

Électrocinétique

Chapitre 4

Amplificateur Opérationnel

Amplificateur Opérationnel

Dans ce chapitre, nous allons présenter et étudier un nouveau composant : l'amplificateur opérationnel. C'est un composant très utilisé en électronique car il permet de faire de nombreuses opérations sur les signaux.

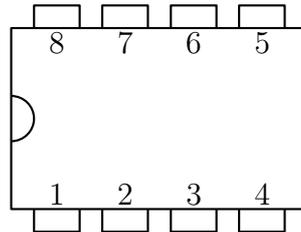
Dans une première partie nous verrons comment fonctionne le composant idéal. Dans une seconde partie, nous verrons comment prendre en compte les défauts d'un amplificateur opérationnel réel.

I – L'amplificateur opérationnel idéal

I.1 – Un nouveau composant

I.1.i – à quoi ça ressemble ?

- ◇ C'est un circuit intégré (quelques dizaines de transistors) relié à l'extérieur, *ie.* au circuit électronique, par 8 bornes :
 - 2 bornes de commande (entrée)
 - une borne commandée (sortie)
 - 2 bornes d'alimentation
 - 2 bornes de réglage
 - 1 borne inutilisée



Faire passer un AO dans la classe.

- ◇ La borne inutilisée n'est là que pour faire un composant à 8 bornes de taille normalisée.
- ◇ En pratique les deux bornes de réglages ne sont utilisées que pour les montages de grande précision : jamais pour nous.
- ◇ Il reste un composant avec 5 bornes utilisées dont 2 d'alimentation.

I.1.ii – à quoi ça sert ?

- ◇ Comme le laisse suggérer le nom des bornes, l'une sera commandée par les deux autres.
- ◇ Cette commande se fait en potentiel, *ie.* le potentiel de sortie, V_s sera entièrement déterminé par la seule donnée des potentiels d'entrée ou plutôt de leur différence : ε .
- ◇ Cette nouvelle loi de fonctionnement « tension \rightarrow tension » est tout à fait nouvelle (pour les trois dipôles connus, il s'agit d'une relation courant – tension) et, en ce sens, va permettre de réaliser de nouvelles fonctions.
- ◇ En pratique, un AO permet de réaliser plein de petites opérations toutes simple : amplification, sommation, dérivation, intégration, ce qui est à la base même de l'électronique.
- ◇ Pour pouvoir fonctionner, ce composant aura besoin d'un apport énergétique extérieur : c'est l'alimentation. En ce sens, l'AO peut être considéré comme ayant un caractère générateur.

I.1.iii – comment ça marche ?

- ◇ Il y a deux niveaux pour répondre à cette question.
- ◇ Comment ça marche en détail à l'intérieur ? Réponse : c'est compliqué, pas forcément inintéressant en soi, mais complètement inutile pour la suite. C'est comme une voiture : qui sait comment fonctionne l'accélérateur, la boîte de vitesse, le différentiel, l'essuie-glace intermittent ?
- ◇ En revanche, pour une voiture, nous savons ce que permet de faire l'accélérateur, le levier de vitesse, le volant, ... et c'est ce que nous verrons avec l'amplificateur différentiel : uniquement son fonctionnement extérieur.

Le rôle de l'amplificateur opérationnel est d'amplifier sa tension d'entrée.

- ◇ C'est tout, mais c'est déjà énorme !

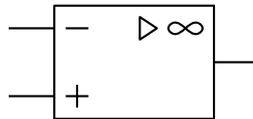
I.2 – L'AO en électrocinétique

I.2.i – schématisation

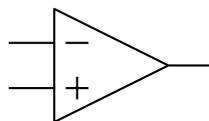
- ◇ Sur un schéma électrocinétique, nous n'allons représenter que les bornes utiles : les 2 de commande et celle de sortie.

Un amplificateur opérationnel est schématisé sous la forme ci-dessous où :

- la borne notée + est l'*entrée non inverseuse*
- la borne notée - est l'*entrée inverseuse*
- la 3^e borne est la *sortie*



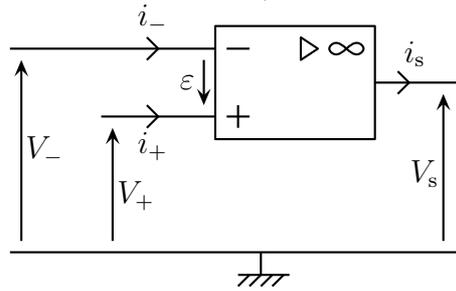
- ◇ Nous ne représenterons pas les bornes d'alimentation :
 - cela donnera parfois l'impression fautive que c'est l'AO qui fournit de l'énergie alors que ce sont ses générateurs d'alimentation, l'AO n'étant là que pour réguler (sur commande) la transmission d'énergie
 - il n'est donc plus possible de vérifier la loi de conservation de l'énergie avec un circuit comportant un AO
 - il n'est plus possible d'utiliser la loi des nœuds sur le composant en entier : le courant total qui rentre par les bornes d'entrée ne vaut pas celui qui sort par la borne de sortie
- ◇ Il existe, parfois, dans des sujets, des vieilles représentation d'AO : ce sont les mêmes AO, mais ce n'est plus le même dessin.



★ grandeurs caractéristiques

- ◇ De nombreuses grandeurs concernent l'AO.

Conventionnellement, nous noterons :



- ◇ Remarquez la position des courants conventionnels : i_+ et i_- « rentrent » dans l'AO, alors que i_s en sort. Rappelons que ce n'est que conventionnel : le courant réel peut très bien rentrer dans l'AO, ce qui se traduirait alors par $i_s < 0$.

Les courants i_+ et i_- sont appelés *courants de polarisation*.

- ◇ Remarquons que les grandeurs intéressantes sont :

- le potentiel de l'entrée inverseuse V_-
- le potentiel de l'entrée non inverseuse V_+
- le potentiel de la sortie V_s

La présence et la position de la masse est fondamentale pour le bon fonctionnement (tant expérimental que théorique) d'un AO.

I.2.ii – phénoménologie – loi de fonctionnement

★ phénoménologie

Le potentiel de sortie est entièrement commandé par la tension $\varepsilon \triangleq V_+ - V_-$.

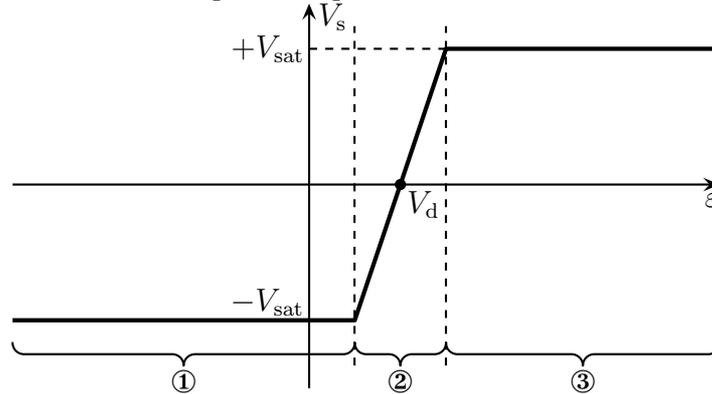
- ◇ En fait, le rôle d'un AO c'est seulement d'amplifier ε et de répercuter le résultat sur V_s .

★ caractéristique

- ◇ Nous allons présenter la caractéristique statique de l'AO.

Une caractéristique est dite *statique* lorsqu'elle correspond à des grandeurs constantes dans le temps.

