quelle est l'intensité des deux ondes qui interfèrent ?
2. La source monochromatique de longueur d'onde λ est au foyer de la lentille \mathcal{L}_1 , l'appareil est réglé comme indiqué ci-dessus. Un viseur, situé en sortie de l'appareil, permet d'observer l'image du plan \mathcal{P} .
Qu'observe-t-on ?

3. On place sur le plan \mathcal{P} une petite lame carrée d'indice n à faces parallèles d'épaisseur e .
Que voit-on sur l'écran ?
Calculer le contraste défini ici par : $\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max}}$.
4. Pour déceler de très faibles variations de phase, il est préférable d'opérer sur fond noir.
Pourquoi ?
La séparatrice C peut subir une translation suivant CD .
Quelle valeur faut-il donner à cette translation pour que l'écran soit noir en l'absence de lame ?
5. La lame étant enlevée, on tourne le miroir D d'un petit angle α .
Décrire le système de franges obtenu.
Déterminer α si l'interfrange est de 0,25 mm pour $\lambda = 0,50 \mu\text{m}$.
Que se passe-t-il si on introduit à nouveau la lame à faces parallèles ?
6. Expliquer pourquoi la frange centrale $p = 0$ ne peut se repérer qu'en lumière blanche.
Le viseur est muni d'un oculaire micrométrique. En lumière blanche, le décrochement de la frange centrale due à la lame correspond à 89 divisions. En lumière monochromatique ($0,50 \mu\text{m}$), l'interfrange est mesurée par 5 divisions.
En déduire l'épaisseur de la lame d'indice $n = 1,50$.

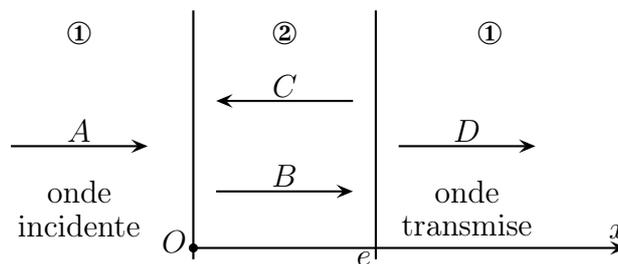
INTERFÉROMÈTRE DE PERROT-FABRY

Un interféromètre de PERROT et FABRY est constitué de deux lames de verre, dont le facteur de réflexion est augmenté par le dépôt d'une couche réfléchissante. Pour une étude simplifiée, nous négligeons les effets liés à l'épaisseur de ces lames.

En notant ① le milieu extérieur et ② le milieu intérieur, on pose ;

- t_{12} et t_{21} : coefficients de transmission en amplitude, de ① vers ② et de ② vers ① ;
- r_{12} et r_{21} : coefficients de réflexion en amplitude ;
- $R = |r_{12}|^2 = |r_{21}|^2$ et $T = t_{12} t_{21}$. On admet que $R + T = 1$.

Le milieu ② est rempli d'un gaz d'indice n_2 , que l'on peut faire varier en jouant sur la pression. L'épaisseur e est constante.



1. L'onde incidente A est monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ_0 (on note $\sigma = \frac{1}{\lambda_0}$) et l'incidence est normale.

(a) Exprimer les relations entre les amplitudes complexes :

$$\underline{s}_A(x,t), \quad \underline{s}_B(x,t), \quad \underline{s}_C(x,t), \quad \underline{s}_D(x,t)$$

En déduire la fonction de transfert $G(\varphi) = \frac{I_D}{I_A}$ en posant $\varphi = 4\pi n_2 e \sigma$.

- (b) Décrire sans calcul la figure d'interférence observée à l'infini si la lumière est une onde monochromatique avec une certaine ouverture angulaire.
- (c) En faisant varier n_2 , on enregistre un interférogramme. Le détecteur n'est éclairé que par les rayons normaux aux lames.

Tracer l'allure de $G(n_2)$ dans le cas où $T \ll 1$. On calculera la largeur à mi-hauteur des pics, ainsi que leur écartement.

2. L'onde incidente est constituée d'un doublet de deux radiations de longueurs d'onde voisines, λ_0 et $\lambda_0 + \Delta\lambda$.

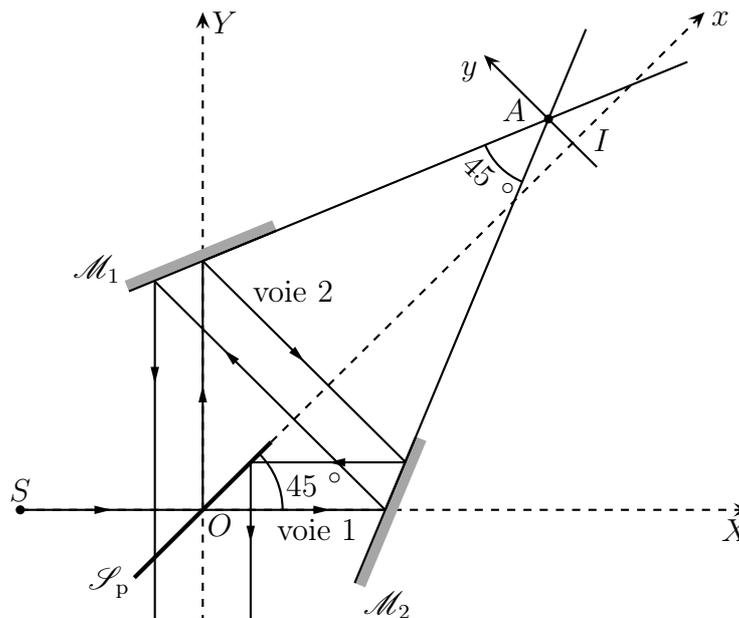
À quelle condition les pics correspondant à ces deux radiations sont-ils distincts ?

