Effusion dans le vide

\ThdUn-01

Une micrométéorite perce un trou de 1,0 mm^2 dans la carlingue d'une navette spatiale en voyage pour Mars. L'alerte est aussitôt donnée.

Combien de temps a l'équipage pour colmater la fuite sachant que le corps humain ne peut supporter une dépressurisation de plus de 30 % par rapport à la normale.

On introduira toute grandeur utile.

Atmosphère isotherme

\ThdDeux-01

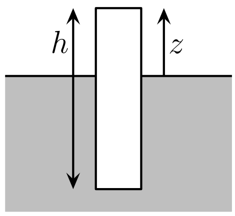
On considère un gaz parfait (l'atmosphère) dans le champ de pesanteur. La température est uniforme et vaut T_0.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $P(z)$.
2. Résoudre explicitement $P(z)$.

Oscillation d'un barreau vertical

\ThdDeux-02

Un cylindre de section S et de hauteur totale h est plongé dans un grand volume d'eau liquide. On suppose que l'axe du cylindre reste toujours vertical.



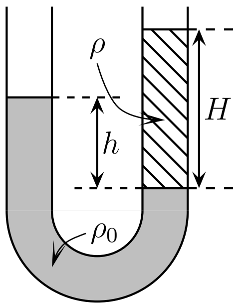
1. Déterminer l'expression de la poussée d'Archimède en fontion de z, hauteur emmergée du cylindre.
2. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.
3. Que faire en pratique pour s'assurer de la verticalité du cylindre lors du mouvement ?

Densimètre, tube en U

\ThdDeux-03

Un tube en U de section constante contient deux liquides non miscibles de densité différente.

Déterminer la masse volumique ρ en fonction de la masse volumique ρ_0 du liquide principal et des hauteurs h et H.

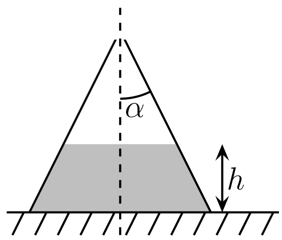


Soulèvement d'un cône

\ThdDeux-04

On considère un cône d'angle au sommet α. On le remplit par le haut avec de l'eau sur une hauteur h.

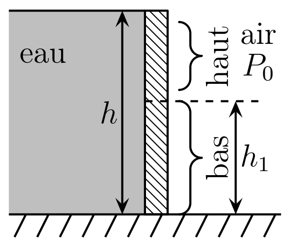
À partir de quelle hauteur $h_{\min}$, le cône se soulève-t-il ?



\ThdDeux·05

Résultante sur un barrage

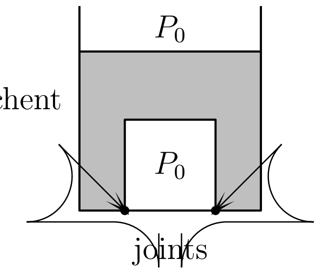
On considère un barrage de hauteur h.
Déterminer la hauteur h_1 telle que la force résultante « sur le haut » soit la même que celle « sur le bas ».



\ThdDeux·06

Verre flottant ?

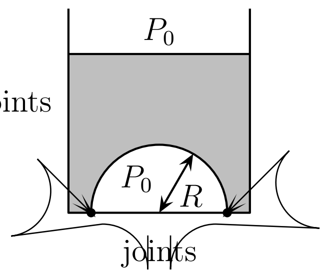
Un verre de surface S est retournée au fond d'une cuve à eau. Des joints empêchent *a priori* l'eau de rentrer sous le verre.
Le verre va-t-il remonter à la surface ?



\ThdDeux·07

Saladier flottant ?

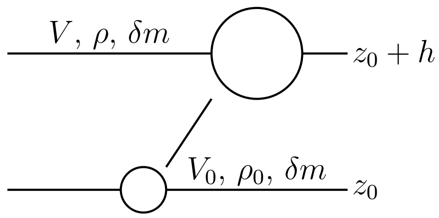
Un vase hémisphérique de rayon R est retournée au fond d'une cuve à eau. Des joints empêchent *a priori* l'eau de rentrer sous le vase.
Le vase va-t-il remonter à la surface ?



\ThdDeux·08

Stabilité de l'atmosphère

L'air est traité en gaz parfait à l'équilibre hydrostatique. Une bulle de masse δm, de volume V_0 et de masse volumique ρ_0 est amené de l'altitude z_0 à l'altitude $z_0 + h$, h étant petit, de manière adiabatique réversible. Elle possède alors une masse δm, un volume V et une masse volumique ρ.



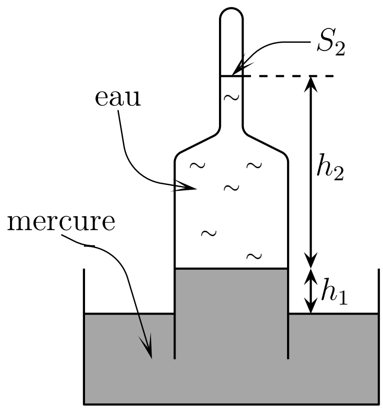
1. Déterminer $P(z)$ et $\rho(z)$ pour une atmosphère isotherme.
2. Préciser le caractère « petit » de h en le justifiant.
3. Le caractère adiabatique de la transformation vous parait-il justifié ?
   Exprimer $\delta V = V - V_0$ en fonction de V_0, ρ_0, g, h et χ_S, coefficient de compressibilité isentropique.

4. Que vaut la poussée d'Archimède Π_{A} ? On pourra introduire $h\left(\dfrac{\partial p}{\partial z}\right)_{z_0}$.
5. Établir l'équation du mouvement.
6. À quelle condition l'équilibre du gaz est-il stable ?
   L'atmosphère isotherme est-elle stable ?
7. Déterminer l'expression de χ_S dans le cas du gaz parfait.

\ThdDeux·09

Baromètre

Un tube ayant la forme représentée ci-dessous contenant de l'eau liquide (masse volumique ρ_2) est renversé sur une cuve remplie de mercure liquide (masse volumique ρ_1). Les niveaux de séparation sont situés aux hauteurs h_1 et h_2 par rapport à la surface libre du mercure en contact avec l'atmosphère de pression P_0. On note S_0 la section de la cuve, S_1 la plus grande section du tube et S_2 la plus petite section de ce tube.



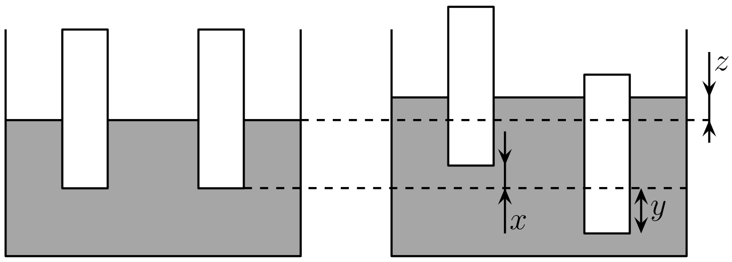
1. Pourquoi n'est-il pas possible d'avoir le vide au-dessus de la colonne d'eau ?
   Quelle est la pression qui règne au bout du tube ?
   Dans la suite on négligera cette pression devant la pression atmosphérique.
2. Quand la pression atmosphérique augmente de ΔP, la surface libre de l'eau monte de e.
   Relier ΔP à e en faisant intervenir les caractéristiques de ce baromètre (rapports entre des sections $\dfrac{S_2}{S_1}$ et $\dfrac{S_1}{S_0}$) et les masses volumiques des liquides.
3. Définir et évaluer la sensibilité de ce baromètre et la comparer à celle d'un baromètre « simple » à mercure.

On prendra $\dfrac{S_2}{S_1} = \dfrac{S_1}{S_0} = \dfrac{1}{10}$ et $\rho_1 = 13{,}6\,\rho_2$.

\ThdDeux·10

Oscillations de flotteurs

Deux cylindres de masse m et de section σ sont plongés dans un liquide.



1. Combien y a-t-il de degrés de liberté ?
2. Déterminer autant d'équation différentielles vérifiées par les degrés de liberté qu'il n'y a de degrés de liberté.
3. Les résoudre astucieusement.
4. Définir les modes propres de cet oscillateur couplé.

Sonde atmosphérique

\ThdDeux·11

Un ballon fermé de volume maximal $V_0 = 500\ \mathrm{m}^3$ supporte une nacelle de masse m. Il contient initialement $300\ \mathrm{m}^3$ d'hélium assimilé à un gaz parfait. À $z = 0$, on a $P_{\text{hélium}} = P_{\text{air}} \overset{\text{not}}{=} P_0$ et $T_{\text{hélium}} = T_{\text{air}} \overset{\text{not}}{=} P_0$. On suppose g indépendant de z et on donne $T(z) = T_0 - a\,z$.

1. Quelle masse M_{d} le ballon peut-il décoler du sol ?
2. (a) Montrer que $\dfrac{P_{\text{air}}(z)}{{T_{\text{air}}}^{\alpha}(z)} = \mathrm{C^{te}}$ et exprimer α en fonction de a, R, M, g.