La caractéristique statique d'un AO est la suivante :



Elle fait apparaître plusieurs zones :

- ① et ③ : régime de saturation, domaine non linéaire
- ② : régime linéaire

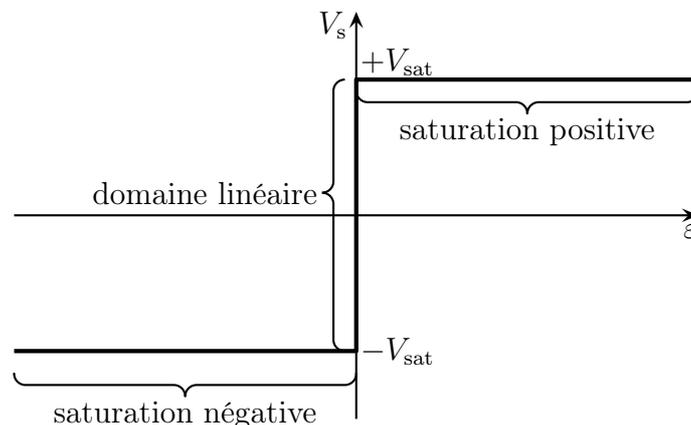
- ◇ Lorsque $\varepsilon(t)$ et (donc) $v_s(t)$, alors le lien entre les deux est légèrement différent, notamment l'amplification dépend de la fréquence (cf. 2^e partie).
- ◇ Nous pouvons voir sur cette caractéristique deux grands types de fonctionnement :
 - un régime saturé (domaines ① et ③) pour lequel $V_s = \pm V_{\text{sat}}$ (typiquement $V_{\text{sat}} = 15 \text{ V}$. C'est un régime **non linéaire**)
 - un régime linéaire (domaine ②) pour lequel $V_s = \mu_0 (\varepsilon - V_d)$ où V_d est la tension de décalage ($V_d \simeq 0,1 \text{ V}$) et $\mu_0 \simeq 10^5$ le coefficient d'amplification statique.
- ◇ La largeur de la zone linéaire est de quelques millivolt, mais c'est elle que nous utiliserons le plus souvent, car c'est dans cette zone que l'AO est vraiment commandé. Il faudra bien viser ...

I.2.iii – idéalisation

Pour un AO idéal, nous avons :

- des courants de polarisation nuls : $i_+ = i_- = 0$
- une tension de décalage nulle : V_d
- une amplification statique infinie : $\mu_0 = \infty$

- ◇ Dans ces conditions, la caractéristique devient :



Pour un AO idéal, il existe deux domaines de fonctionnement :

- le régime linéaire pour lequel $\varepsilon = 0$, ou $V_+ = V_-$ et $-V_{\text{sat}} < V_s < +V_{\text{sat}}$
- le régime de saturation (non linéaire) pour lequel :
 - $\varepsilon > 0$ et $V_s = +V_{\text{sat}}$
 - ou $\varepsilon < 0$ et $V_s = -V_{\text{sat}}$

I-3 – Étudier un circuit avec un AO

I-3.i – étude des rétroactions

Une *rétroaction* est une chaîne de dipôles reliant la sortie de l'amplificateur à l'entrée sans passer par la masse.

- ◇ Ce sont les rétroactions qui permettent de faire fonctionner l'AO : sans elles il serait impossible de faire en sorte que ε soit (quasi) nul de manière à ce que l'AO fonctionne en régime linéaire.
- ◇ Le principe d'une rétroaction est de faire en sorte que les conséquences d'une commande agissent sur la commande elle-même. Par exemple quand nous écrivons, bien que nous sachions écrire sur les lignes, nos yeux exercent constamment une rétroaction sur nos mains pour que tout reste bien droit.
- ◇ Ici, l'AO amplifie la différence $V_+ - V_-$:
 - s'il y a une rétroaction sur V_- : alors quand V_s augmente, V_- augmente, mais ça fait diminuer ε et V_s doit donc moins augmenter et, finalement, V_s ne pourra pas être trop grand car sinon V_- serait plus grand que V_+ ce qui obligerait V_s à devenir très négatif
 - s'il y a une rétroaction sur V_+ : alors quand V_s augmente, V_+ augmente, ça fait augmenter ε et V_s doit donc encore plus augmenter, ce qui augmentera V_+ encore plus, ...

Une rétroaction négative a tendance à stabiliser un dispositif, alors qu'une rétroaction positive a tendance à le déstabiliser.

I-3.ii – conséquence des rétroactions

★ cas le plus simple

S'il n'y a pas de rétroaction sur l'entrée inverseuse, alors l'AO est en régime de saturation.

- ◇ C'est systématique, il n'y a pas d'exception.

★ cas très souvent très simple

S'il y a une rétroaction sur l'entrée inverseuse et pas de rétroaction sur l'entrée non inverseuse, alors l'AO est en régime linéaire.

- ◇ Il y a quelques exceptions (dont le célèbre montage « intégrateur » que nous verrons) mais c'est assez rare.

★ cas non décidable cette année

S'il y a deux rétroactions, une sur l'entrée inverseuse et une autre sur l'entrée non inverseuse, l'AO peut être aussi bien en régime linéaire qu'en régime de saturation.

- ◇ Seule une étude plus approfondie (en 2^e année) peut permettre de décider, de prévoir et de détailler dans quelles conditions l'AO est en régime linéaire ou en régime de saturation. Qualitativement, il faut que la rétroaction négative soit plus forte que la rétroaction positive. Mais cela ne nous avance guère ...
- ◇ Lorsqu'un AO présentera deux rétroactions, il y aura deux possibilités :
 - il faudra regarder les hypothèses faites dans l'énoncé
 - il faudra imaginer quel régime est adapté à l'objectif du montage

I.3.iii – pourquoi privilégier l'approche nodale ?

- ◇ La réponse est évidente : parce que l'AO a une loi constitutive qui relie tension et potentiel, grandeurs qui sont les inconnues naturelles de l'approche nodale.
- ◇ Il sera donc très pratique / utile / puissant d'écrire des lois des nœuds en terme de potentiels. Toutefois, il faudra faire attention !
- ◇ L'AO possède trois bornes importantes :
 - les deux bornes d'entrées pour lesquelles le courant entrant est connu (il est nul dans le cas de l'AO idéal) : la loi des nœuds sera facile à écrire
 - la borne de sortie, la borne commandée, celle qui s'adapte au reste du circuit sort un courant qui n'obéit à aucune loi fonctionnelle de l'AO, il sera donc peu pertinent d'écrire la loi des nœuds à cet endroit là

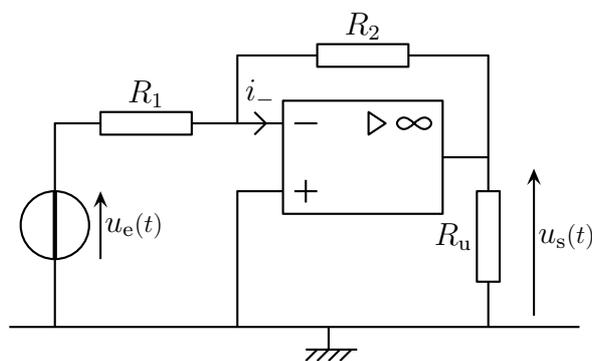
Écrire la loi des nœuds en terme de potentiel en sortie d'un AO est, au mieux, inutile mais le plus souvent faux.

I.4 – Montages amplificateurs

I.4.i – amplificateur inverseur

★ montage

- ◇ Considérons le montage ci-dessous et cherchons la relation entre $u_s(t)$ et $u_e(t)$.