Citer une application de cet interféromètre.

INTERFÉROMÈTRE DE SAGNAC

Il est constitué d'une séparatrice \mathcal{S}_p et de deux miroirs plans \mathcal{M}_1 et \mathcal{M}_2 .

Les deux miroirs sont inclinés de $22,5^\circ$ sur les axes. On sait les régler très précisément de telle sorte que l'angle entre les deux soit exactement de 45° .



1. Y a-t-il division de front d'onde ou division d'amplitude ?
Que peut-on en déduire quant à l'utilisation d'une source large ?
2. Faut-il une compensatrice ?
3. Déterminer les sources secondaires S_1 et S_2 par une translation que l'on définira.
On posera $a = AI\sqrt{2}$, AI étant la distance de A au plan de la séparatrice.
On peut faire varier a par translation d'un miroir.
4. Quelle est la forme des franges d'interférences observées sur un écran placé perpendiculairement à (OY) ?
5. Montrer que, si on observe les franges à l'infini, il est possible d'utiliser une source aussi large que l'on veut.

DIFFRACTION ET IMAGE GÉOMÉTRIQUE

On considère dans un plan Oxy une pupille de transparence réelle :

$$\rightarrow T(x) = -1 \text{ si } x \in \left[-\frac{a}{2}, 0\right]$$

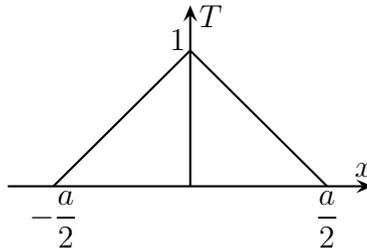
$$\rightarrow T(x) = +1 \text{ si } x \in \left[0, \frac{a}{2}\right]$$

$$\rightarrow T(x) = 0 \text{ ailleurs}$$

1. Calculer et interpréter la figure de diffraction à l'infini quand elle est éclairée par une onde plane de plan d'onde Oxy .
Qualifier cette pupille diffractante.
2. Où est l'image géométrique ? Pouvait-on le prévoir ?
3. Comment réaliser une telle pupille ?

PUPILLE ABSORBANTE ET APODISATION

On considère dans le plan Oxy une pupille très longue suivant la direction Oy et de transparence réelle $T(M) = T(x)$, triangulaire, comme le montre la figure ci-dessus. On l'éclaire par une onde plane de plan d'onde Oxy .



1. Quelle est la figure de diffraction à l'infini ?
2. Comparer à une pupille fente le long de Oy de même largeur a .

APODISATION PAR UN ÉCRAN ABSORBANT

Une fente de centre O , de largeur a suivant Oz et de longueur $b \gg a$ suivant l'axe Oy , porte une diapositive de fonction de transparence réelle $t(x)$. Elle est éclairée sous incidence normale par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 .

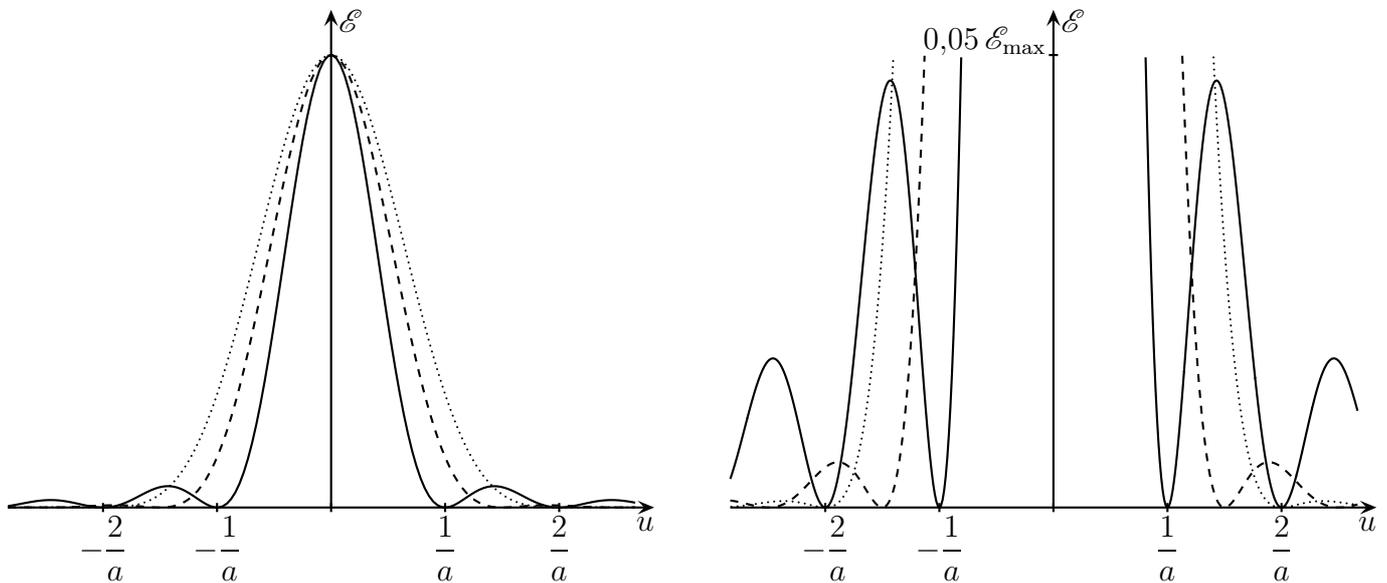
1. Exprimer l'amplitude $\underline{a}(\theta)$ de la lumière diffractée dans la direction faisant un angle θ avec la normale au plan de la fente sous la forme d'une intégrale.
2. On dispose de deux diapositives de fonctions de transparence :