   (b) En déduire que $\frac{P_{\text{air}}(z)}{{\rho_{\text{air}}}^{n}(z)} = \mathrm{C^{te}}$ et préciser n.
3. On suppose que $T_{\text{hélium}} = T_{\text{air}}$ quelle que soit l'altitude.

   (a) Montrer que pour $z < z_{\text{m}}$, on a aussi $P_{\text{hélium}} = P_{\text{air}}$.
   Que se passe-t-il pour $z > z_{\text{m}}$?

   (b) Quelle est l'altitude maximale $z_{\max}$ atteinte pour $m < M_{\text{d}}$?

   (c) Est-il possible pour la masse m de monter plus haut que $z_{\max}$?
4. Critiquer les hypothèses « g constant », « $T(z) = T_0 - a\,z$ » et « $T_{\text{hélium}} = T_{\text{air}}$ ».

Aérostat

\ThdDeux·12

Un aérostat est constitué d'une nacelle de masse m et d'une enveloppe de masse négligeable contenant de l'hélium, celle-ci n'étant pas fermée en dessous. On note respectivement μ_H et μ_0 les masses volumiques de l'hélium et de l'air au niveau du sol. L'aérostat évolue dans une atmosphère isotherme et est soumis à l'accélération de pesanteur.

- Déterminer la masse m_0 minimale d'hélium à mettre dans l'aérostat pour qu'il décolle.

On suppose que l'on met la masse $2m_0$ d'hélium dans l'enveloppe et qu'alors elle n'est gonflée qu'à moitié.

- Trouver la pression dans l'atmosphère en fonction de l'altitude z.
- Montrer que la force verticale ascendante est constante tant que l'enveloppe n'est pas tendue.
- Déterminer l'altitude z_0 où l'enveloppe se tend.
- Déterminer l'altitude maximale z_m atteinte par l'aérostat.
- En supposant qu'il existe une force de frottement proportionnelle à la vitesse, déterminer $z(t)$.

Éjection d'une masse par détente de gaz

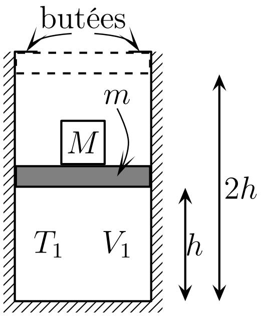
\ThdTrois-01

Un piston de masse m peut bouger sans frottement dans un cylindre de hauteur $2h$.

1. Déterminer la pression initiale P_1.

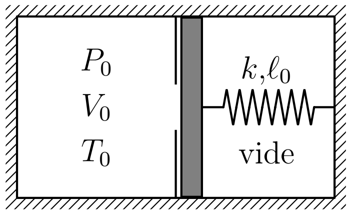
Une explosion élève brusquement la température de T_1 à T_2 **à volume constant**.

2. Déterminer la hauteur atteinte par la masse M sachant que le piston atteint les butées et que la masse M n'est pas attachée au piston.



Détente de Joule – Gay-Lussac avec ressort

\ThdTrois-02

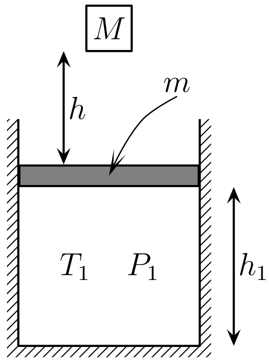


Une enceinte est séparée en deux compartiments reliés par une petites ouverture. Dans la configuration représentée, le ressort idéal de raideur k a sa longueur naturelle ℓ_0 Les deux compartiments ont le même volume V_0 et l'étanchéité autour du piston est assurée de telle sorte que le gaz ne peut pas passer « à droite » du piston.

1. Déterminer la longueur $\ell_{\text{éq}}$ du ressort à l'équilibre.
2. L'ouverture est en fait refermée au moment où l'écoulement de gaz cesse. Déterminer la nouvelle longueur $\ell'_{\text{éq}}$ à l'équilibre.

\ThdTrois·03

Masse lâchée sur un piston



On considère une masse lâchée d'une hauteur h au dessus d'un piston de masse m enfermant un gaz supposé parfait dans un cylindre calorifugé.

1. On suppose tout d'abord que M reste « collé » au piston lors de l'impact. Déterminer l'état final (P_2,T_2,V_2) du gaz.
2. On supppose que M n'est pas collée au piston et peut donc redécoller. Avec des hypothèses de travail à justifier, déterminer la hauteur totale de remontée de M au dessus du sol et comparer avec sa hauteur initiale $h + h_1$.

\ThdTrois·04

Bilans énergétiques sur du CO_2

Du dioxyde de carbone, considéré comme un gaz parfait, se détend dans le vide de l'état initial $(P_{\text{i}},T_{\text{i}},V_{\text{i}})$ à l'état final $(P_{\text{f}},T_{\text{f}},V_{\text{f}} = 2V_{\text{i}})$. L'enceinte renfermant le gaz est calorifugée et rigide.

1. Quelle est la masse de gaz ?
2. Calculer les variations d'énergie interne et d'enthalpie pour le gaz.
3. Calculer la pression finale.
4. Qu'aurait-on pu dire si le gaz n'avait pas été parfait ?

Données : $P_{\text{i}} = 8{,}0$ atm ; $T_{\text{i}} = 298$ K ; $V_{\text{i}} = 2{,}0$ L et $M = 44$ g.mol^{-1}.

\ThdTrois·05

Compresseur

À chaque cycle, un compresseur comprime une même quantité de gaz parfait de P_1 à P_2 en deux étapes :

➜ de (P_1,T_1) à (P_2,T_2) : adiabatique ;
➜ de (P_2,T_2) à (P_2,T_1) : isobare.

1. Représenter la transformation dans le diagramme de Watt.
2. Déterminer la variation d'énergie interme pour le gaz sur chaque étape.
3. Déterminer le travail fourni par le moteur.

\ThdTrois·06

Réfrigérant

De l'air chaud (P_1,T_1) est refroidi de façon isobare jusqu'à la température T_0 dans un échangeur parfaitement calorifugé. Le fluide réfrigérant est constitué par de l'eau (capacité thermique massique c_e) qui entre à la température T_e et qui sort à la température T_s. Le débit de l'eau est d_e et celui de l'air d_a.

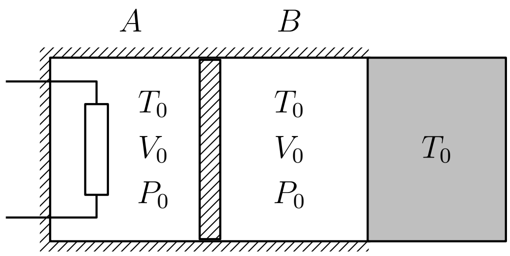
Calculer T_s.

Données : $P_1 = 6{,}0$ bar ; $T_1 = 500$ K ; $T_0 = 300$ K ; $c_e = 4{,}18$ kJ.K^{-1}.kg^{-1} ; $T_e = 12$ °C ; $d_e = 100$ g.s^{-1} ; $d_a = 6{,}5$ g.s^{-1}.

\ThdTrois·07

État final

Deux compartiment de même volume V_0 sont séparés par un piston mobile calorifugé. L'enceinte de droite est en contact avec un thermostat de température T_0. Au début, les gaz situés dans les deux compartiments ont tous les deux la même pression P_0 et la même température T_0. Une résistance chauffante élève la température du compartiment A de T_0 à T_1.



1. Déterminer l'état final des deux compartiments : P_A, V_A, T_A, P_B, V_B, T_B.
2. Faire un bilan énergétique pour les deux compartiments.

\ThdTrois·08

Profil d'une tuyère

On suppose pour simplifier que l'écoulement du gaz dans une tuyère est unidimensionnel, permanent, adiabaitque et isentropique. Le but de l'exercice et de relier la vitesse d'écoulement $v(x)$ à la section $S(x)$ de la tuyère.

Le gaz entre dans la tuyère en $x = 0$ avec une vitesse $v(0)$ négligeable, une pression $P(0) = P_A$, une température $T(0) = T_A$ et une masse volumique $\rho(0) = \rho_A$.

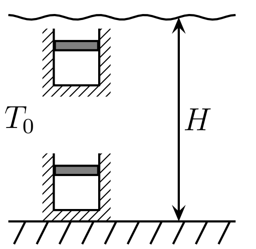
Le gaz est supposé parfait, de masse molaire M. Le rapport γ est supposé connu et constant.

1. Exprimer la relation qui existe entre la vitesse $v(x)$ et la masse volumique $\rho(x)$.
2. Exprimer la relation entre le débit massique D, $v(x)$ et $S(x)$.
3. Discuter, selon la vitesse d'éjection du gaz v_B, l'allure du profil de la tuyère.
   On pourra montrer que $S(x)$ est minimum quand la vitesse du gaz est celle du son à la température considérée : $v_{\text{sin}}(T) = \sqrt{\dfrac{\gamma\,R\,T}{M}}$.

\ThdTrois·09

Piston coulé au fond de l'eau

Un cylindre muni d'un piston étanche et contenant un gaz considéré comme parfait est coulé au fond d'un lac de hauteur H.
Les parois étant diathermanes, déterminer la variation d'énergie interne et d'entropie pour le gaz.