- ◇ Analyse physique :

- le circuit est en régime inconnu
- il n'y a qu'une seule rétroaction sur l'entrée inverseuse, l'AO est donc en régime linéaire
- les grandeurs pertinentes sont R_1 , R_2 , R_u et $u_e(t)$ en tant que contrainte

◇ Analyse technique :

- c'est un AO pour lequel nous recherchons une relation entre des tension, l'approche nodale nous ouvre ses bras
- il y a trois nœuds dont la masse donc cela fait deux inconnues donc deux lois.

◇ La première loi c'est la loi des nœuds en terme de potentiels écrite à l'entrée inverseuse :

$$\frac{u_e(t) - v_-(t)}{R_1} + \frac{u_s(t) - v_-(t)}{R_2} - \underbrace{i_-}_{=0} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{u_e(t)}{R_1} + \frac{u_s(t)}{R_2} = v_-(t) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

◇ La deuxième loi c'est ... la loi de fonctionnement de l'AO. Ici le régime linéaire se traduit pour un AO idéal : $V_- = V_+$ et $V_+ = 0$ c'est déjà connu.

◇ Nous obtenons donc $\frac{u_e(t)}{R_1} + \frac{u_s(t)}{R_2} = 0$ soit $u_s(t) = -\frac{R_2}{R_1} u_e(t)$.

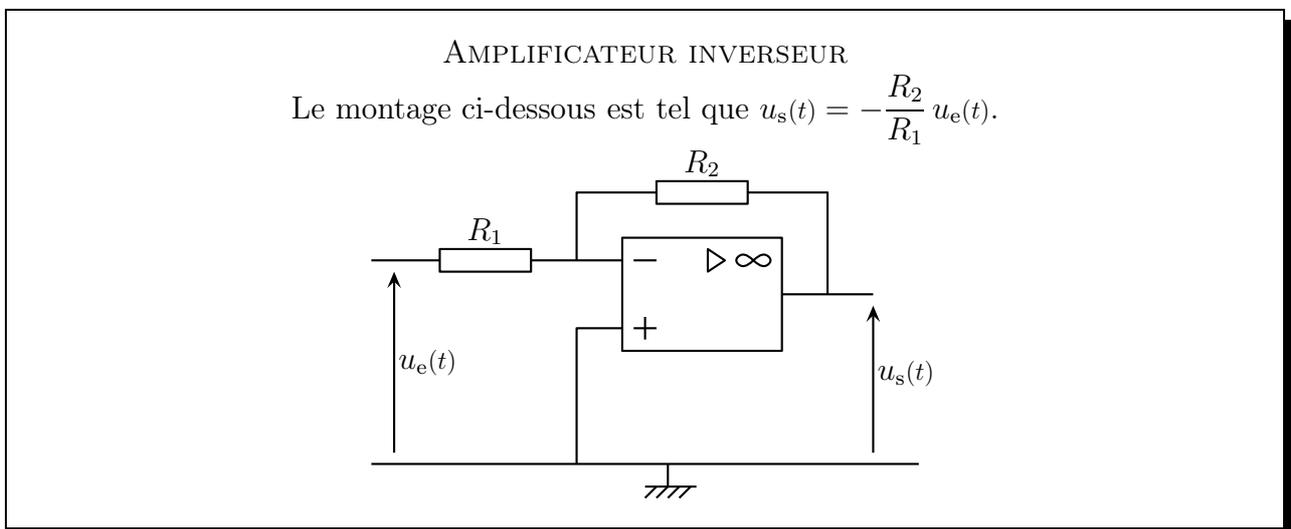
◇ Que constatons-nous ?

Le fonctionnement de l'AO idéal est indépendant de ce qui est branché directement sur sa sortie.

◇ Remarquons aussi que nous n'avons pas dit « générateur idéal » dans les lois de fonctionnement !

★ simplification fonctionnelle du montage

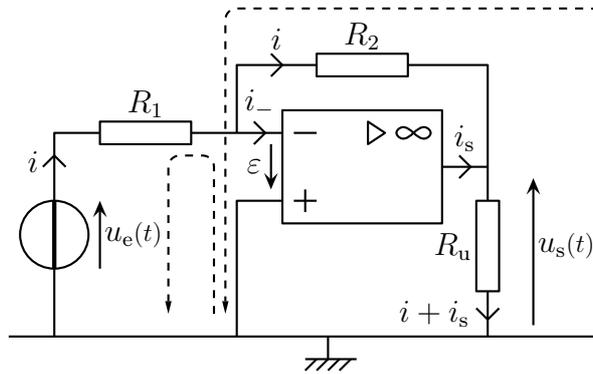
◇ Supprimons du montage, tout ce qui est inutile pour le fonctionnement de l'AO.



- ◇ Nous pouvons constater que le montage ci-dessus permet d'écrire les mêmes lois que précédemment.
- ◇ Le montage est dit *inverseur* car l'entrée et la sortie sont de signes opposés.
- ◇ Bien que le montage soit dit *amplificateur*, il est possible de réaliser une atténuation de $u_e(t)$, ne serait-ce qu'en prenant $R_1 > R_2$.

★ approche maillère

◇ Amusons-nous une fois. Étudions le premier montage avec une approche maillère pour le montage :



◇ Comment compter les mailles ? Deux méthodes :

- *a priori* : c'est le nombre de chemins qui mènent de la masse à la masse en passant par des fils, des dipôles et ε
- *a posteriori* : écrire les inconnues en intensité en respectant les lois des nœuds, c'est le nombre d'inconnues

◇ Ici en écrivant les intensités, nous trouvons deux inconnues : $i(t)$ et $i_s(t)$.

◇ Ces deux lois en terme de potentiels s'écrivent :

$$-\varepsilon(t) + R_1 i(t) - u_e(t) = 0 \quad \text{et} \quad R_u (i_s(t) + i(t)) + R_2 i(t) + \varepsilon = 0$$

◇ À ce stade, nous avons fait apparaître une inconnue ε et toujours pas la grandeur recherchée $u_s(t)$.

◇ Pour ε , utilisons la loi constitutive de l'AO idéal en régime linéaire : $\varepsilon = 0$.

◇ En remarquant en plus que $u_s(t) = R_u (i_s(t) + i(t))$, nous nous rendons compte que les lois des mailles se réécrivent :

$$\begin{cases} R_1 i(t) - u_e(t) = 0 \\ u_s(t) + R_2 i(t) = 0 \end{cases} \rightsquigarrow u_s(t) = R_2 i(t) = -\frac{R_2}{R_1} u_e(t)$$

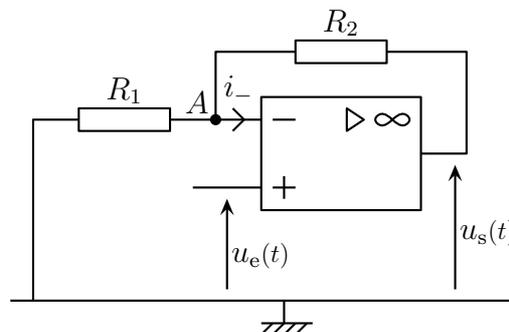
◇ Morale : ça marche quand même (heureusement), mais c'est bien plus du bidouillage : écrire les bonnes lois, au bon moment en remarquant les bonnes relations. Bref à éviter.

◇ En fait l'approche maillère est tellement à éviter que, sauf cas rares, même lorsqu'il s'agira de déterminer un courant, il sera souvent plus facile d'utiliser une approche nodale.

I.4.ii – amplificateur non inverseur

★ montage et analyse

◇ Considérons le montage ci-dessous et cherchons la relation entre $u_e(t)$ et $u_s(t)$.