$$t_1(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad \text{et} \quad t_2(x) = \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

Représenter graphiquement ces fonctions de transparence.

Calculer dans chaque cas l'éclairement diffracté en fonction de $u = \frac{\sin \theta}{\lambda_0}$.

3. On donne ci-dessous, avec deux échelles verticales différentes, les courbes de $\frac{\mathcal{E}(\theta)}{\mathcal{E}_{\max}}$ (où \mathcal{E}_{\max} est l'éclairement maximal) en fonction de u pour les deux fonctions de transparence précédentes ainsi que pour la fente sans diapositive.

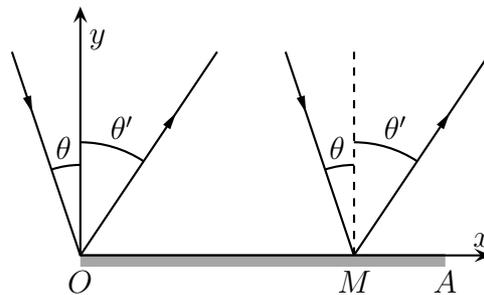


Identifier les courbes en comparant les largeurs à la base des pics principaux.

Que remarque-t-on pour le premier pic secondaire ?

DIFFRACTION DE FRAUNHOFER PAR UN MIROIR

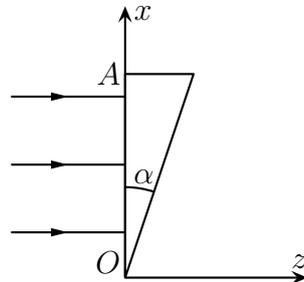
Un miroir métallique rectangulaire de largeur $OA = a$ et de longueur $b \gg a$ est éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 arrivant sous l'angle d'incidence θ .



- Justifier le fait qu'on restreigne l'étude du phénomène de diffraction au plan de figure Oxy .
- Établir l'expression de la différence de marche optique entre les deux ondes qui interfèrent à l'infini dans une direction quelconque θ' , l'une étant diffractée au point O et servant de référence, l'autre étant diffractée au point M de coordonnée s .
- En déduire l'éclairement de la lumière diffractée par le miroir à l'infini dans la direction θ' en notant \mathcal{E}_{\max} sa valeur maximale.
Dans quelle direction θ' l'éclairement est-il maximal ? Commenter ce résultat.
- Imaginer un montage, comportant une lame semi-réfléchissante, qui permette d'observer cette figure de diffraction.

DIFFRACTION DE FRAUNHOFER PAR UN PRISME DE PETIT ANGLE

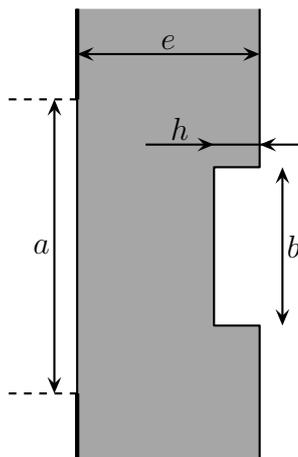
Une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ_0 arrive normalement sur la face d'un prisme. Ce prisme, d'angle α très petit, de largeur $OA = a$, de longueur $b \gg a$ est fait d'un matériau parfaitement transparent d'indice n .



1. Si on applique les lois de l'optique géométrique, que trouve-t-on sur l'onde émergent du prisme?
2. On étudie la diffraction par le prisme.
 - (a) Montrer que le prisme peut être considéré comme un objet de fonction de transparence : $t(x) = e^{j2\pi(n-1)\alpha x/\lambda_0}$.
 - (b) Exprimer l'éclairement de la lumière diffractée dans la direction du plan Oxz faisant l'angle θ avec l'axe Oz .
 - (c) Retrouver le résultat de la première question.