\ThdTrois·10

Marteau-pilon

Un marteau pilon tombe sur une plaque d'aluminium. Calculer la variation de température de la plaque. On introduira toute grandeur utile.

\ThdTrois·11

Oscillations dans un tube

Un gaz parfait est enfermé dans un ballon dont le col est un tube de section S fermé par une bille de masse m. Lors des mouvements de la bille, le gaz subit des compressions ou détentes adiabatiques réversibles.

Déterminer, si elles existent, la pulsation des oscillations de la bille.

\ThdTrois·12

État final

Un piston coulissant sans frottement sépare un récipent aux parois adiabatiques en deux coompartiments remplis chacun de n moles de gaz parfait, initialement à T_0, P_0, V_0. Celui de gauche comporte une résistance thermique, celui de droite est en contact avec une source de température T_0.

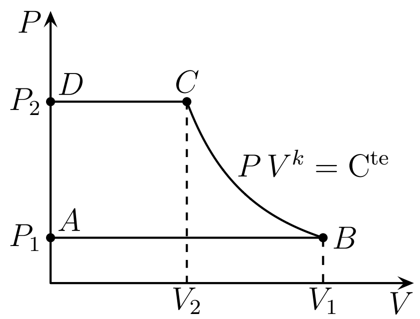
La résistance fournit de l'énergie thermique au compartient de gauche jusqu'à ce que le volume de droite vaille V_2 ; la transformation dans le compartiment de droite est réversible.

1. Faire un schéma infiquant les valeurs des variables à l'état final.
2. Calculer les températures finales dans les deux compartiments.
3. Donner le travail des forces de pression sur le piston.
4. Donner les chaleurs échangées par chaque compartiment.

\ThdTrois·13

Pompe

Une pompe à air est activée par un moteur sont le volume varie de 0 à V_1. L'air est considéré parfait. Entre B et C le gaz suit une loi du type $P\,V^k = \mathrm{C^{te}}$.



On donne $V_1 = 1{,}0$ L ; $V_2 = \dfrac{V_1}{10}$; $P_1 = 1{,}U$ atm ; $P_2 = 16$ atm.

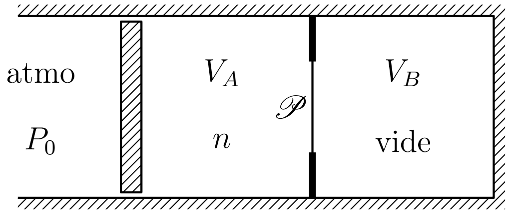
1. Déterminer k et commenter sa valeur.
2. Déterminer sur le cycle le travail reçu par le moteur.
3. Calculer le travail W_m reçu par la pompe du moteur.

4. Sachant que le débit vaut $D_\mathrm{m} = 1{,}2$ kg.h^{-1}, déterminer P_moteur.

\ThdTrois-14

Détente dans le vide

Le piston peut glisser sans frottement. Le volume V_A contient une quantité n d'un gaz et V_B est vide. Les deux volumes sont séparés par une paroi $\mathscr{P}$. La pression extérieure est P_0 et les parois sont adiabatiques. On perceun trou dans la paroi $\mathscr{P}$. On note γ le rapport des capacités thermiques à pression et à volume constant.



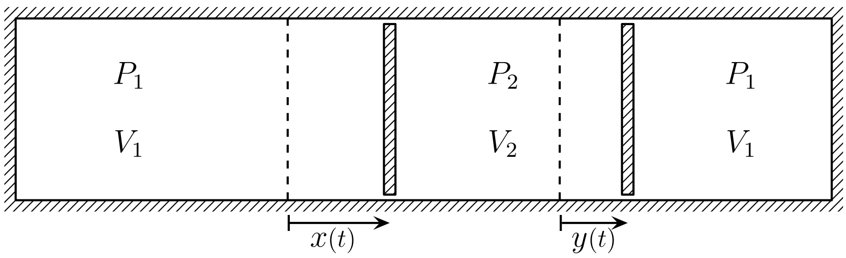
1. Étudier qualitativement la transformation qui se produit et montrer que, selon que V_B est supérieur ou inférieur à V_S (qui n'est pas à déterminer), deux cas se présentent.
2. On se place dans le cas où $V_B > V_S$.
   Déterminer la pression finale P_f, la température finale T_f et le volume final T_f en fonction de P_0, n, R, γ, V_A et V_B.
   Déterminer V_S.
3. Mêmes questions pour $V_B < V_S$.

\ThdTrois-15

Oscillations de pistons

Soit un ensemble calorifugé dans lequel peuvent se déplacer sans frottement deux pistons, eux aussi calorifugés, séparant 3 volumes initialement identiques V_0 de gaz parfait à la même pression P_0 et même température T_0.

Les deux pistons sont identiques, de masse $m$et de surface S. Le gaz parfati de constante R évolue de façon réversible. La position des pistons par rapport à leur position au repos est notée $x(t)$ et $y(t)$.



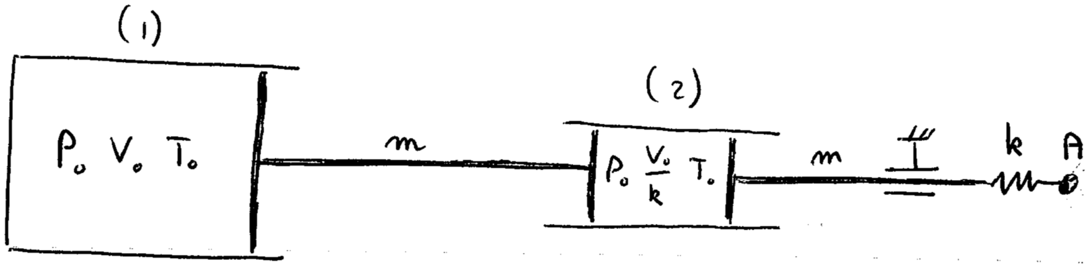
1. Sans calcul, donner le type des mouvements des pistons.
2. Déterminer les équations différentielles régissant le mouvement des deux pistons.
3. On suppose que les mouvement ont unefaible amplitude.
   Linéariserles équations différentielles précédentes et les résoudre avec des piston lâchés sans vitesse initiale et $x(0) = x_0$ et $y(0) = y_0$.

4. Grâce à un montage, on obtient $V(t)$ la tension image de $x(t)$.
   Quel est son spectre ?
   Comment faire pour n'avoir qu'un seul trait ?

Oscillations de pistons

\ThdTrois·16

On considère le dispositif ci-dessous, représenté au repos.

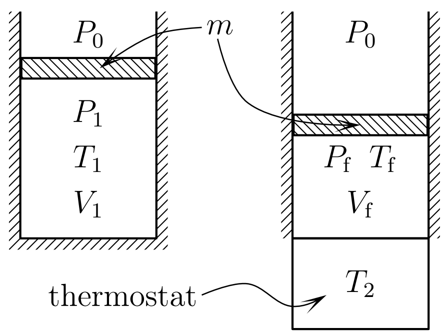


Les deux pistons de même masse m peuvent se déplacer horizontalement (uniquement). L'enceinte (2) a une section k fois plus petite que celle de l'enceinte (1).
L'extrémité A est déplacée brutalement de l.
Que se passe-t-il ?

Bilans sur un gaz dans un cylindre

\ThdQuatre·01

1. Déterminer l'état final du gaz contenu dans le cylindre.
2. Faire un bilan énergétique complet.
3. Faire un bilan entropique.



Compresseur

\ThdQuatre·02

Un compresseur amène de l'air de l'état (P_1,T_1) à l'état (P_2,T_2). La puissance du moteur qui l'entraîne vaut $\mathscr{P}$ et le débit massique vaut D. Pour l'air, assimilé à un gaz parfait, on connait c_P et γ.

1. Calculer la température T_2.

2. Calculer l'entropie créée par unité de temps.

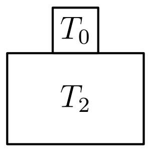
3. Quel serait le débit si l'évolution de l'air était isentropique ?

Données : $P_1 = 1{,}0$ bar ; $T_1 = 300$ K ; $P_2 = 6{,}0$ bar ; $\mathscr{P} = 1{,}5$ kW ; $D = 6{,}5$ g.s^{-1} ;
$c_P = 1{,}0$ kJ.K^{-1}.kg^{-1} ; $\gamma = 1{,}4$.

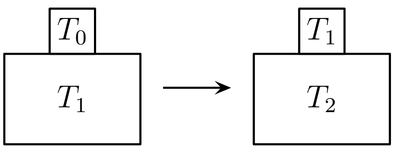
Bilans entropiques pour un solide

\ThdQuatre·03

Un solide de masse m et de capacité calorifique massique c est mis en contact avec un thermostat de température T_2.



1. Faire un bilan entropique.



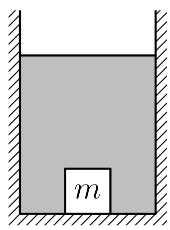
Pour amener cette même masse à la température T_2, on utilise cette fois un thermostat intermédiaire de température T_1.