◇ Analyse physique :

- circuit en régime inconnu

- il y a un AO avec rétroaction négative : régime linéaire
- $u_e(t)$ va commander la sortie $u_s(t)$, peu importe donc la résistance branchée à la sortie de l'AO
- GP : R_1 , R_2 et $u_e(t)$ en tant que contrainte

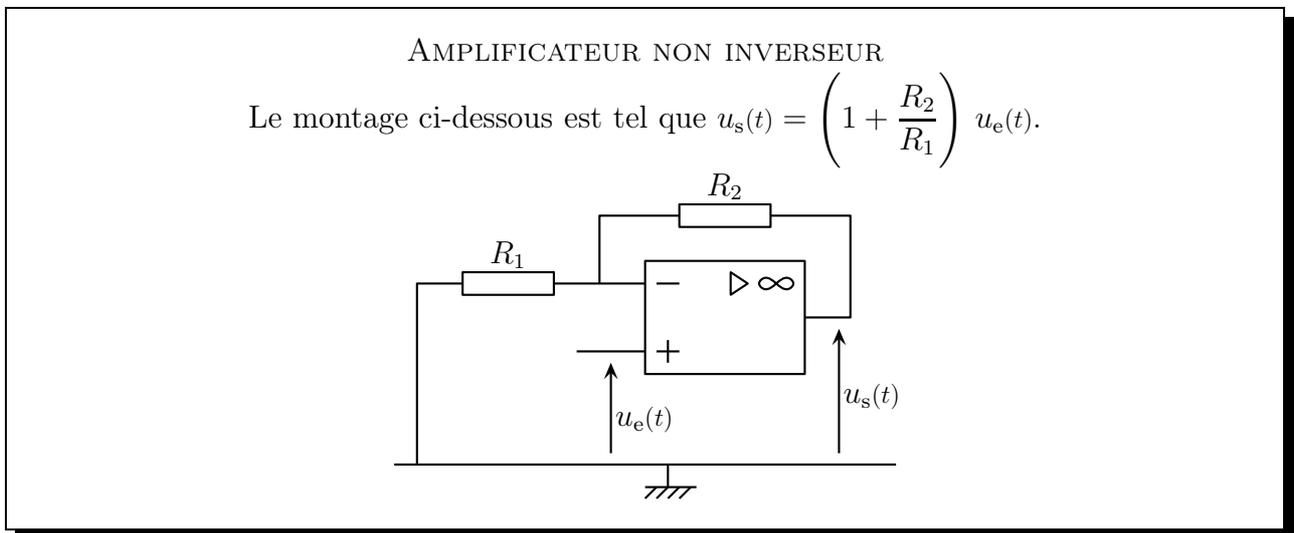
◇ Analyse technique :

- il y a un AO et nous ne cherchons pas de courants : approche nodale
- il y a deux potentiels inconnus : celui en A et celui à la sortie de l'AO, il faudra deux lois, la loi de fonctionnement de l'AO et une loi des nœuds en terme de potentiels.

★ loi de fonctionnement

- ◇ Loi de fonctionnement de l'AO. C'est un AO idéal en régime linéaire donc $V_+ = V_-$ et comme ici $V_+ = u_e(t)$, nous avons $V_-(t) = u_e(t)$.
- ◇ Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels au point A sans oublier que $V_A(t) = u_e(t)$:

$$\frac{0 - V_A(t)}{R_1} + \frac{u_s(t) - V_A(t)}{R_2} - 0 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_s(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_e(t)$$



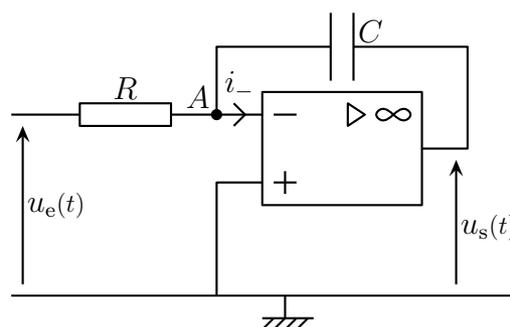
- ◇ Ici il y a vraiment amplification car le coefficient entre $u_e(t)$ et $u_s(t)$ est forcément plus grand que 1. Le nom « non inverseur » vient du fait que ce coefficient est positif.

I.5 – Avec un condensateur

I.5.i – montage intégrateur

★ montage et analyse

- ◇ Considérons le montage ci-dessous et cherchons la relation entre $u_e(t)$ et $u_s(t)$.



◇ Analyse physique :

- circuit en régime inconnu
- il y a un AO avec rétroaction négative : régime linéaire
- il y a un condensateur : évolution d'ordre 1
- $u_e(t)$ va commander la sortie $u_s(t)$, peu importe donc la résistance branchée à la sortie de l'AO
- GP : R , C et u_e

◇ Analyse technique :

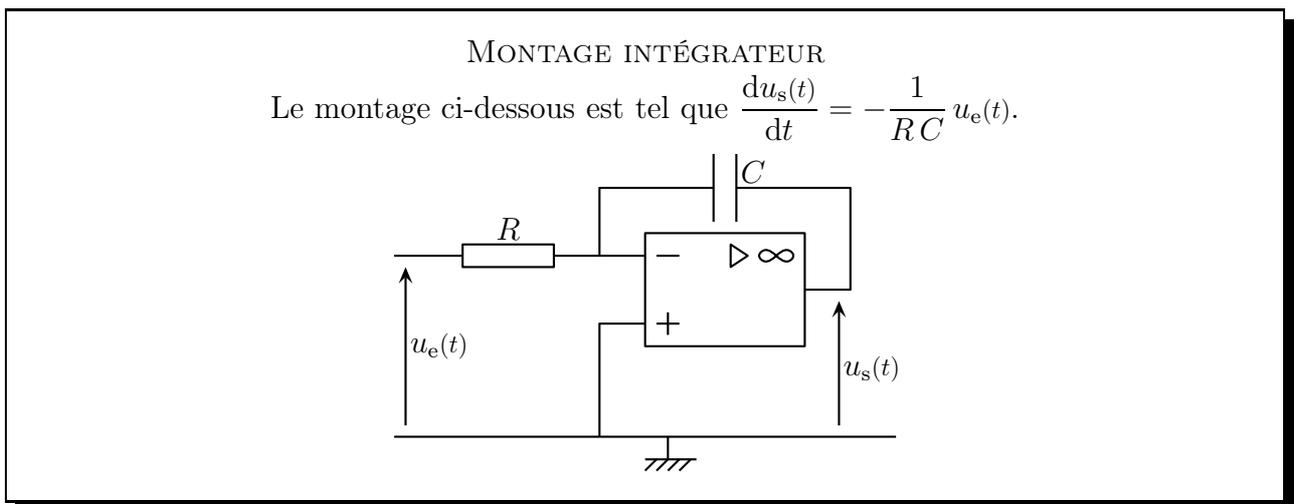
- il y a un AO et nous ne cherchons pas de courants : approche nodale
- il y a deux potentiels inconnus : celui en A et celui à la sortie de l'AO, il faudra deux lois, la loi de fonctionnement de l'AO et une loi des nœuds en terme de potentiels.

★ loi de fonctionnement

◇ Loi de fonctionnement de l'AO. C'est un AO idéal en régime linéaire donc $V_+ = V_-$ et comme ici $V_+ = 0$, nous avons $V_-(t) = 0$.

◇ Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels au point A sans oublier que $V_A(t) = 0$:

$$\frac{u_e(t) - 0}{R} + C \frac{d(u_s(t) - 0)}{dt} - 0 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{du_s(t)}{dt} = -\frac{1}{RC} u_e(t)$$



◇ Puisque la dérivée de la sortie est proportionnelle à l'entrée, la sortie est bien une primitive de l'entrée : ce montage « intègre » l'entrée.