DIFFRACTION UNE LAME PRÉSENTANT UN DÉFAUT

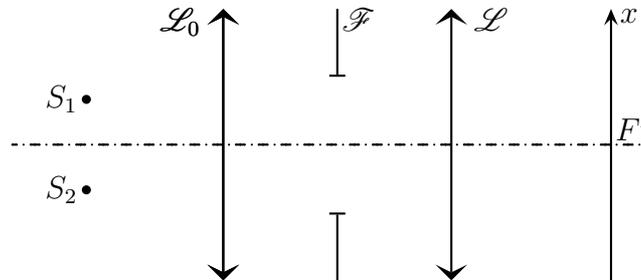
Une source ponctuelle monochromatique est placée au foyer d'une lentille convergente. On observe la figure de diffraction à l'infini donnée par une fente de largeur a obstruée par une lame de verre d'indice n , d'épaisseur e et présentant un défaut : un creux de largeur b et d'épaisseur h avec $b \gg h$.



1. Déterminer l'amplitude diffractée dans le plan d'observation.
2. Que devient cette amplitude diffractée lors que h est suffisamment petit devant la longueur d'onde ?
Que vaut alors l'intensité diffractée ?

DIFFRACTION AVEC DEUX SOURCES INCOHÉRENTES

On observe la diffraction à l'infini par une fente fine \mathcal{F} de largeur a avec deux sources S_1 et S_2 **incohérentes** émettant avec la même luminosité la longueur d'onde λ_0 et placées dans le plan focal objet d'une lentille convergente \mathcal{L}_0 de distance focale f'_0 . L'écran de visualisation est dans le plan focal image d'une deuxième lentille convergente (\mathcal{L}) de distance focale f' . On note $\ell = S_1 S_2$.



1. Exprimer l'éclairement sur l'écran en fonction de la coordonnée x .
2. On adopte le critère de RAYLEIGH : on peut distinguer deux pics d'intensité lumineuse lorsque la distance entre leurs centres est supérieure à leur demi-largeur à la base.

À quelle condition distingue-t-on deux images sur l'écran ?

Dans le cas où les deux sources S_1 et S_2 sont symétriques par rapport à l'axe optique, déterminer dans le cas limite $\frac{\mathcal{E}(F')}{\mathcal{E}_{\max}}$ où \mathcal{E}_{\max} est l'éclairement maximal.

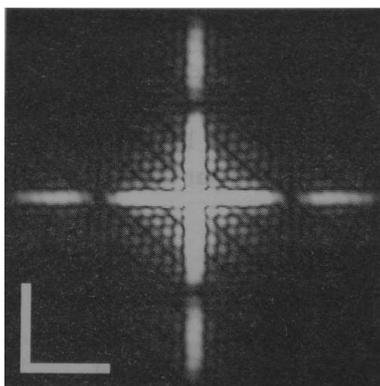
ASPECT ÉNERGÉTIQUE DE LA DIFFRACTION

On considère la diffraction de Fraunhofer par une pupille rectangulaire de dimensions a selon \vec{u}_x et b selon \vec{u}_y . La pupille est éclairée en incidence normale par un faisceau parallèle et monochromatique de longueur d'onde λ_0 de lumière cohérente. L'écran est placé dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale image f' et de foyer image F' .

1. Retrouver l'expression de l'éclairement diffracté en un point M de coordonnées (x, y) de l'écran dans le repère $(F'xy)$. On notera \mathcal{E}_{\max} l'éclairement maximal.
2. Exprimer la puissance lumineuse totale reçue par l'écran en fonction de \mathcal{E}_{\max} , λ_0 , f' , a et b . On rappelle que l'éclairement est égal à la puissance reçue par unité de surface et on donne l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2 u \, du = \pi$.
3. En déduire l'expression de \mathcal{E}_{\max} en fonction de l'éclairement \mathcal{E}_1 de l'onde reçue par la pupille, de λ_0 , f' , a et b .

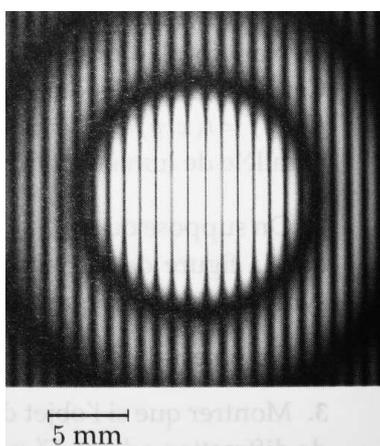
Commenter la manière dont \mathcal{E}_{\max} varie en fonction de ces différents paramètres.

FIGURE DE DIFFRACTION D'UN « L » ET D'UN « Z »



1. La figure ci-dessus, obtenue par simulation numérique, représente la figure de diffraction à l'infini de l'ouverture en forme de « L » représenté dans le coin inférieur gauche de la figure. Décrire et interpréter cette figure.
2. Quelle est l'allure de la figure de diffraction d'une ouverture analogue en forme de « Z » (la branche oblique faisant un angle de 45 degrés avec les branches horizontales) ?