2. Déterminer T_1 pour que l'entropie créée sur l'ensemble de la transformation soit minimale.

Bilan entropique dans un calorimètre

\ThdQuatre·04

Une masse m de cuivre de capacité calorifique massique c est plongée dans une masse M d'eau liquide de capacité thermique massique c_e. Les températures initiales respectives sont T_1 et T_0.



1. En supposant que les températures dans ces deux matériaux sont tout le temps homogènes, déterminer la température T_e de l'eau en fonction de la température T du cuivre.

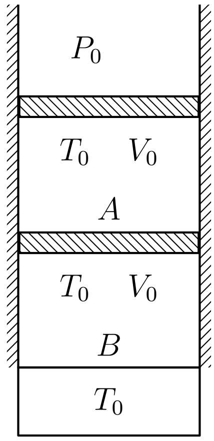
2. En déduire la température finale.

3. En supposant que la température de contact vaut, à chaque instant, $T_c = \dfrac{T + T_e}{2}$, faire un bilan entropique complet.

Bilans dans un cylindre double chambre

\ThdQuatre·05

À l'intérieur d'un cylindre, deux pistons calorifugés délimitent deux chambres dans lesqeelles il y a des gaz parfaits. À sa base, le cylindre est en contact avec un thermostat de température T_0. Au sommet, la pression atmosphérique est P_0. Les pistons se déplacent sans frottement et ont tous les deux une masse m. On a représenté la situation initiale ci-contre.



1. Déterminer les pressions initiales P_A et P_B.

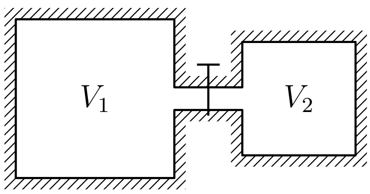
On ajoute brusquement une surmasse M sue le piston supérieur.

2. Déterminer les caractéristiques à l'équilibre : P'_A, T'_A, P'_B, T'_B.
3. Faire un bilan énergétique complet.
4. Faire un bilan entropique complet.

\ThdQuatre-06

DÉTENTE DE JOULE – GAY-LUSSAC

À l'instant initial, le compartiment 1 de volume V_1 contient n moles de gaz parfait et le vide a été réalisé dans le compartiment 2 de volume V_2. Ces deux compartiments sont calorifugés. On ouvre le robinet ...



1. Quelle grandeur thermodynamique est conservée ? Sous quelles hypothèses ?
2. En ce qui concerne le modèle microscopique du gaz parfait :
   (a) donner les hypothèses ;
   (b) définir pression et température cinétiques ;
   (c) donner la valeur de la capacité thermique à volume constant.
3. Quelle est la variation de température au cours de la transformation ?
4. Faire un bilan entropique.
5. On adopte, pour le gaz initialement contenu dans le volume V_1, le modèle du gaz de Van der Waals dont l'équation d'état est

$$\left(P + \frac{n^2\,a^2}{V^2}\right)\,\big(V - n\,b\big) = n\,R\,T$$

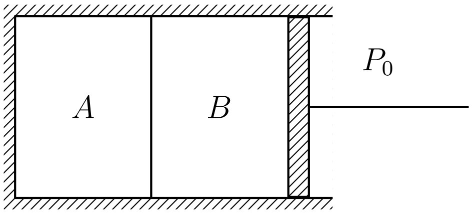
   et l'énergie interne $U(T,V) = C_V\,T - \dfrac{n^2\,a}{V}$.

   (a) Que représentent physiquement les coefficients a et b ?
   Expliquer qualitativement pourquoi b n'intervient pas dans l'expression de $U(T,V)$
   (b) Sachant que $\Delta T = -5{,}4$ K, calculer a.
   (c) Faire un bilan entropique.

\ThdQuatre·07

Détente dans le vide

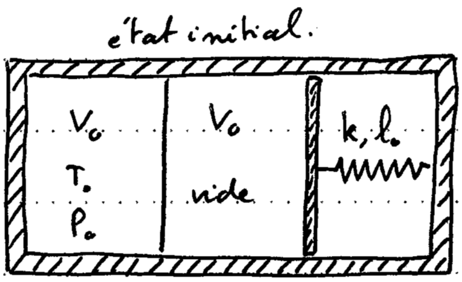
Les compartiments A et B sont de même volume V_0. A contient initialement un gaz à la température T_0 et à la pression P_0. B est initialement vide. L'ensemble est isolé thermiquement. On retire la paroi qui isole les deux compartiments.



1. Dans le cas où le piston est fixe, décrire l'état final et faire les bilans énergétique et entropique.
2. Mêmes questions dans le cas où le piston est mobile.

\ThdQuatre·08

Détente dans une enceinte fermée par un piston mobile



Le gaz parfait est diatomique $\gamma = \frac{7}{5}$. L'ensemble est calorifugé, même le piston. Numériquement, on a $P_0 = 1,0$ bar, $T_0 = 300$ K, $V_0 = 20$ L, $\ell_0 = 40$ cm, $k = 2,5.10^5$ N.m^{-1}

On perce un trou dans la paroi séparant les deux compartiments et on laisse évoluer l'ensemble.

- Déterminer numériquement l'état final et la distance dont le piston s'est déplacé.
- Calculer la variation d'entropie lors de cette transformation.
- Mêmes questions si, cette fois, c'est le compartiment de gauche qui est initialement vide, les conditions initiales pour le compartiment de droite étant les mêmes (P_0, V_0, T_0).

\ThdCinq·01

Équilibre liquide – vapeur

Un récipient de volume $V_0 = 1,0$ L contient une masse $m = 1,0$ g d'eau à une température $T_0 = 100$ °C.

Déterminer le titre en vapeur.

Donnée : pression de vapeur saturante de l'eau à 100 °C : $P_{\rm s} = 1{,}013$ bar.

\ThdCinq·02

Changement d'état avec de l'hélium

On considère un petit récipient de volume $V_0 = 10$ cm^3 dont les parois sont calorifugées, muni d'un robinet et contenant de l'hélium gazeux (gaz supposé parfait) sous la pression $P_0 = 80$ atm. On ouvre légèrement le robinet. De l'hélium s'échappe très lentement jusqu'au moment où, à l'intérieur du récipient règne une pression $P_1 = 1{,}0$ atm et une température $T_1 = 4{,}22$ K (température d'équilibre liquide – vapeur de l'hélium sour la pression P_1).

Quelle doit être la température initiale de l'hélium pour qu'à la fin de l'expérience il ne reste dans le récipient que de l'hélium liquide ?

Données : $\gamma = \dfrac{5}{3}$; enthalpie massique de vaporisation de l'hélium à $T_1 = 4{,}22$ K : $\ell_{\rm v} = 20{,}8$ J.g^{-1}.

\ThdCinq·03

Variation d'entropie avec changement d'état

Une masse $m = 1{,}0$ g subit les transformations suivantes :

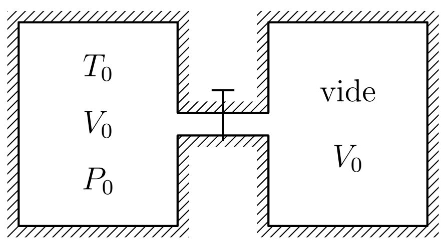
- ➜ échauffement à pression constante de $T_0 = 0{,}0$ °C à $T_1 = 100$ °C ;
- ➜ vaporisation sous cette pression.

Calculer la variation d'entropie.

Données : capacité thermique massique de l'eau liquide : $c = 4{,}18$ J.K^{-1}.g^{-1} ; enthalpie massique de vaporisation à T_1 : $\ell_{\rm v} = 2253$ J.g^{-1}.

\ThdCinq·04

Détente avec changement de phase



On considère deux enceintes calorifugées de même volume $V_0 = 10$ L reliées par un tuyau muni d'un robinet. Initialement l'enceinte de droite est vide et celle de gauche contient une masse $m = 100$ g d'eau à la température $T_0 = 200$ °C.

1. Décrire l'état initial de l'eau : équilibre ou non de l'eau, fraction de vapeur si nécessaire.

On ouvre le robinet.

2. Décrire le nouvel état d'équilibre de l'eau.

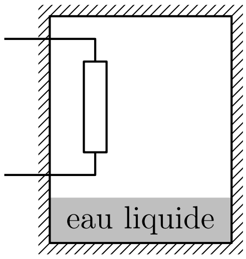
Données :

- ➜ formule de Duperray pour la pression de vapeur saturante de l'eau : $P_{\rm s}(T) = P_{\rm r} \left(\dfrac{T}{T_{\rm r}}\right)^4$ avec T en celcius et $T_{\rm r} = 100$ °C ;
- ➜ enthalpie massique de vaporisation de l'eau à 100 °C : $\ell_{\rm v} = 2{,}25.10^3$ kJ.kg^{-1} ;
- ➜ capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{\rm e} = 4{,}18$ J.kg^{-1} ;
- ➜ pour l'eau vapeur : $\gamma = 1{,}30$.

\ThdCinq·05

Vaporisation d'eau liquide

On considère une enceinte aux parois rigides de volume $V_0 = 10$ L. L'enceinte contient initialement une masse $m = 10$ g d'eau à la température $T_0 = 373$ K.



1. Décrire l'état initial de l'eau : équilibre ou non de l'eau, fraction de vapeur si nécessaire.

À l'aide d'une résistance chauffante, on élève la température jusqu'à $T_1 = 473$ K.