◇ C'est bien une évolution d'ordre 1 !

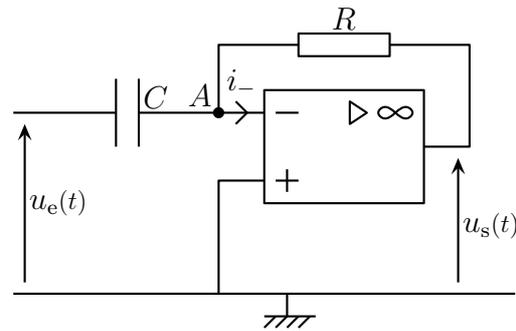
◇ Pour écrire directement la sortie en fonction de l'entrée, il ne faut pas oublier la condition initiale :

$$\frac{du_s(t)}{dt} = -\frac{1}{RC} u_e(t) \quad \rightsquigarrow \quad u_s(t) - u(0) = \int_0^t \frac{1}{RC} u_e(t') dt'$$

I.5.ii – montage dérivateur

★ montage et analyse

◇ Considérons le montage ci-dessous et cherchons la relation entre $u_e(t)$ et $u_s(t)$.



◇ Analyse physique :

- le circuit est en régime inconnu
- il y a un AO avec rétroaction négative : régime linéaire
- il y a un condensateur : évolution d'ordre 1
- $u_e(t)$ va commander la sortie $u_s(t)$, peu importe donc la résistance branchée à la sortie de l'AO
- GP : C , R et u_e

◇ Analyse technique :

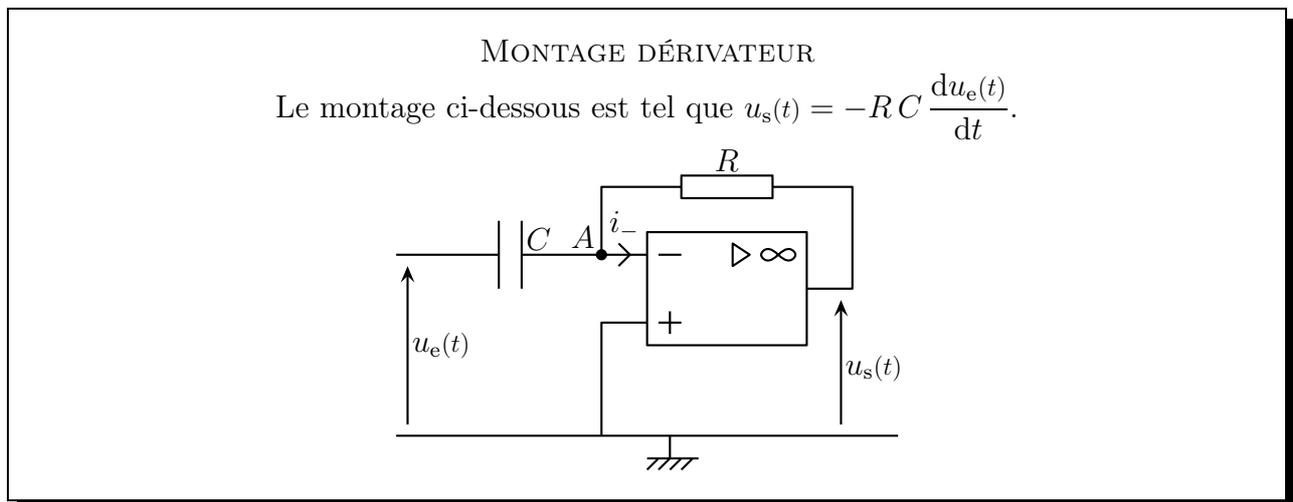
- il y a un AO et nous ne cherchons pas de courants : approche nodale
- il y a deux potentiels inconnus : celui en A et celui à la sortie de l'AO, il faudra deux lois, la loi de fonctionnement de l'AO et une loi des nœuds en terme de potentiels.

★ loi de fonctionnement

◇ Loi de fonctionnement de l'AO. C'est un AO idéal en régime linéaire donc $V_+ = V_-$ et comme ici $V_+ = 0$, nous avons $V_-(t) = 0$.

◇ Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels au point A sans oublier que $V_A(t) = 0$:

$$C \frac{d(u_e(t) - 0)}{dt} + \frac{u_s(t) - 0}{R} - 0 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_s(t) = -RC \frac{du_e(t)}{dt}$$



◇ Puisque la sortie est proportionnelle à la dérivée de l'entrée, il est naturel d'appeler ce montage « dérivateur ».

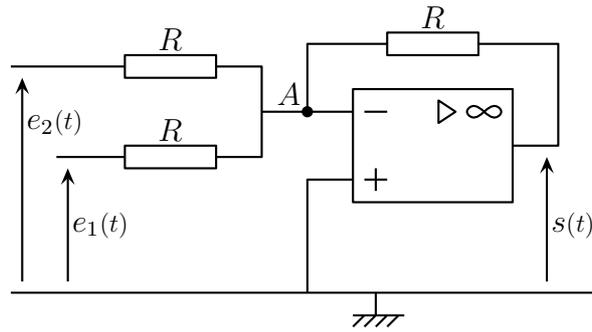
◇ C'est une relation d'ordre 1 puisqu'il y a une et une seule dérivée.

I.6 – Et d'autres

I.6.i – sommateur

★ montage et analyse

◇ Considérons le montage ci-dessous et cherchons la relation entre $u_e(t)$ et $u_s(t)$.



◇ Analyse physique :

- le circuit est en régime inconnu
- il y a un AO avec rétroaction négative : régime linéaire
- GP : R et u_e en tant que contrainte
- l'homogénéité nous dit que la sortie $u_s(t)$ ne peut pas être fonction de R

◇ Analyse technique :

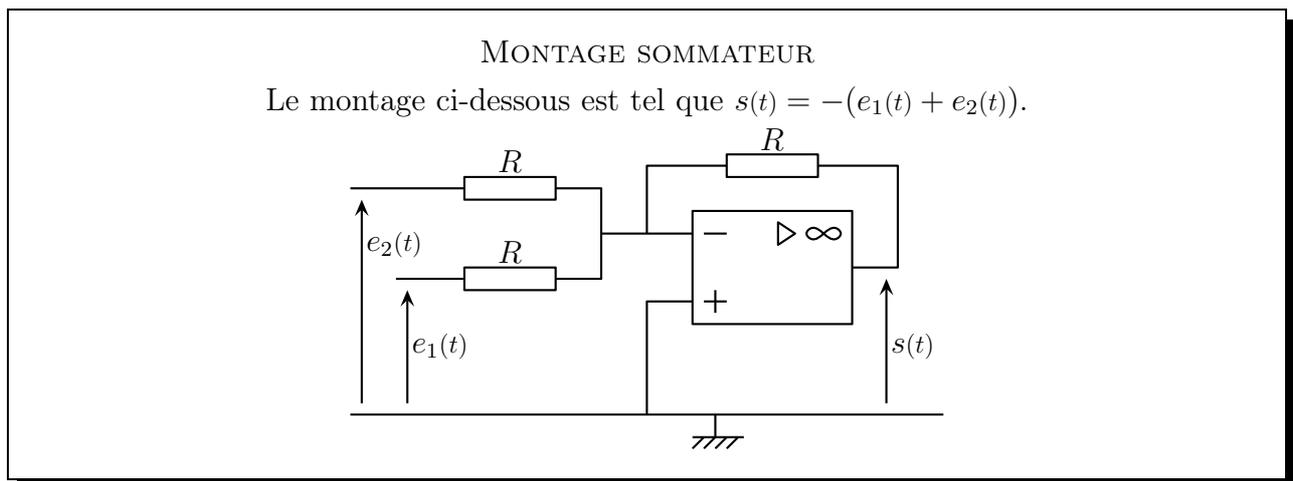
- il y a un AO et nous ne cherchons pas de courants : approche nodale
- il y a deux potentiels inconnus : celui en A et celui à la sortie de l'AO, il faudra deux lois, la loi de fonctionnement de l'AO et une loi des nœuds en terme de potentiels.