DIFFRACTION PAR DEUX OUVERTURES

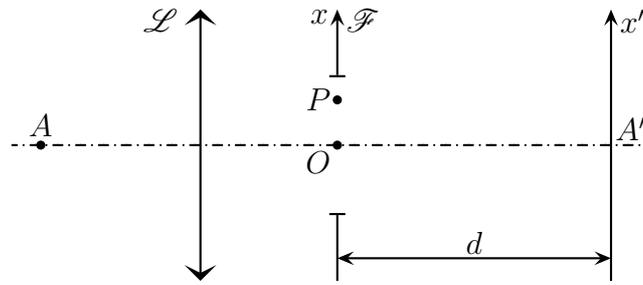


La figure ci-dessus représente l'intensité diffractée dans le plan focal image d'une lentille de distance focale $f' = 50$ cm par une pupille percée de deux ouvertures identiques éclairées par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 633$ nm.

Interpréter cette figure. Déterminer en particulier la forme des ouvertures, leur dimension et la distance les séparant.

DIFFRACTION ET FORMATION DES IMAGES

Une lentille convergente donne d'un objet ponctuel A une image A' . On interpose sur le trajet des rayons, à distance d de A' , un écran percé d'une fente très longue de largeur a . La fente diffracte la lumière et celle-ci s'étale selon l'axe $A'x'$ autour de A' . La lentille ne diffracte pas la lumière.

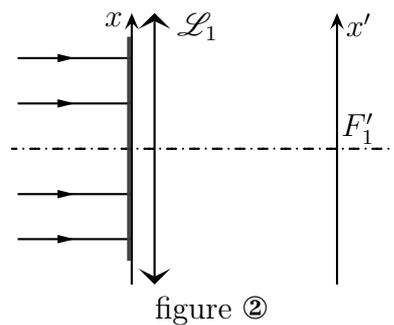
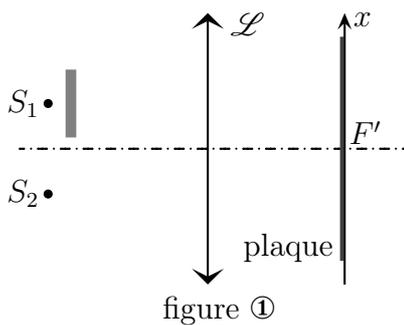


1. Dans quelle mesure peut-on ne pas tenir compte de la diffraction de la lentille ?
2. Construire les rayons parvenant au point M de coordonnée x' qui ont été diffractés respectivement par le centre O de la fete et par le point P de coodonnée x .
3. Montrer que, dans le cadre de l'approximation de GAUSS, la différence de marche entre les deux ondes parvenant en un point M de l'écran $\delta = (APM) - (AOM)$ est donnée par $\delta = -\frac{x x'}{d}$. On utilisera la propriété d'égalité du chemin optique entre deux points conjugués.
4. L'objet est éclairé en lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 .
Montrer que la répartition de l'éclairement autour de A' reproduit la figure de diffraction à l'infini de la fente.

HOLOGRAPHIE ÉLÉMENTAIRE

Derrière deux points sources identiques S_1 et S_2 **cohérents** et en phase, on place une lentille convergente \mathcal{L} de distance focale f' . La distance des sources est $S_1S_2 = a$ et la longueur d'onde qu'elles émettent est λ_0 .

On place sur le trajet de l'onde venant de S_1 une lame qui a pour effet de diminuer notablement son amplitude et d'augmenter son retard de phase de la quantité ψ (fig. ①). Les ondes issues des deux sources ont alors au niveau de l'écran des amplitudes respectives A_1 et A_2 telles que $A_1 \ll A_2$.



1. Déterminer l'éclairement dans le plan focal de \mathcal{L} rapporté à un repère $F''xy$ où F' est le foyer image de \mathcal{L} et $f'x$ est parallèle à S_1S_2 .
Donner une expression approchée de l'éclairement à l'ordre un en $\frac{A_1}{A_2}$. On note $\Delta\varphi$ le déphasage des deux ondes qui interfèrent en un point de l'écran.
2. On place dans le plan focal de \mathcal{L} une plaque photographique. Celle-ci, après développement, éclairée par une onde plane monochromatique de longueur d'onde quelconque et d'amplitude complexe \underline{a}_0 , transmet en chaque point où elle avait reçu un éclairement \mathcal{E} une amplitude $\underline{a}_t = \alpha \mathcal{E}^{-g/2} \underline{a}_0$ où α et g sont des constantes caractéristiques de l'émulsion photographique.

Calculer, en faisant un développement limité au premier ordre en $\frac{A_1}{A_2}$, l'amplitude \underline{a}_t des ondes transmises par la plaque en fonction de A_1 , A_2 , \underline{a}_0 , α , g et $\Delta\varphi$.

3. La plaque ainsi obtenue est éclairée par un faisceau parallèle (fig. ②). Ce faisceau est de même longueur d'onde λ_0 que celle utilisée pour impressionner la plaque.

(a) En négligeant le déphasage introduit par la plaque, montrer que l'on obtient dans le plan situé juste derrière la plaque une amplitude complexe correspondant à la somme de trois ondes planes.