2. Décrire le nouvel état d'équilibre de l'eau.
3. Quel est le transfert thermique fourni par la résistance ?

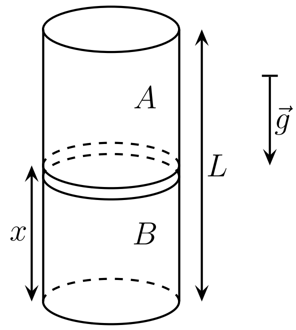
Données :

- formule de DUPERRAY pour la pression de vapeur saturante de l'eau : $P_{\text{s}}(T) = P_{\text{r}} \left(\dfrac{T}{T_{\text{r}}}\right)^4$ avec T en celcius ; $T_{\text{r}} = 100$ °C et $P_{\text{r}} = 1{,}0$ atm.
- enthalpie massique de vaporisation de l'eau à 100 °C : $\ell_{\text{v}} = 2{,}25.10^3$ kJ.kg^{-1} ;
- capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{\text{e}} = 4{,}18$ J.kg^{-1} ;
- pour l'eau vapeur : $\gamma = 1{,}30$.

Eau dans un cylindre double chambre

\ThdCinq-06

Un cylindre de hauteur $L = 1$ m et de section $S = 400$ cm^2 est séparé en deux compartiments A et B par un piston de masse m. A contient 10 g d'eau et B en contient 100 g. L'ensemble est thermostaté à 100 °C.



1. Le piston est bloqué par des calles en $x = 0{,}5$ m.
   Quelle force exercent les calles sur le piston ?
2. Les calles sont supprimées et on attend que le piston se mette à l'équilibre.
   Que vaut x ?
3. Quel est le travail minimal à fournir au piston pour le ramener à la position $x = 0{,}5$?

Glaçon

\ThdCinq-07

On considère un glaçon de masse $m = 20$ g à une température initiale $T_1 = -18$ °C. Ce glaçon est placé dans un environnement à $T_0 = 20$ °C.

1. Décrire l'état final.
2. Exprimer littéralement et calculer numériquement ΔU, ΔS pour cette transformation ;
3. Quel travail peut-on espérer extraire, au maximum, de cette transformation ? Proposez un moyen simple pour tirer de l'énergie de cette transformation.
4. Mêmes questions si on replace la masse m d'eau dans un congélateur à $T_1 = -18$ °C.

\ThdCinq·08

Détente isotherme

Une enceinte de volume $V_0 = 10$ L contient 10 g d'eau, et uniquement 10 g d'eau. Elle est thermostatée à $T_0 = 373$ K.

• Décrire l'état initial.

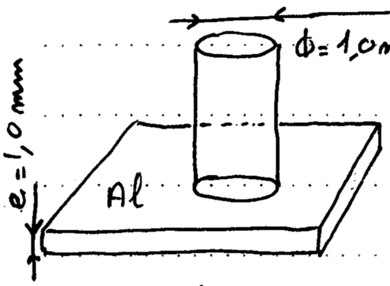
On réalise une détente isotherme jusqu'à un volume $V_f = 5 V_0$

• Décrire l'état final.

• Faire un bilan énergétique.

\ThdCinq·09

Découpe au laser



Une plaque d'aluminium est découpée au laser. On travaille à $P_0 = 1{,}0$ bar et $T_0 = 293$ K. Le faisceau laser, de diamètre Φ, transporte une puissance surfacique J_L que l'on considère intégralement absorbée par la plaque. Cette dernière, étant fine, on considère que la température sous le laser est uniforme et on néglige tout transfert thermique entre l'aluminium impacté et l'air ou le reste de la plaque. On néglige les variations de masse volumique et de capacité thermique de l'aluminium avec la température.

Données : $T_{\text{fusion, Al}} \overset{\text{not}}{=} T_f = 933$ K ; $T_{\text{vaporisation, Al}} \overset{\text{not}}{=} T_v = 2792$ K ; $\ell_{\text{fusion, Al}} \overset{\text{not}}{=} \ell_f = 397$ kJ.kg^{-1} ; $\ell_{\text{vaporisation, Al}} \overset{\text{not}}{=} \ell_v = 10\,900$ kJ.kg^{-1} ; $c_{p,\text{solide}} \overset{\text{not}}{=} c_{p,s} = 897$ J.kg^{-1}.K^{-1} ; $c_{p,\text{liquide}} \overset{\text{not}}{=} c_{p\ell} = 1086$ J.kg^{-1}.K^{-1}.

- Tracer le diagramme d'état de l'aluminium et y représenter la transformation.
- Calculer Δh et Δs (en massique) pour la transformation.

Le laser émet par impulsions de durée $t_p = 50$ ms

- Calculer la valeur minimale de J_L pour vaporiser entièrement l'aluminium au bout de t_p. Tracer ensuite $T(t)$.

En réalité il y a un coefficient de réflectance de 0,72.

- Recalculer J_L.
- Dans le cas d'un laser continu (sans impulsion), quelle serait sa vitesse maximale de découpe ?
- Proposer un montage pour augmenter la puissance surfacique d'un laser.

Complexe piscine – patinoire

\ThdSix-01

Une machine thermique fonctionne entre une patinoire de dimensions 20 m × 30 m × 3 cm et une piscine de dimensions 20 m × 30 m × 3 m. À l'état initial la patinoire et la piscine sont remplies d'eau liquide à la température T_0. À l'état final, la glace de la patinoire est à T_1, l'eau de la piscine à T_2.

Déterminer T_2 et le travail fourni à la machine. Vous préciserez toutes les hypothèses et approximations de tout ordre que vous êtes amené à faire.

On connaît :

➜ $T_0 = 12\ °\text{C}$

➜ $T_1 = -5\ °\text{C}$

➜ $c_{\text{eau}} = 4{,}18\ \text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (eau liquide)

➜ $c_{\text{glace}} = 1{,}9\ \text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (eau solide)

➜ $L_{\text{fusion}} = 334\ \text{kJ.kg}^{-1}$

\ThdSix-02

Glaçons et congélateur

1. On sort 100 g de glaçons d'un congélateur à $-10\ °\text{C}$ et on les laisse fondre dans une pièce à $25\ °\text{C}$.
   Calculer l'entropie créée.
2. On replace ces 100 g d'eau liquide dans le congélateur qui reforme les glaçons jusqu'à $-10\ °\text{C}$.
   Calculer l'entropie créée par cette nouvelle opération.
   Est-elle supérieure à la première calculée ?
3. On considère que le congélateur est une machine thermique réversible.
   Calculer le travail fourni au congélateur pendant la seconde expérience.

\ThdSix-03

Cycle de Bayton

On considère un cycle thermique $ABCD$ défini de manière réversible et pour lequel on utilise un gaz parfait. Ce cycle est produit dans un réacteur thermique. Voici les étapes de ce cycle :

➜ AB : compression isentropique d'un volume V_2 à un volume V_1

➜ BC : combustion isobare à la pression P_2

➜ CD : détente isentropique d'une pression P_2 à une pression P_1

➜ DA : refroidisseent isobare à la pression P_1

On défuinit $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V}$, $\alpha_P = \dfrac{P_2}{P_1}$ et $\alpha_V = \dfrac{V_2}{V_1}$.

1. Tracer le diagramme de Clapeyron de ce cycle.
2. Décrire et commenter les grandeurs de ce cycle.
3. Exprimer les transferts thermiques Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD} et Q_{DA} en fonction des températures T_A, T_B, T_C et T_D.
4. Commenter ces grandeurs.
5. Calculer le rendement en fonction de :
   ➜ T_A, T_B, T_C et T_D ;
   ➜ γ et C_P ;
   ➜ γ et C_V.

\ThdSix-04

Machine avec changement d'état

1. On considère un liquide incompressible. Soit A_0 un point de la courbe d'ébullition correspondant à une température T_0.
   (a) Tracer sur un diagramme (P,V) les trois isothermes $T_0 < T_1 < T_c$ où T_c est la température critique du corps.
   (b) Soit A le point de la courbe d'ébullition à la température T_1.
   Calculer l'entropie S_1 au point A en fonction de S_0, l'entropie au point A_0, la capactité thermique c_ℓ du liquide et de T_1 et T_0.
   (c) À partir du point A on effectue une vaporisation partielle du liquide jusqu'au point M de titre en vapeur x.
   Calculer la variation d'énergie interne en fonction de la chaleur latente massique de vaporisation ℓ_A et de x.
   (d) Calculer l'entropie S_M au point M.
2. On introduit dans un récipient fermé initialement vide de la vapeur (toujours le même corps, incompressible à l'état liquide). On effectue les transformations suivantes à partir du point D de la courbe de rosée à la température T_1 :
   ➜ $D \rightarrow A$: liquéfaction isotherme jusqu'à la courbe d'ébullition
   ➜ $A \rightarrow B$: détente isentropique jusqu'à la température T_0
   ➜ $B \rightarrow C$: vaporisation isotherme jusqu'à la courbe isentropique passant par D
   (a) Tracer le cycle $DABD$.
   (b) Calculer les entropies S_B et S_C.
   (c) Calculer les titres massiques en vapeur x_B et x_C.
   (d) Calculer les transferts thermiques q_0 et q_1 reçus lors des transformations $B \rightarrow C$ et $D \rightarrow A$.
   (e) Calculer le travail reçu par le système dans un cycle.
3. Ce cycle équivaut à une machnie thermique, laquelle ?
   Calculer le rendement ou l'efficacité suivant le cas.