★ loi de fonctionnement

◇ Loi de fonctionnement de l'AO. C'est un AO idéal en régime linéaire donc $V_+ = V_-$ et comme ici $V_+ = 0$, nous avons $V_-(t) = 0$.

◇ Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels au point A sans oublier que $V_A(t) = 0$:

$$\frac{e_1(t) - 0}{R} + \frac{e_2(t) - 0}{R} + \frac{s(t) - 0}{R} - 0 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad s(t) = -(e_1(t) + e_2(t))$$

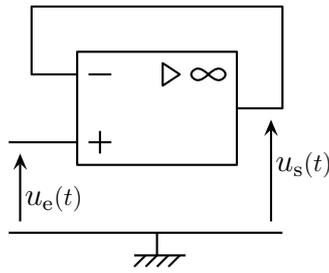


◇ La sortie est bien proportionnelle à la somme des tensions d'entrée, c'est donc normal d'appeler ce montage « sommateur »

I.6.ii – suiveur

★ montage et analyse

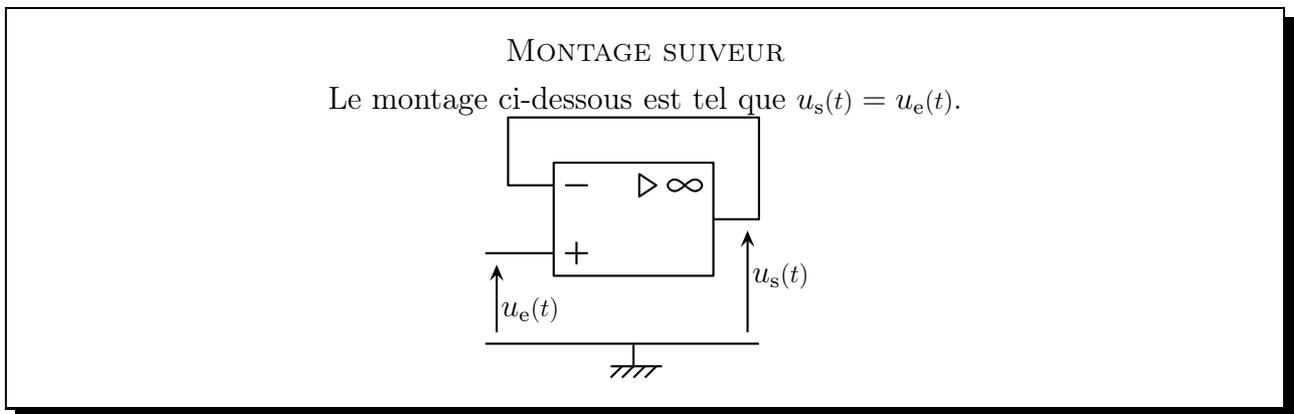
◇ Considérons le montage suivant et cherchons la relation entre $u_e(t)$ et $u_s(t)$.



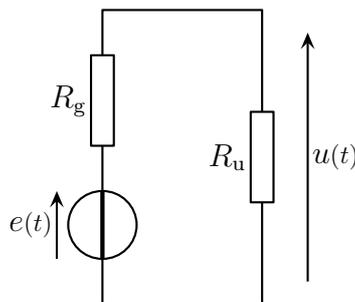
- ◇ Analyse physique : c'est un AO en régime linéaire ...
- ◇ Analyse technique : approche nodale, un seul potentiel inconnu, la loi de fonctionnement devrait suffire.

★ loi de fonctionnement et intérêt

- ◇ Puisqu'il s'agit d'un AO idéal en régime linéaire, nous avons $V_+(t) = V_-(t)$ et donc $u_e(t) = u_s(t)$.

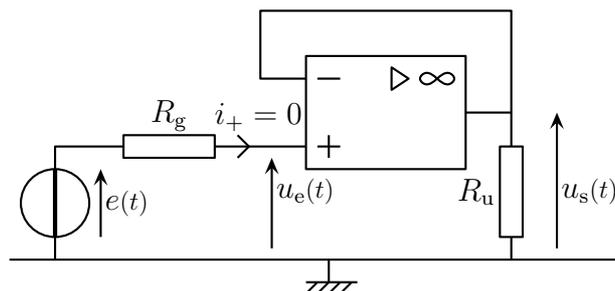


- ◇ À quoi cela peut-il servir ? Pourquoi passer par un AO ?
- ◇ Imaginons un générateur réel relié à une résistance R_u .



- ◇ Avec un diviseur de tension, nous trouvons immédiatement $u(t) = \frac{R_u}{R_g + R_u} e(t)$.

- ◇ Plaçons maintenant ce générateur de tension en entrée d'un montage suiveur et R_u en sortie.



- ◇ Cette fois, comme le courant i_+ est nul, nous avons $u_e(t) = e(t)$ et donc $u_s(t) = e(t)$.
- ◇ Le montage suiveur permet de faire « suivre » le potentiel en un point sans perturber ce sur quoi le potentiel est pris.

II – L'amplificateur opérationnel réel

II.1 – Quelques petites différences

II.1.i – limitations

- ◇ Les AO ne sont pas faits, *a priori* pour délivrer de grandes puissances (sinon ils grilleraient), c'est pourquoi leur courant de sortie est volontairement limité.

Le courant de sortie d'un AO est limité : $|i_s(t)| \leq I_{\max}$ avec $I_{\max} \simeq 20 \text{ mA}$.

- ◇ Une autre limitation c'est celle de la vitesse de variation de la sortie.

Le potentiel de sortie d'un AO ne peut pas varier trop vite : $\left| \frac{dv_s(t)}{dt} \right| \leq \sigma$.
Ce phénomène est appelé *slew rate*.

- ◇ Il existe deux grands types d'AO :

- les $\mu\text{A}741$: $\sigma \simeq 0,5 \text{ V.ms}^{-1}$
- les TL081 : $\sigma \simeq 20 \text{ V.ms}^{-1}$

Un AO qui n'est pas limité en sortie tant au niveau de l'intensité qu'au niveau du slew rate est dit *parfait*.

- ◇ La différence entre « parfait » et « idéal » n'est pas fondamentale mais est à connaître « au cas où ».

Les limitations de l'AO sont des défauts non linéaires car non modélisables par des composants linéaires.

- ◇ C'est pour cette raison que nous ne nous intéresserons que peu à ces défauts, du moins dans l'aspect théorique. Au laboratoire, en revanche, il faudra constamment y penser.

II.1.ii – défauts

- ◇ Il y en a plusieurs.

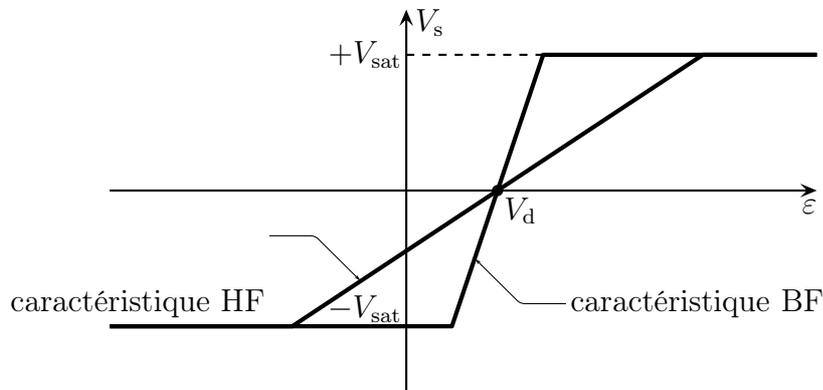
Les courants de polarisation pour un AO réel sont non nuls.

