Pour être autorisé en D.S., ce formulaire ne doit comporter aucune note personnelle d'aucune sorte, hormis le nom du propriétaire.

Sauf précision contraire, les grandeurs utilisées peuvent être complexes. j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

Autour des formules trigonométriques

a, b et θ réels.

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$

$\sin(a-b) = \sin a\cos b - \cos a\sin b$

$\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a\tan b}$

$\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a\tan b}$

$\cos(-\theta) = \cos\theta \qquad \sin(-\theta) = -\sin\theta$

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right) = -\sin\theta \qquad \sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right) = \cos\theta$

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \sin\theta \qquad \sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \cos\theta$

$\cos(\pi+\theta) = -\cos\theta \qquad \sin(\pi+\theta) = -\sin\theta$

$\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta \qquad \sin(\pi-\theta) = \sin\theta$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$\exp(j\theta) = \cos\theta + j\sin\theta$

Autour de la trigonométrie hyperbolique

x, a et b sont réels.

$\cosh x = \dfrac{\exp x + \exp(-x)}{2}$; $\cosh(-x) = \cosh x$

$\sinh x = \dfrac{\exp x - \exp(-x)}{2}$; $\sinh(-x) = -\sinh x$

$\tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$

$\cosh x + \sinh x = \exp x$

$\cosh x - \sinh x = \exp(-x)$

$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cosh x = \sinh x$

$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sinh x = \cosh x$

$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

$\cosh(a+b) = \cosh a\cosh b + \sinh a\sin b$

$\sinh(a+b) = \sinh a\cosh b + \cosh a\sinh b$

$\tanh(a+b) = \dfrac{\tanh a + \tanh b}{1 + \tanh a\tanh b}$

Autour des développements limités

ε est réel.

Formule de Taylor ($\varepsilon \ll 1$ et x sans dimension) :

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\varepsilon + f''(x_0)\frac{\varepsilon^2}{2} + \cdots$$

$$\cdots\sum_{k=3}^{\infty}\frac{\mathrm{d}^k f}{\mathrm{d}x^k}(x_0)\frac{\varepsilon^k}{k!}$$

$(1+\varepsilon)^r = 1 + r\varepsilon + \dfrac{r(r-1)}{2}\varepsilon^2$ à l'ordre 2, r réel

$\ln(1+\varepsilon) = \varepsilon - \dfrac{\varepsilon^2}{2}$ à l'ordre 2

$\exp(\varepsilon) = 1 + \varepsilon + \dfrac{\varepsilon^2}{2}$ à l'ordre 2

$\cos\varepsilon = 1 - \dfrac{\varepsilon^2}{2}$ à l'ordre 3

$\sin\varepsilon = \varepsilon - \dfrac{\varepsilon^3}{6}$ à l'ordre 4

$\tan\varepsilon = \varepsilon + \dfrac{\varepsilon^3}{3}$ à l'ordre 4

$\arcsin\varepsilon = \varepsilon + \dfrac{\varepsilon^3}{6}$ à l'ordre 4

$\arctan\varepsilon = \varepsilon - \dfrac{\varepsilon^3}{3}$ à l'ordre 4

$\cosh\varepsilon = 1 + \dfrac{\varepsilon^2}{2}$ à l'ordre 3

$\sinh\varepsilon = \varepsilon + \dfrac{\varepsilon^3}{6}$ à l'ordre 4

$\tanh\varepsilon = \varepsilon - \dfrac{\varepsilon^3}{3}$ à l'ordre 4

Fonction de Langevin : $\mathcal{L}(x) = \coth(x) - \dfrac{1}{x}$

$\mathcal{L}(\varepsilon) = \dfrac{\varepsilon}{3}$ à l'ordre 2

Autour des équations différentielles

ω_0, ω, φ et r' réels.

➨ $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \lambda x = 0$ a pour solution :
$x(t) = \alpha \exp(-\lambda t)$.