Pour les applications numérique, on prendra $T_0 = 40{,}316$ °C et $T_1 = 99{,}632$ °C dans un premier temps puis $T_1 = 169{,}37$ °C ensuite.

P (bar)	T (°C)	h_{liq} (kJ.kg^{-1})	h_{vap} (kJ.kg^{-1})	s_{liq} (kJ.K^{-1}.kg^{-1}	s_{vap} (kJ.K^{-1}.kg^{-1})
0,075	40,316	168,77	2574,9	0,5763	8,2523
1,0	99,632	417,51	2675,4	1,3027	7,3598
7,8	169,37	716,35	2766,4	2,0354	6,6683

Moteur thermique

\ThdSix-05

Un moteur thermique est fabriqué à partir d'une source chaude $\mathscr{S}_c$ à la température initiale T_1 et de capacité thermique $x\,C$ $(0 < x < 1)$ et d'une source froide $\mathscr{S}_f$ à la température initiale T_2 et de capacité thermique $(1-x)\,C$. Après le fonctionnement de cette machine, leur température finale commune est T_{fin}.

1. Pour quel type de transformation aura-t-on W maximal ?
2. En supposant que W maximal, trouver T_{fin} et W.
3. Application numérique : $\mathscr{S}_c$ est formé d'un litre d'eau avec une bulle de vapeur et $\mathscr{S}_f$ est formé d'un litre d'eau avec un cristal de glace.

Échange entre trois sources

\ThdSix-06

Trois solides de même capacité thermique C sont aux températures respectives $T_{10} = 100$ K et $T_{20} = T_{30} = 300$ K.

- À quelle température maximale peut-on porter l'un de ces trois corps sans apport extérieur d'énergie ?

Machine thermique

\ThdSix-07

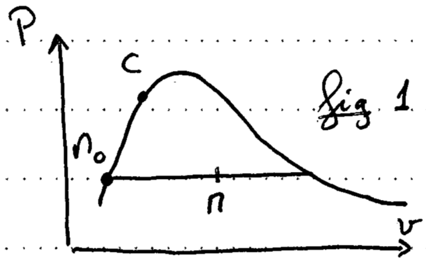


fig 1

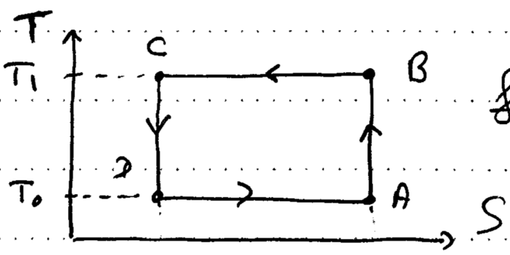


fig 2.

On note s_0 l'entropie en M_0 à la température T_0, ℓ la chaleur latente de vaporisation à T_0 et c_p la capacité thermique massique du liquide.

- Déterminer l'entropie massique en C (fig 1).
- Calculer l'entropie massique en M (fig 1)

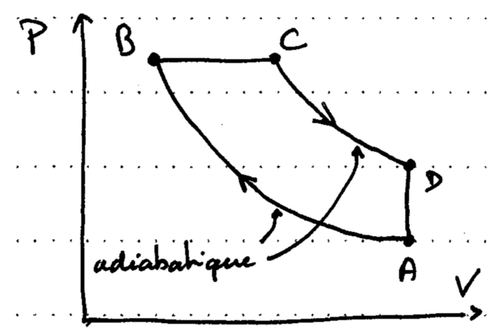
Le liquide subit le cycle réversible ci-dessus (fig 2) :

↳ B → C : condensation totale
↳ C → D : détente partielle
↳ D → A : vaporisation totale
↳ A → B : compression partielle

- Représenter le cycle sur la figure 1 et déterminer les titres en vapeur en A et D.
- Déterminer Q et W pour chaque étape puis pour tout le cycle. Rendement ? Efficacité ?

Cycle

\ThdSix-08



On considère le cycle ci contre.

On donne $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

- Donner l'expression du rendement ou de l'efficacité (à choisir)
- L'exprimer en fonction de $\gamma, T_A, T_B, T_C, T_D$.

\ThdSix·09

Complexe piscine-patinoire

Une machine thermique, alimentée par un moteur $P = 20$ kW, refroidit de manière réversible une patinoire de volume V_1 et réchauffe une piscine de volume V_2. Initialement, piscine et patinoire sont à 15°C. On veut que la température finale soit de $T_1 = -5$°C pour la patinoire.

- Schématiser la machine et noter les sens réels des échanges
- Estimer des valeurs pour V_1 et V_2
- Calculer Q_1 et Q_2 les transferts thermiques.
- Faire un bilan entropique et calculer T_2, la température finale de la piscine.
- Durée de fonctionnement ?

\ThdB·01

Diffusion du Bore

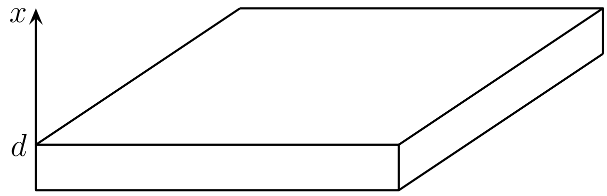
On étudie la diffusion du bore dans le silicium, celle-ci n'ayant lieu que sur Ox. La concentration dans un plan d'abscisse x est notée $c(x,t)$.

1. Rappeler la loi de Fick.
   Quelles sont les unités de D et de $\vec{\jmath}(x,t)$?
2. Établir l'équation de diffusion.

3. À $t = 0$ la concentration est nulle partout sauf en $x = 0$. Soit Q le nombre de particule implantées sur cette surface (qu'on supposera de faible épaisseur) ; Q reste constante au cours de la diffusion, la concentration dans le matériaux est donnée par : $c(x,t) = B(t)\,\exp\left(-\dfrac{x^2}{A(t)}\right)$.
   Déterminer $A(t)$ et $B(t)$ et $c(x,t)$ en fonction de Q, D, t et x sachant que $\displaystyle\int_0^{\infty} \exp(-u^2)\,\mathrm{d}u = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.
4. Calculer la profondeur de diffusion h telle que $c(h,t) = \dfrac{c(0,t)}{\mathrm{e}}$.
5. Au bout d'une heure, $h = 5\ \mu$m.
   Déterminer le coefficient de diffusion D des atomes de bore dans le silicium.

Diffusion thermique dans un moteur

\ThdB·02



Un matériau d'épaisseur d, de section Σ perpendiculaire à Ox constante à une conductivité thermique λ. En $x = 0$ la paroi est à la température T_0, en $x = 0$, la paroi est à la température T_0, en $x = d$ elle est à la température T_1.

On la suppose parfaitement calorifugée et on néglige les effets de bord. En régime permanent, la loi de température s'écrit $T(x) = T_0 + (T_1 - T_0)\,\dfrac{x}{d}$.

1. Calculer le transfert thermique par unité de temps en fonction de $(T_0 - T_1)$.
2. En déduire la durée τ pour laquelle le transfert thermique Q traverse le matériau. On introduira la conductance thermique $g = \dfrac{\Sigma\,\lambda}{d}$.
3. Que se passe-t-il lorsque T_1 tend vers T_0 ?

Un moteur ditherme est constitué d'un gaz parfait en évolution réversible, effectuant un cycle de Carnot entre deux sources de températures T_c et T_f. Entre le moteur et chaque source se trouve un cylindre constitué d'un matériau similaire à celui de l'exercice précédent. La transformation se compose d'une isotherme $A \to B$ à $T_1 > T_\mathrm{f}$, d'une adiabatique réversible $B \to C$, d'une détente isotherme $C \to D$ à $T_2 > T_1$ et $T_2 < T_\mathrm{c}$ et d'une adiabatique réversible $D \to A$. On appelle Q_2 le transfert thermique reçu par le moteur et venant de la source chaude, Q_1 le transfert thermique reçu venant de la source froide.

1. Montrer que $\dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} = 0$.
2. La transformation de l'ensemble { moteur + source } est-elle réversible ?
3. Exprimer Q_1 et Q_2 en fonction de T_1, T_2 et du travail fourni par le moteur W_m.
4. Exprimer les durées τ_1 et τ_2 des transferts thermiques Q_1 et Q_2.
   En déduire la durée totale τ_0 d'un cycle en fonction de g, T_1, T_2, T_c, T_f et W_m, sachant que l'on suppose que les transformations adiabatiques réversibles sont suffisamment rapides pour que l'on puisse négliger leurs durées.

5. Donner l'expression de la puissance P du moteur.
6. Exprimer $\dfrac{1}{P}$ en fonction de T_c, T_f, g, $x = \dfrac{T_2}{T_1}$ et $\theta = T_2 - T_1$.
7. Déterminer x en fontion de θ, T_c et T_f pour que la puissance soit maximale.