- ◇ Nous nous en doutions, mais ça vaut le coup de le rappeler.

La tension de décalage pour un AO réel n'est pas nulle.

Le coefficient d'amplification d'un AO réel dépend de la fréquence.

◇ Pour les deux derniers, cela implique que la caractéristique de l'AO réel devient :



◇ Typiquement nous avons les valeurs :

◇ Il existe deux grands types d'AO :

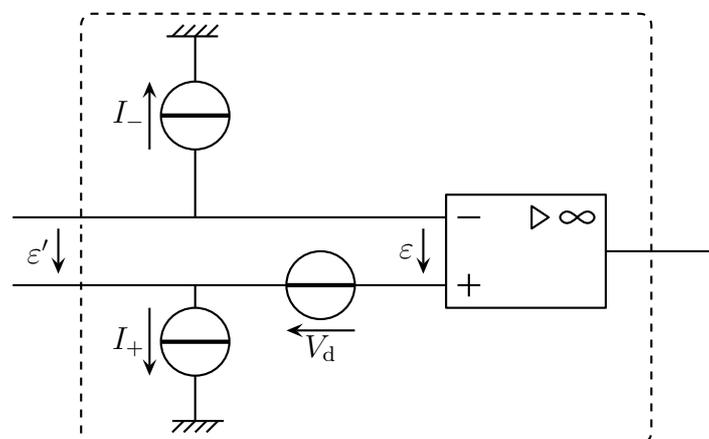
- pour les courants de polarisation : $I_+ \simeq I_- \simeq \mu\text{A}$ (pour les $\mu\text{A}741$) et $I_+ \simeq I_- \simeq \text{nA}$ (pour les TL081)
- pour la tension de décalage : V_d est très variable, de quelques mV à 100 mV pour les mauvais $\mu\text{A}741$.

II.1.iii – modélisation

◇ Il n'est pas possible de modéliser de manière simple les limites des AO, c'est pourquoi nous ne les modéliserons pas et nous contenterons de vérifier (quand cela est demandé) que $|i_s(t)| \leq I_{\text{max}}$ ou

encore que $\left| \frac{du_s(t)}{dt} \right| \leq \sigma$.

◇ En revanche, nous allons modifier quelques défauts : les courants de polarisation non nuls et la tension de décalage non nulle.



◇ La modélisation pour l'amplification dépendant de la fréquence sera vue en exercice dans le chapitre suivant et, surtout, l'année prochaine.

II-2 – Une autre manière d'étudier un circuit contenant plusieurs sources

- ◇ Il existe toujours la solution bourrине de tout prendre en compte, mais nous pouvons faire autrement. Une méthode plus « physique ».

II-2.i – quand tout est linéaire, tout va bien

★ théorème de superposition

Dans un circuit linéaire, toute tension (resp. toute intensité) est la somme des tensions (resp. des intensités) qu'il y aurait eu avec chaque générateur pris l'un après l'autre.

- ◇ Ce théorème est aussi appelé « principe de superposition ».

★ idée de démonstration

- ◇ En fait c'est valable pour n'importe quel phénomène où les lois sont linéaires ! C'est dire la puissance et la portée de ce théorème.
- ◇ Imaginons un circuit linéaire pour lequel nous cherchons une tension $u(t)$. Après avoir posé les lois des mailles, les lois des nœuds et isolé $u(t)$, en notant $e(t)$ et $\eta(t)$ respectivement la f.é.m. et le c.é.m. de générateur, nous arrivons à une équation différentielle du type

$$a \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + b \frac{du(t)}{dt} + c u(t) = f(e(t)) + g(\eta(t))$$

où a , b et c sont des constantes dépendant des grandeurs caractéristiques des dipôles (R , C , L)

- ◇ Le théorème de superposition ne dit ni plus ni moins que la solution $u(t)$ peut s'écrire sous la forme $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ où $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont les solutions respectives de :

$$a \frac{d^2 u_1(t)}{dt^2} + b \frac{du_1(t)}{dt} + c u_1(t) = f(e(t)) \quad \text{et} \quad a \frac{d^2 u_2(t)}{dt^2} + b \frac{du_2(t)}{dt} + c u_2(t) = g(\eta(t))$$

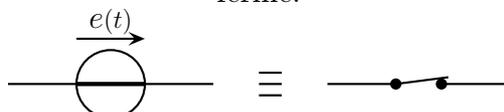
★ interprétation

- ◇ L'approche d'un problème avec ce théorème permet d'étudier chaque cause séparément et donc de mieux voir qui est la cause de quoi.

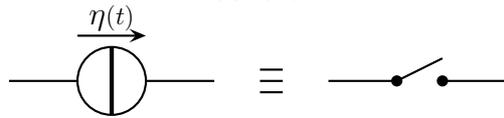
⊛ Cela ne fonctionne qu'avec des phénomènes linéaires.

- ◇ Comment faire pour retirer un générateur ? Il faut que son influence soit nulle, *ie.* il faut faire soit $e(t) = 0$ soit $\eta(t) = 0$.

Un générateur idéal de tension d'influence nulle se comporte comme un interrupteur fermé.



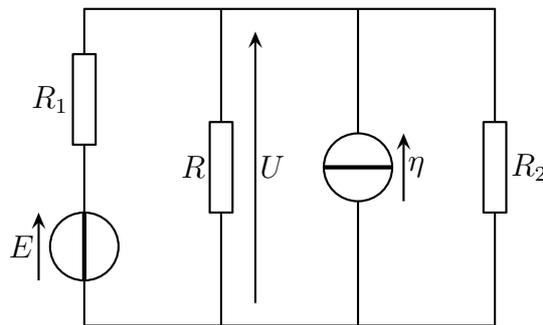
Un générateur idéal de courant d'influence nulle se comporte comme un interrupteur ouvert.



II.2.ii – idoinoton

★ montage

◇ Considérons le montage ci-dessous et cherchons la tension U .

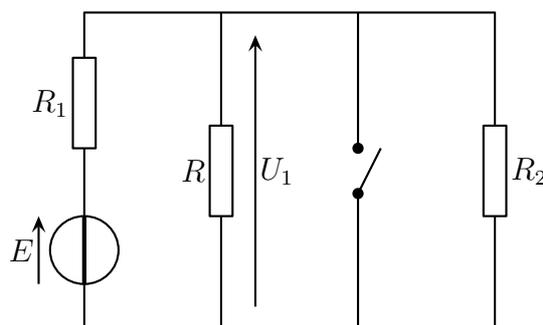


◇ Normalement l'analyse physique nous dit qu'il s'agit d'un circuit à trois mailles et deux nœuds principaux et que les résultats dépendront de E , R , R_1 , R_2 et η .

◇ L'analyse technique doit nous dire que puisqu'il s'agit d'un circuit à deux nœuds et qu'en plus nous recherchons une tension, mieux vaut utiliser l'approche nodale. Cela devrait donner le résultat directement. Oui, mais utilisons le théorème de superposition.

★ premier générateur

◇ Enlevons l'influence du générateur de courant. Le circuit est alors équivalent au schéma ci-dessous.