En déduire sans calculs supplémentaire que l'on a, après la plaque, trois ondes planes dont deux sont déphasées par rapport à l'onde incidente.

(b) Montrer alors que ces deux ondes vont converger après une lentille \mathcal{L}_1 de même distance focale que \mathcal{L} en deux points S'_1 et S'_2 du plan focal image de \mathcal{L}_1 .

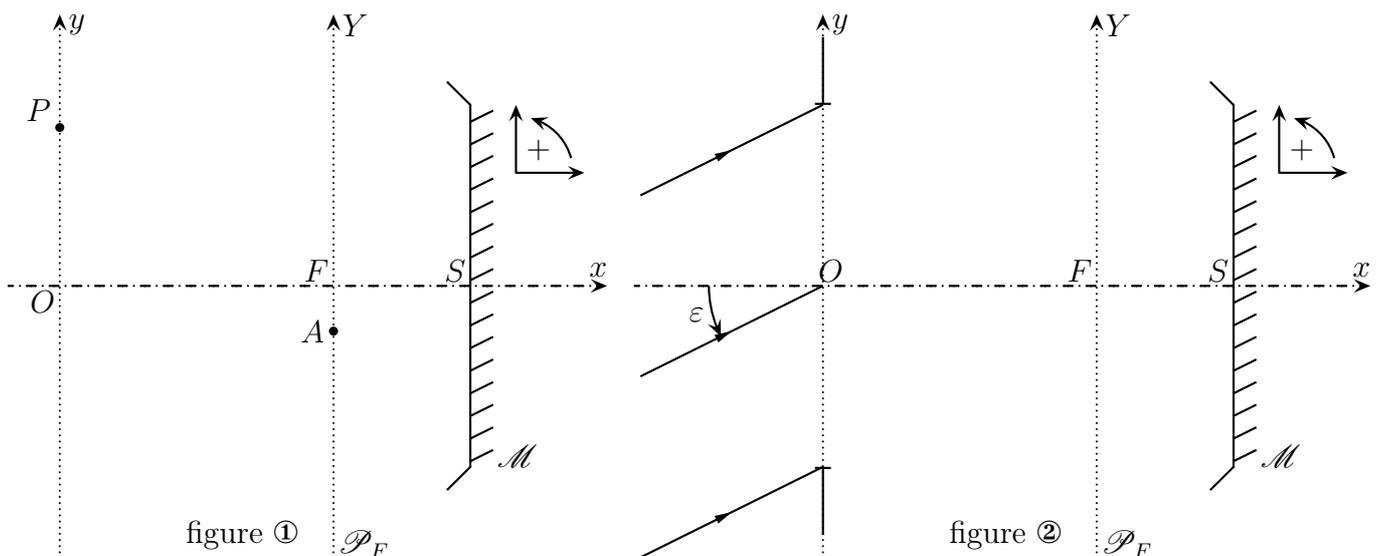
Déterminer la distance d de chacun des points S'_1 et S'_2 à l'axe optique de la lentille \mathcal{L}_1 .

(c) Que devient la distance d si on éclaire la plaque avec une longueur d'onde λ'_0 différente de λ_0 ?

POUVOIR SÉPARATEUR D'UN TÉLESCOPE

Ce problème étudie les deux principaux phénomènes qui limitent l'aptitude d'un télescope à fournir des images distinctes de deux astres rapprochés. Les perturbations atmosphériques jouent un rôle essentiel ; on les traite ici de manière très schématisée, voire simpliste, mais en faisant apparaître des ordres de grandeur corrects. Le télescope est modélisé par un simple miroir sphérique concave \mathcal{M} de sommet S , de foyer F , de distance focale $\overline{FS} = f$. On se propose de décrire certains phénomènes observés dans le plan de section du miroir passant par son axe de révolution. Cependant la symétrie de révolution ne conduit pas à des calculs simples. C'est pourquoi on schématisera l'ouverture du télescope par une fente rectangulaire de très grande longueur. Une telle schématisation fournit des ordres de grandeur corrects.

Dans tout le problème, la lumière est toujours supposée monochromatique et de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0,50 \mu\text{m}$.



1. On considère la schématisation présentée figure ①.

(a) P étant un point quelconque et A un point du plan focal \mathcal{P}_F du miroir.

Construire le trajet d'un rayon issu de P et passant, après réflexion sur le miroir, par A .

- (b) Soit O la projection de P sur l'axe du miroir. On pose $y = \overline{OP}$ et $Y = \overline{FA}$. On imagine que deux sources ponctuelles placées en O et P , cohérentes et en phase, émettent des vibrations lumineuses vers \mathcal{M} .

Montrer que la différence de marche entre les rayons issus de O et de P et parvenant en A est $\delta = -y\theta$ où θ est l'angle que font les rayons incidents avec l'axe du miroir (angle orienté dans le sens donné sur la figure).

Relier θ et Y .

2. Pour tenir compte de la diffraction introduite par les dimensions finies du miroir, on utilise la schématisation de la figure ② : le miroir possède des dimensions très grandes par lui-même et n'introduit pas de diffraction notable mais on suppose placée devant lui une ouverture en forme de fente très grande et de largeur a .