➨ $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x = 0$ a pour solution :
$x(t) = \alpha \cos(\omega_0 t) + \beta \sin(\omega_0 t)$
ou $x(t) = \alpha \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

➨ $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - \omega_0^2 x = 0$ a pour solution :
$x(t) = \alpha \cosh(\omega_0 t) + \beta \sinh(\omega_0 t)$.

➨ $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \lambda\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \mu x = 0$ dont l'équation caractéristique (E.C.) est $r^2+\lambda r+\mu = 0$ a pour solution :

➜ si l'E.C. a deux racines r_1 et r_2 :
$x(t) = \alpha \exp(r_1 t) + \beta \exp(r_2 t)$. Si les deux racines sont complexes conjuguées $r = r' \pm j\omega$, on peut écrire $x(t) = \exp(r't)(A\cos\omega t + B \sin\omega t)$.

➜ si l'E.C. a une racine double r_0 :
$x(t) = (\alpha + \beta t)\exp(r_0 t)$.

Autour des primitives

x et a sont réels.

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right)$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1-x^2} = \frac{1}{2}\operatorname{argth} x$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right)$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2+x^2}} = \operatorname{argsh}\left(\frac{x}{a}\right)$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right|$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{argch} x$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x} = \tan x\,;\ \int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x} = -\cot x$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sin x} = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|$$
$$\int \tan x = -\ln|\cos x|$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\cosh^2 x} = \tanh x$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sinh^2 x} = -\coth x$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\cosh x} = 2\arctan(\exp x)$$
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sinh x} = \ln\left|\tanh\frac{x}{2}\right|$$
$$\int \ln x = x\ln x - x$$

Autour de Fourier

$f(t)$ périodique de période T.

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t))$$

avec (t_0 quelconque) :

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\mathrm{d}t$$
$$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\cos(n\omega t)\mathrm{d}t$$
$$b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\sin(n\omega t)\mathrm{d}t.$$

Si $f(t)$ paire, $b_n = 0$ pour tout n.
Si $f(t)$ impaire, $a_n = 0$ pour tout n.

Écriture complexe :

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \underline{C_n}\exp(jn\omega t) \text{ avec :}$$
$$\underline{C_n} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\exp(-jn\omega t)\mathrm{d}t$$

Formules de Parseval :

$$\langle|f(t)|^2\rangle = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$
$$= a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2+b_n^2) = \sum_{-\infty}^{+\infty}|\underline{C_n}|^2$$

Autour des dérivées de fonctions de la seule variable ξ

La variable ξ est réelle.

$\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\xi} \overset{\text{not}}{=} f'$

$(\lambda f + \mu g)' = \lambda f' + \mu g'$

$(fg)' = f'g + fg'$

$(f^r)' = rf'f^{r-1}$

$f(g(\xi)) \overset{\text{not}}{=} (f\circ g)(\xi)$

$(f\circ g)' = g' \times f'\circ g$ ou $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\xi} = \dfrac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}\xi}\times\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}g}$

Autour des fonctions de deux variables

Les variables x, y, X et Y sont réelles.
Différentielle de $f(x,y)$:

$$\mathrm{d}f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y \mathrm{d}x + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x \mathrm{d}y$$

Théorème de Schwartz :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x\right)_y = \left(\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y\right)_x \stackrel{\text{not}}{=} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

Si $f(X,Y)$ où $X(x,y)$ et $Y(x,y)$:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_Y \left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)_y + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_X \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_y$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_Y \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)_x + \left(\frac{\partial f}{\partial Y}\right)_X \left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right)_x$$

Autour des fonctions de trois variables

Les variables x, y et z sont réelles.
Différentielle de $f(x,y,z)$:

$$\mathrm{d}f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} \mathrm{d}x + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z} \mathrm{d}y + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y} \mathrm{d}z$$

La fonction $f(x,y,z) = 0$ définit implicitement trois fonctions $x(y,z)$, $y(x,z)$ et $z(x,y)$. On a alors :

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \frac{1}{\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z}$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1.$$

Autour des intégrales multiples

Les variables x, y et z sont réelles.
On note $\mathcal{V}$ le volume d'intégration et $[x]$, $[y]$, $[z]$ les intervalles respectifs d'intégrations sur x, y et z.