Diffusion thermique

\ThdB·03

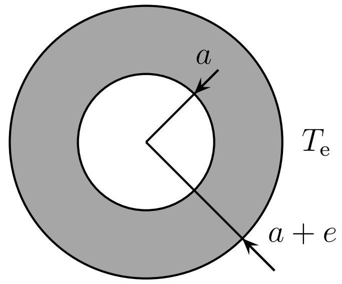
Une barre homogène de silicium de longueur L, de conductivité thermique λ, de conductivité électrique σ, est parcourue par une densité volumique de courant électrique $\vec{\jmath}$. On fixe les températures à ses extrémités T_1 et T_2.

1. Déterminer la puissance dissipée par effet Joule par unité de volume en fonction de $j = \|\vec{\jmath}\|$.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par T.
3. À quelle condition sur T_1 et T_2, T admet-elle un maximum ?

Conducteur électrique

\ThdB·04

Un fil électrique cylindrique de rayon a, de résistance linéique R, entouré d'une gaine d'isolation électrique d'épaisseur e et de conductivité thermique λ, est parcouru par un courant d'intensité I. La température extérieure est notée T_e. On suppose le régime permanent atteint.

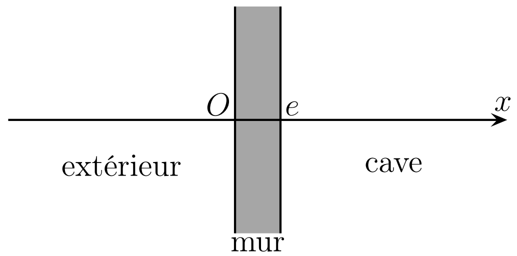


1. On suppose le conducteur de conductivité électrique γ.
   (a) Déterminer la densité volumique de courant électrique $\vec{\jmath}_\mathrm{e}$.
   (b) Déterminer $T(r)$.
2. Mêmes questions pour un conducteur parfait.

Température dans une cave

\ThdB·05

On réalise une cave à vin avec de grosses pierres de diffusivité thermique $a = 7.10^{-7}$ m^2.s^{-1}. La température extérieure varie selon la loi $T(O,t) = T_\mathrm{m} + T_0 \cos(\omega t)$ et la période de ses variation est notée τ. On suppose que la température de la cave est la même que cette du mur en $x = e$.



1. Établir l'équation de diffusion thermique.

2. Justifier la recherche d'une solution sous la forme $\underline{T}(x,t) = C + \underline{f}(x)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega\,t}$.

3. Faire apparaître deux types de solutions, les interpréter et négliger provisoirement l'une des deux (en justifiant votre choix).

4. Résoudre alors complètement l'équation de diffusion et déterminer la température de la cave.

5. Quelle doit être l'épaisseur de la cave pour qu'une variation de température extérieure de 20 °C entraîne une variation de température inférieure à 2 °C dans la cave ?

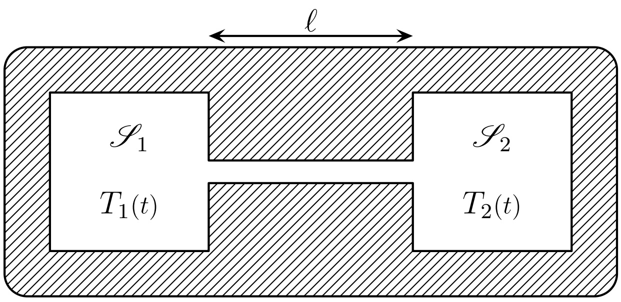
6. Avec quel retard un maximum de température extérieure parvient-il dans la cave ?

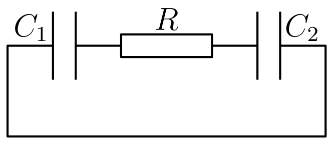
7. Qu'est-ce qui change dans l'approche du problème si on prend désormais en compte toutes les solutions trouvées en 3 ?

Diffusion thermique entre solides

\ThdB·06

Une enceinte calorifugée contient un solide $\mathscr{S}_1$ de température variable $T_1(t)$, de capacité thermique C_1, de conductivité thermique $\lambda_1 = +\infty$ et un solide $\mathscr{S}_2$ de température variable $T_2(t)$, de capacité thermique C_2, de conductivité thermique $\lambda_2 = +\infty$. Ces deux solides sont reliés par une tige de longueur ℓ, de conductivité thermique λ et de capactité thermique nulle.





1. Établir l'équation de diffusion thermique.

2. Qu'impliquent les hypothèses faites sur les capacités thermiques des différents constituants ?

3. Qu'impliquent les hypothèses faites sur les conductivités thermiques des différents constituants ?

4. On suppose qu'à $t = 0$, $T_1(0) = T_{10}$ et $T_2(0) = T_{20}$.
   Déterminer entièrement $T_1(t)$ et $T_2(t)$.

5. Faire un bilan entropique

6. Établir une analogie avec le circuit proposé.

Double vitrage

\ThdB·07

On considère une maison dont la température de la pièce est T_0 et la température du dehors est T_{atmo}.

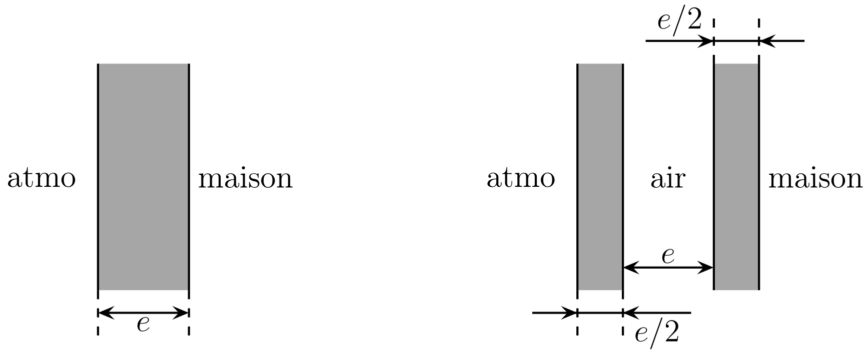


figure ① figure ②

1. Retrouver l'équation de diffusion thermique à une dimension.
2. Dans le cas d'un simple vitrage (figure ①), déterminer le flux thermique traversant la vitre en régime permanent.
3. Même question pour le double vitrage (figure ②) et comparer avec le résultat précédent.
4. Évaluer et comparer les durées d'atteinte des deux régimes permanents étudiés ci-dessus.

\ThdB·08

Détente et diffusion

Un récipient aux parois adiabatiques est fermé par un piston mobile, lui-même adiabatique. Il se déplace à la vitesse $\vec{v}$ sous l'action d'un fluide lui même en contact avec un thermostat T_0 par l'intermédiaire d'un isolant de conductivité λ qui se comporte comme s'il était en régime permanent.

Calculer $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}V}$ et en déduire l'évolution de P.

\ThdB·09

Barreau de refroidissement

1. Un tube cylindrique calorigfugé sur sa surface latérale, de longueur L $(0 < x < L)$ de rayon a est compris entre deux thermostats de température T_1 et T_2 en $x = 0$ et $x = L$.

   Calculer R_{th} et $T(x)$.
2. Le tube est en réalité imparfaitement calorifugé et on s'intéresse aux transferts thermiques conducto-convectifs de fateur h sur la surface latérale.

   Déterminer $T(x)$ par des hypothèses raisonnables (on supposera que L est grand devant une longueur à préciser).

   Indiquer un circuit électrique équivalent à une tranche comprise entre x et $x + \mathrm{d}x$.

\ThdB·10

Chauffage d'un studio

Dans un immeuble, un studio échange de la chaleur avec les studios voisins de température 18 °C et pssodère une enêtre donna sur l'extérieur de température 0 °C.

1. (a) Rappeler la loi de Fourier unidimensionnelle.
   (b) Quelle est l'expression de la puissance thermique en régime stationnaire ? Ses propriétés ?
   (c) Donner l'expression de la résistance thermique et son unité.

(d) Donner la résistance d'un simple vitrage de surface $S = 4\ \text{m}^2$ d'épaisseur $e_\text{v} = 2{,}4$ mm et pour lequel $\lambda_\text{v} = 1{,}2$ SI.

(e) Sachant que $\lambda_\text{air} = 0{,}025$ SI et que $e_\text{air} = 5$ mm, donner la résistance thermique d'un double vitrage R_dv.

2. Dans toute la suite, on prend $R_\text{dv} = 0{,}035$ SI.

(a) Trouver l'équation différentielle vérifiée par la température du studio de capacité thermique $C = 6.10^{15}\ \text{J.K}^{-1}$; les échanges thermiques avec le voisinage sont caractéristés par $G_\text{voi} = 10^2$ SI.

(b) À $t = 0$ on suppose la température du studio à 18 °C.

Trouver sa température finale T_f et τ.

3. On veut maintenir le studio à 20 °C.

(a) Quelle est la puissance totale échangée ?

(b) Quelle puissance est nécessaire pour maintenir cette température ?

(c) Quel coût journalier cela aurait-il de maintenir cette température avec une pompe à chaleur fonctionnant avec l'air l'extérieur ?