- (a) Le dispositif reçoit la lumière émise par une source ponctuelle située à l'infini dans une direction faisant un petit angle ε avec l'axe.

Décrire la répartition de l'éclairement dans le plan focal image \mathcal{P}_F du miroir.

Quelle est la demi-largeur angulaire de la tâche de diffraction ?

- (b) Le dispositif reçoit maintenant de la lumière émise par deux sources ponctuelles de même longueur d'onde λ_0 mais incohérentes entre elles, situées à l'infini dans le plan de la figure ci-dessus mais dans des directions symétriques l'une de l'autre par rapport à l'axe du miroir et faisant des petits angles $\frac{\varepsilon}{2}$ et $-\frac{\varepsilon}{2}$ avec celui-ci. Ceci schématise les conditions d'observation d'une étoile double dont les deux composantes ont la même luminosité. On admet qu'un observateur peut séparer les images des deux composantes de l'étoile double si la distance entre les pics de diffraction qu'elles forment est supérieure ou égale à leur demi-largeur commune.

Quel est l'écart angulaire le plus petit que l'observateur peut ainsi mettre en évidence (*pouvoir séparateur théorique* du télescope) ?

A.N. : $a = 6,0$ m (grand télescope du mont Semirodriki dans le Caucase)

3. Dans tout ce qui précède on a négligé les perturbations introduites par les turbulences atmosphériques. On se propose d'en rendre compte de manière très simplifiée. Ces perturbations sont dues à des inhomogénéités d'indice de réfraction localisées dans des « cellules » de dimensions variables (entre quelques dizaines de centimètres et quelques mètres), de configuration très complexe et d'évolution très rapide (temps caractéristique de l'ordre de 10 ms). On cherchera à décrire l'aspect du plan focal image \mathcal{P}_F à un instant donné.

- (a) On représente l'effet des turbulences atmosphériques par une petite perturbation de la phase de l'onde parvenant au plan de l'ouverture, à laquelle on donne la forme

$$\delta\varphi(y) = \alpha \cos\left(\frac{2\pi y}{\ell}\right) \text{ où } \alpha \ll 1 \text{ et où } \ell \text{ est une constante égale à la dimension moyenne des cellules perturbatrices. On suppose } a \gg \ell.$$

Donner sous forme d'une intégrale l'expression de l'amplitude complexe de la vibration observée en un point A de \mathcal{P}_F et provenant d'un point source situé à l'infini dans une direction faisant le petit angle ε avec l'axe du miroir.

Effectuer le calcul de cette intégrale en tenant compte de l'hypothèse $\alpha \ll 1$.

- (b) On admet que le résultat du calcul précédent fournit encore une approximation acceptable même si ce α devient de l'ordre de l'unité.

Montrer que dans ce cas la figure observée dans le plan \mathcal{P}_F est constitué principalement de trois pics d'importance comparables et bien distincts.

Quelle est la demi-largeur angulaire d'un de ces pics ?

Quel est leur écartement angulaire ?

A.N. : $\ell = 50$ cm et $a = 6,0$ m.

(c) La présence de ces pics supplémentaires dus aux perturbations atmosphériques serait-elle, dans le cas étudié, un obstacle à la séparation des deux composantes d'une étoile double ?

4. En réalité, les perturbations de phase ne peuvent pas être considérées comme petites, elles ne sont pas non plus périodiques mais distribuées au hasard. On peut alors montrer que la figure observée dans le plan \mathcal{P}_F , avec un seul point source situé à l'infini, est constituée d'un très grand nombre de pics disjoints qui semblent distribués au hasard dans une zone entourant l'image géométrique de la source ; la demi-largeur angulaire de cette zone étant peu différente de l'écartement angulaire entre les pics calculés à la question 3b. Les intensités des pics décrits sont maintenant comparables et leur demi-largeur reste celle calculée au 3b. Le phénomène ainsi décrit est appelé *speckle*¹.

(a) Peut-on séparer les composantes d'une étoile double aussi facilement que s'il n'y avait pas de turbulence atmosphérique ?

Définir un *pouvoir séparateur pratique* du télescope.

Le calculer à l'aide des valeurs numériques fournies antérieurement.

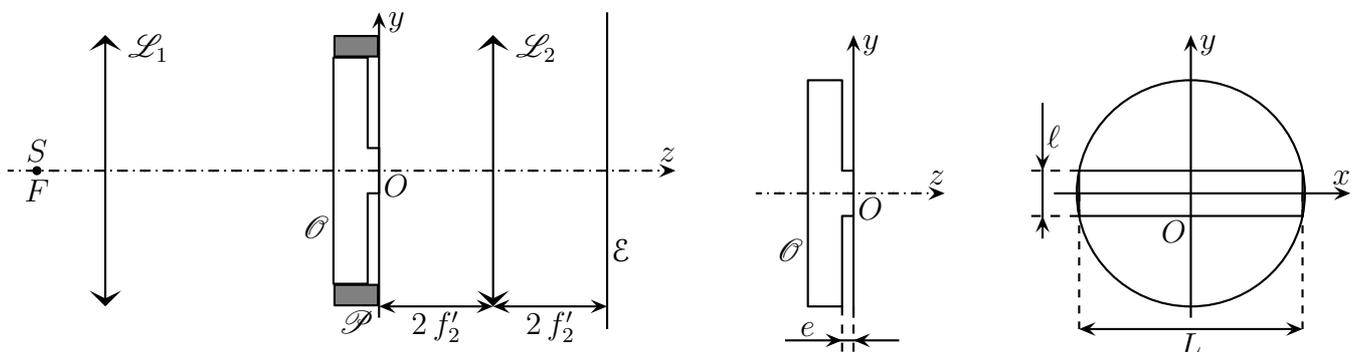
Quelle serait l'ouverture a' d'un télescope dont le pouvoir séparateur théorique serait égal au pouvoir séparateur pratique du télescope d'ouverture $a = 6,0$ m ?