$$\iiint_{\mathcal{V}} f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \cdots$$

$\displaystyle\int_{[z]}\left(\int_{[y]}\left(\int_{[x]} f(x,y,z)\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}z$ est indépendant de l'ordre d'intégration.
Si $f(x,y,z) = f_1(x)f_2(y)f_3(z)$, alors :

$$\iiint_{\mathcal{V}} f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \left(\int_{[x]} f_1(x)\mathrm{d}x\right)\left(\int_{[y]} f_2(y)\mathrm{d}y\right)\left(\int_{[z]} f_3(z)\mathrm{d}z\right)$$

Autour d'un vecteur

$$\vec{a} = a_1\vec{u}_1 + a_2\vec{u}_2 + a_3\vec{u}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\alpha\vec{a} = \begin{pmatrix} \alpha a_1 \\ \alpha a_2 \\ \alpha a_3 \end{pmatrix}$$

Autour du produit scalaire

$\vec{a}.\vec{u}_i = a_i$
$\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
$\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$
$(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}).\vec{c} = \alpha(\vec{a}.\vec{c}) + \beta(\vec{b}.\vec{c})$
$\vec{a}.(\beta\vec{b} + \gamma\vec{c}) = \beta(\vec{a}.\vec{b}) + \gamma(\vec{a}.\vec{c})$
$\vec{a}.\vec{b} = 0$ ssi $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont orthogonaux.
$\vec{a}.\vec{b} = ab\cos\theta$ où θ, réel, est l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$ compris entre 0 et π.
$a^2 = \vec{a}.\vec{a} \stackrel{\text{not}}{=} \vec{a}^2$

Autour du produit vectoriel

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ -a_1b_3 + a_3b_1 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$

$\vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$
$(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}) \wedge \vec{c} = \alpha(\vec{a} \wedge \vec{c}) + \beta(\vec{b} \wedge \vec{c})$
$\vec{a} \wedge (\beta\vec{b} + \gamma\vec{c}) = \beta(\vec{a} \wedge \vec{b}) + \gamma(\vec{a} \wedge \vec{c})$
$\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0}$ ssi $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires.
$\|\vec{a} \wedge \vec{b}\| = ab\sin\theta$ où θ, réel, est l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$ compris entre 0 et π.
$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \wedge \vec{b})$ forment un trièdre direct.
$(\vec{a} \wedge \vec{b}).\vec{a} = (\vec{a} \wedge \vec{b}).\vec{b} = 0$, *ie.* $\vec{a} \wedge \vec{b}$ est orthogonal à $\vec{a}$ et à $\vec{b}$.
Produit mixte :

$$(\vec{a} \wedge \vec{b}).\vec{c} = (\vec{b} \wedge \vec{c}).\vec{a} = (\vec{c} \wedge \vec{a}).\vec{b}$$

$$\vec{a}.(\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{b}.(\vec{c} \wedge \vec{a}) = \vec{c}.(\vec{a} \wedge \vec{b})$$

Double produit vectoriel :

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a}.\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}.\vec{b})\vec{c}$$

$$(\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c} = (\vec{a}.\vec{c})\vec{b} - (\vec{b}.\vec{c})\vec{a}$$

Autour des dérivées de vecteurs

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\alpha\vec{a}) = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\vec{a} + \alpha\frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{a}.\vec{b}) = \frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t}.\vec{b} + \vec{a}.\frac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t}\wedge\vec{b} + \vec{a}\wedge\frac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t}$$

Si $\vec{a}$ dépend de α qui dépend de t :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}\alpha}$$

Si $\vec{a}$ dépend de α, β et γ qui dépendent de t :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\frac{\partial\vec{a}}{\partial\alpha} + \frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t}\frac{\partial\vec{a}}{\partial\beta} + \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t}\frac{\partial\vec{a}}{\partial\gamma}$$

Autour des opérateurs vectoriels

Toutes les grandeurs sont réelles.