(d) On renouvelle l'air intérieur 2 fois par jour ($\rho_\text{air} = 1{,}2\ \text{kg.m}^{-3}$, $V_0 = 50\ \text{m}^3$ entre 0 °C et 20 °C.

Quelle puissance faut-il pour chauffer l'air de 0 °C à 20 °C avec $C_{P,\text{air}} = 1\ \text{J.K}^{-1}.\text{g}^{-1}$? Quel est le surcoût journalier engendré ?

Température dans un fil

\ThdB·11

Un courant d'intensité I passe dans un fil de cuivre cylindrique. On note γ la conductivité électrique et λ la conductivité thermique.

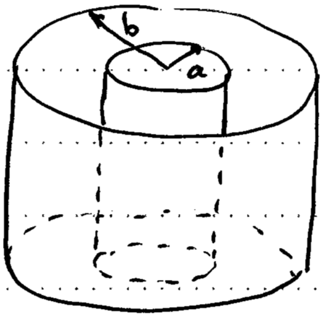
• Déterminer le champ de température dans tout l'espace en notant T_s la température à la surface du fil.

• Estimer numériquement T_s.

Diffusion radiale dans un conducteur

\ThdB·12

On considère un élément de longueur δL d'un conducteur métallique très long, de conductivité thermique λ, de masse volumique μ et de capacité thermique massique c. La gaine qui entoure ce fil est de conductivité thermique K.



- Montrer que la température ne dépend que de r et t.
- Trouver l'expression de la production volumique de puissance par effet Joule dans le conducteur. On note γ la conductivité électrique.
- Trouver l'équation de diffusion thermique dans le conducteur et dans la gaine en supposant le régime stationnaire.
- Résoudre sachant que $T(b) = T_0$.

Barre entre deux solides de températures différentes

ThdB-13

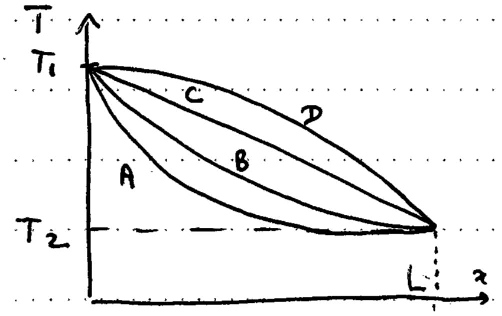
Une barre de longueur L, de section s et de conductivité thermique λ, relie deux solides de même capacité thermique C et de températures initiales T_{10} et T_{20} différentes.

- Établir l'équation de diffusion thermique dans la barre.
- La résoudre sachant que les températures dans les solides sont uniformes et varient « lentement » (à préciser).
- Quelle est la température finale ?
- Bilan entropique.

Diffusion dans un barreau non calorifugé

ThdB-14

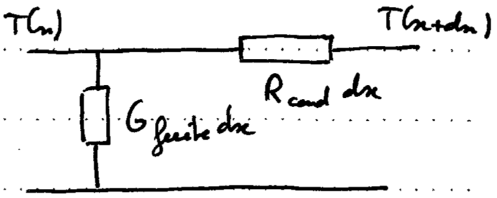
On considère une barre cylindrique d'axe (Ox) de longueur L, de rayon a, comprise entre deux thermostats T_1 et T_2 situés respectivement en $x=0$ et $x=L$. L'air extérieur est à la température T_0 et il existe un flux conducto convectif, de coefficient surfacique noté h, entre l'air et la surface latérale de la barre.



On se place en régime permanent.

- Écrire l'expression du transfert thermique perdue par une tranche d'épaisseur dx.
- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$.

Sur le schéma ci-dessus, on a représenté 4 allures de solution pour 4 valeurs de h.



- Classer les 4 valeurs de h.
- Trouver les expressions de G_{fuite} et R_{cond} qui permettent au schéma ci-dessus d'être équivalent à la solution étudiée.

\ThdB·15

Onde thermique

La surface latérale d'un cylindre de longueur L et de rayon R est parfaitement calorifugée, ainsi sa température n'est fonction que de x et t. On impose $T(0,t) = T_0 + \theta_0 \cos(\omega t)$.

- Trouver $\theta(x)$ et $\varphi(x)$ pour une solution de la forme

$$T(x,t) = T_0 + \theta(x) \times \cos(\omega t - \varphi(x))$$

\ThdB·16

Sphère radioactive

Une sphère d'uranium de rayon R est plongée dans une cuve d'eau. Elle est le siège de réactions nucléaires. On note s la puissance dissipée par unité de volume de la sphère. On note K et K_e les coefficients de diffusion thermique de l'uranium et de l'eau. On suppose le régime permanent.

- Par un bilan énergétique, calculer le vecteur densité de conduction thermique pour l'uranium et l'eau.

On note T_0 la température de l'eau en un point éloigné de la sphère. À la surface de celle-ci, il y a un flux surfacique qui s'écrit $h\left(T_{eau}(R) - T_{uranium}(R)\right)$.

- Déterminer la température en tout point de la sphère.

\ThdB·17

Diffusion de neutrons dans un barreau de plutonium

On considère un barreau de plutonium de longueur L, de section S, et qui présente la densité volumique $n(x,t)$ de neutrons. Ces derniers diffusent avec un coefficient D. Les réactions nucléaires engendrent K neutrons par unité de temps et de volume. La densité de neutrons s'annule à tout instant en $x=0$ et $x=L$.

- Trouver l'équation vérifiée par $n(x,t)$.
- En régime stationnaire, donner l'expression de $n(x)$ à une constante multiplicative près et la seule valeur possible L_0 de L
- En régime quelconque, chercher une solution sous la forme $n(x,t)=f(x)g(t)$.
- Déterminer la valeur maximale L'_0 de L au-delà de laquelle il y a divergence de n.

\ThdB·18

Diffusion de bactéries

On étudie une population de bactéries de densité linéique $n(x,t)$ et de diffusivité $D = 10^{-10}$ U.S.I.

- Quelle est l'unité de D ? Calculer la durée de diffusion sur une longueur de 10 cm. Commenter.
- On suppose que tous les $\tau = 1200$ s, une bactérie donne naissance à une autre. Établir l'équation vérifiée par $n(x,t)$.
- Déterminer la solution $n(t)$ indépendante de x telle que $n(0) = n_0$. Commenter.

On suppose maintenant que la probabilité qu'une bactérie meurt est proportionnelle à la densité de bactérie. Cette probabilité est telle que $a = 50\,\%$ des bactéries meurent tous les $\tau = 1200$ s quand la densité vaut $n_0 = 10$ bactéries par mm.

- Montrer que $\dfrac{\partial n}{\partial t} = D\,\dfrac{\partial^2 n}{\partial x^2} + d_1\,n - d_2\,n^2$ avec d_1 et d_2 à définir et à évaluer numériquement.
- Quelles sont les solutions n_1 et n_2 indépendantes de t et de x (avec $n_1 < n_2$) ? Que représentent-elles ?
- On suppose que $n(x,t) = f(x-ct)$ avec $\lim\limits_{u\to-\infty} f(u) = n_1$ et $\lim\limits_{u\to+\infty} f(u) = n_2$. Interpréter.
- Trouver l'expression de c en fonction de $\alpha = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(u)\,\mathrm{d}u$

Perte thermique à travers un mur

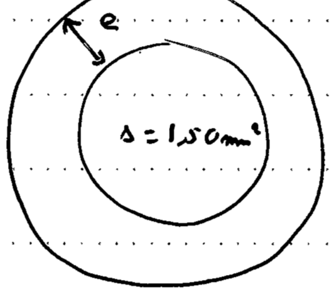
\ThdB·19

Calculer la puissance thermique perdue dans l'atmosphère par la pièce dans laquelle vous vous trouvez.
Une valeur numérique est attendue.

Température dans un fil domestique

\ThdB·20

On considère un fil de cuivre de section $s = 1{,}5\ \text{mm}^2$ entouré d'un plastique isolant d'épaisseur $e = 0{,}50\ \text{mm}$.



$\gamma_{\text{cuivre}} = 6{,}0 \cdot 10^6\ \text{S m}^{-1}$

$\lambda_{\text{cuivre}} = 4{,}0 \cdot 10^2\ \text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

$\lambda_{\text{plastique}} = 4{,}0\ \text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$

$h = 4{,}0\ \text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}$

$T_{\text{air}} = 293\ \text{K}$.

Les normes électriques imposent une intensité maximale de 10 A à travers ce fil. On suppose que le courant est réparti uniformément dans le fil.

- Déterminer la densité de courant j_0 pour $I_0 = 10\ \text{A}$.
- Trouver l'équation de diffusion thermique.

L'échange thermique entre l'isolant et l'air suit la loi de Newton $\delta Q = h \times S \times (T_{\text{air}} - T_{\text{surface}})\,dt$ où S est la surface d'échange.

- Déterminer numériquement la température de surface de l'isolant
- Résoudre l'équation de diffusion thermique dans l'isolant et calculer numériquement la température à l'interface cuivre - isolant.
- Résoudre l'équation de diffusion thermique dans le cuivre et calculer numériquement la température au niveau de l'axe.
- Qu'est-ce qui change pour une intensité variable à 50 Hz ?