(b) Quel est alors l'intérêt de la construction de télescope de grand diamètre d'ouverture ?

☞ *Remarque.* pour améliorer le pouvoir séparateur d'un télescope au sol, on dispose de la technique de l'optique adaptative qui consiste à redresser les surfaces d'ondes perturbées par la turbulence atmosphérique à l'aide d'un miroir déformable dont la forme est constamment ajustée en temps réel.

STRIOSCOPIE

On réalise le montage de la figure ci-dessous dans lequel \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 sont deux lentilles convergentes de distances focales respectives $f'_1 = 1,0$ m et $f'_2 = 0,50$ cm ; S est une source ponctuelle émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 et placée au foyer objet F_1 de \mathcal{L}_1 ; \mathcal{P} est un porte-objet circulaire de dimension suffisamment grande pour ne pas introduire de diffraction et placé à la distance $2f'_2$ de \mathcal{L}_2 ; \mathcal{E} est un écran placé à une distance $2f'_2$ de \mathcal{L}_2 .



L'objet \mathcal{O} placé sur \mathcal{P} est une lame à faces parallèles parfaitement transparente constituée d'un verre d'indice $n = 1,50$. Elle présente un léger défaut qui a la forme d'une bande rectangulaire située du côté opposé à la source, de dimension ℓ et L avec $L \gg \ell$ et d'épaisseur $e \ll \lambda_0$.

1. En français : mouchetures, tavelures, granulation.

1. Prise en compte de la diffraction

(a) Exprimer le retard de phase φ que présente la vibration lumineuse en un point de Oxy (plan de sortie de \mathcal{O}) situé derrière le défaut par rapport à la vibration lumineuse en un point de ce plan situé derrière la partie sans défaut de la lame.

(b) On note $\underline{a}(x,y)$ l'amplitude lumineuse dans le plan Oxy , $\underline{a}_0(x,y)$ l'amplitude lumineuse dans ce plan pour une lame sans défaut, $\underline{a}_f(x,y)$ l'amplitude lumineuse dans ce plan pour une lame sans défaut suivie d'une pupille diffractante dont l'ouverture a la même géométrie que le défaut.

Montrer que l'on peut écrire $\underline{a}(x,y) = \underline{a}_0(x,y) + f(\varphi) \underline{a}_f(x,y)$ où la fonction $f(\varphi)$ est à expliciter.

(c) En déduire qu'il existe, après \mathcal{O} une onde transmise sans diffraction et une onde diffractée. Montrer que l'éclairement de la lumière diffractée par \mathcal{O} dans la direction d'un vecteur unitaire \vec{u} différente de \vec{u}_z est, à l'ordre le plus bas en φ : $\mathcal{E}(\vec{u}) = \varphi^2 \mathcal{E}_f(\vec{u})$ où \mathcal{E}_f est l'éclairement diffracté par la pupille précédente.

(d) Où faudrait-il placer l'écran pour observer la figure de diffraction de \mathcal{O} ?

2. Observation du défaut

(a) Vérifier que l'image géométrique de \mathcal{O} par la lentille \mathcal{L}_2 se forme sur l'écran.

Quel est le grandissement ?

(b) Le défaut n'est pas visible sur cette image. Afin de le faire apparaître, on place dans le plan focal de \mathcal{L}_2 un cache opaque arrêtant la lumière transmise par \mathcal{O} sans diffraction.

Où doit être placé ce cache ?

Quelle doit être sa dimension si le diamètre de \mathcal{P} est D ?

(c) Montre qu'on observe alors sur l'écran l'image du défaut dont l'éclairement est $\mathcal{E}' = \varphi^2 \mathcal{E}'_0$ où \mathcal{E}'_0 est l'éclairement de l'image de \mathcal{P} lorsqu'il ne porte aucun objet.

(d) L'écran reçoit un éclairement parasite uniforme et incohérent de valeur $\mathcal{E}_p = \frac{\mathcal{E}'_0}{100}$. On

appelle contraste le nombre défini par $C = \frac{\mathcal{E}' - \mathcal{E}_p}{\mathcal{E}'}$. On admet qu'il est possible d'apprécier un contraste de 0,1.

Quelle est la plus petite valeur de e susceptible d'être décelée par cette méthode ?