- Coordonnées en cartésiennes :

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,U = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{u}_x + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{u}_y + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{u}_z$$
$$\triangle U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$
$$\mathrm{div}\vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{a} = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\vec{u}_x + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\vec{u}_y \cdots$$
$$\cdots + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right)\vec{u}_z$$
$$\Delta\vec{a} = (\triangle a_x)\vec{u}_x + (\triangle a_y)\vec{u}_y + (\triangle a_z)\vec{u}_z$$

- Composition d'opérateurs :

$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}} = \vec{0}$ $\quad$ $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathrm{div} - \Delta$

$\mathrm{div}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}} = 0$ $\quad$ $\mathrm{div}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}} = \triangle$

- Composition d'opérande :

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(\lambda\mu) = \lambda\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mu + \mu\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\lambda$$
$$\mathrm{div}(\lambda\vec{a}) = \lambda\mathrm{div}\vec{a} + (\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\lambda).\vec{a}$$
$$\mathrm{div}(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \vec{b}.\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{a} - \vec{a}.\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{b}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,(\lambda\vec{a}) = \lambda\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{a} + (\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\lambda).\vec{a}$$

- Formule de Green-Ostrogradsky :

$$\oint\!\!\!\int_{\mathcal{S}} \vec{a}.\mathrm{d}\vec{S} = \iiint_{\mathcal{V}} \mathrm{div}\vec{a}\,\mathrm{d}\tau$$

- Formule de Stokes-Ampère :

$$\oint_{\Gamma} \vec{a}.\mathrm{d}\vec{l} = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{a}.\mathrm{d}\vec{S}$$

- Formules intégrales :

$$\int_{\Gamma} \varphi\mathrm{d}\vec{l} = \iint_{\Sigma} \mathrm{d}\vec{S}\wedge\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi$$
$$\oint\!\!\!\int_{\mathcal{S}} \varphi\mathrm{d}\vec{S} = \iiint_{\mathcal{V}} \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\varphi\,\mathrm{d}\tau$$
$$\oint\!\!\!\int_{\mathcal{S}} \mathrm{d}\vec{S}\wedge\vec{a} = \iiint_{\mathcal{V}} \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{a}\,\mathrm{d}\tau$$

- Coordonnées de $\overrightarrow{\mathrm{grad}}$ en cylindrique :

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial\theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{u}_z$$

- Coordonnées de $\overrightarrow{\mathrm{grad}}$ en sphérique :

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial\theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial\varphi}\vec{u}_\varphi$$

- Si $\vec{a}$ et U ne dépendent que de r :

→ en cylindrique :

$$\mathrm{div}\vec{a} = \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(ra_r)$$
$$\triangle U = \frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}r}$$

→ en sphérique :

$$\mathrm{div}\vec{a} = \frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r^2 a_r)$$
$$\triangle U = \frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}r^2} + \frac{2}{r}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}r} = \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}(rU)$$

Autour des coniques

Toutes les grandeurs sont réelles.

- Équation en coordonnées polaires r et θ (origine au foyer) :

$$r = \frac{p}{1 - e\cos\theta}$$

- Parabole en coordonnées cartésienne, origine au sommet :

$$y = \frac{x^2}{2p},\ e = 1.$$

équation paramétrique : $x = p\xi$; $y = \dfrac{1}{2p}\xi^2$

- Hyperbole en cartésienne, origine au centre des foyers de distance $2c$:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\,;\ c^2 = a^2 + b^2\,;\ p = \frac{b^2}{2a}\,;\ e = \frac{c}{a} > 1.$$

équation paramétrique : $x = a\cosh\xi$; $y = b\sinh\xi$.

- Ellipse en cartésienne, origine au centre des foyers de distance $2c$:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\,;\ a^2 = b^2 + c^2\,;\ p = \frac{b^2}{2a}\,;\ e = \frac{c}{a} < 1.$$

équation paramétrique : $x = a\cos\xi$; $y = b\sin\xi$.

surface : $\mathcal{S} = \pi ab$