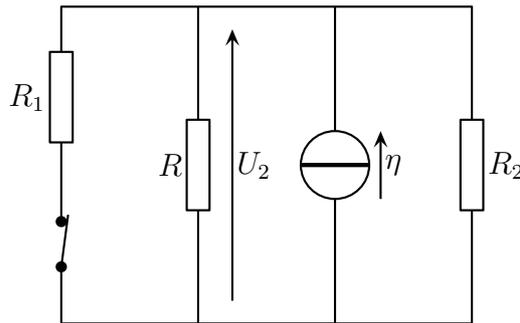


◇ Nous pouvons alors reconnaître un diviseur de tension entre R_1 et $R // R_2$, ce qui nous donne :

$$U_1 = \frac{\frac{R R_2}{R + R_2}}{R_1 + \frac{R R_2}{R + R_2}} E = \frac{R R_2}{R R_1 + R_1 R_2 + R R_2} E$$

★ deuxième générateur

◇ Enlevons l'influence du générateur de courant. Le circuit est alors équivalent au schéma ci-dessous.



◇ Nous sommes alors face à un circuit à deux nœuds et nous pouvons écrire directement :

$$U_2 = \frac{\eta}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R R_2 R_1}{R R_1 + R_1 R_2 + R R_2} \eta$$

★ rassemblement et morale

◇ Le théorème de superposition donne ainsi :

$$U = U_1 + U_2 = \frac{R R_2}{R R_1 + R_1 R_2 + R R_2} (E + R_1 \eta)$$

- ◇ L'intérêt de ce théorème est de ne pouvoir étudier qu'une partie du montage. S'il s'agit de trouver toutes les influences, autant tout faire d'un coup, cela évite de refaire plusieurs fois la même chose.
- ◇ Finalement ce théorème sera surtout utile non pas lorsque nous chercherons une grandeur dans un circuit complexe, mais plutôt lorsque nous chercherons l'influence particulière d'un générateur à un endroit précis du circuit.

II.2.iii – utilisation dans le cas d'un AO réel

◇ Tout ce qui est résistor, condensateur ou bobine ne posent pas de soucis : ce sont des dipôles linéaires.

Un dipôle est dit *linéaire* si sa loi de fonctionnement est une équation différentielle linéaire.

◇ C'est bien le cas de :

$$u(t) = R i(t) \qquad i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \qquad u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

◇ Cela peut paraître évident, mais mieux vaut le dire quand même.

Un AO conserve le caractère linéaire d'un circuit si et seulement si il fonctionne en régime linéaire.

◇ Pour étudier les défauts des montages linéaires, nous ne nous intéresserons qu'aux défauts et éliminerons l'effet de la tension d'entrée : nous la considérerons comme nulle.

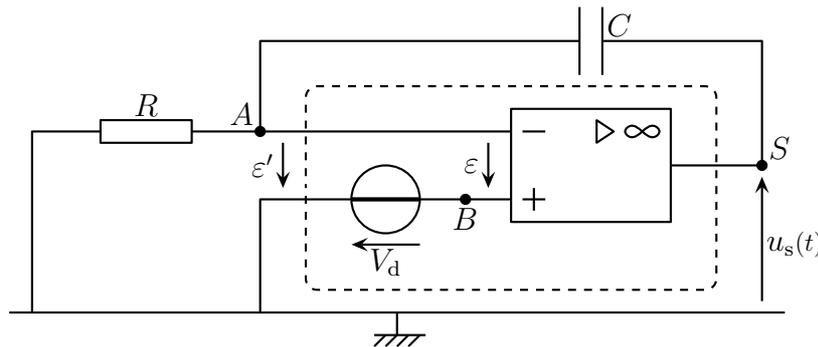
II.3 – Le montage intégrateur

II.3.i – en fait, il dérive ...

- ◇ Le titre est un jeu de mot. Nous allons étudier séparément les conséquences de la tension de décalage et des courants de polarisation. Le théorème de superposition fera le reste.
- ◇ Nous verrons alors que les défauts auront tendance à faire augmenter sans cesse la tension de sortie : elle va « dériver » comme le fait un bateau entraîné par un courant.

★ conséquence de la tension de décalage

- ◇ Faisons le montage intégrateur en prenant en compte la tension de décalage.



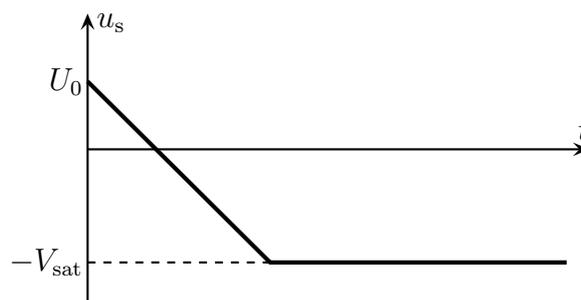
- ◇ Étant donné que l'entrée est nulle, la sortie devrait être nulle. Sauf que ...
- ◇ Analyse physique :
 - c'est un circuit à trois points de potentiels inconnus A , B et S de potentiels V_- , V_+ et $u_s(t)$
 - les résultats s'exprimeront en fonction de R , C et V_d .
- ◇ Analyse technique :
 - approche nodale
 - une loi de fonctionnement de l'AO, une loi des nœuds en terme de potentiels en A et la loi constitutive du générateur V_d
- ◇ La loi constitutive du générateur V_d donne :

$$0 - V_+ = V_d \quad \rightsquigarrow \quad V_+ = -V_d$$

- ◇ Comme l'AO idéal est en régime linéaire, nous avons $V_+ = V_-$ et donc $V_- = -V_d$.
- ◇ Écrivons maintenant la loi des nœuds en terme de potentiels à l'entrée inverseuse de l'AO sans oublier que $V_- = -V_d$:

$$\frac{0 - (-V_d)}{R} + C \frac{d}{dt}(u_s(t) - (-V_d)) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{d^2 u_s(t)}{dt^2} = -\frac{V_d}{RC} \quad \rightsquigarrow \quad u_s(t) = -\frac{V_d}{RC} t + U_0$$

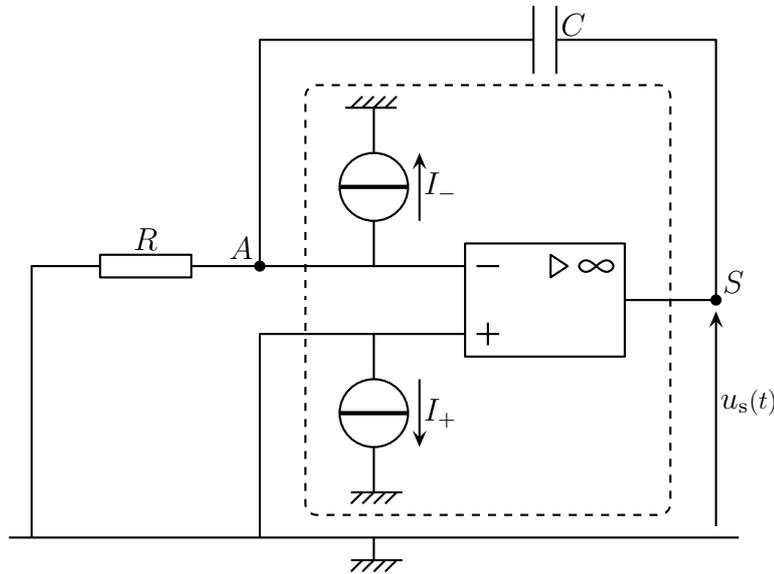
- ◇ Graphiquement cela donne la représentation ci-dessous.



- ◇ Il arrivera forcément un instant où la tension atteindra $-V_{\text{sat}}$ et l'AO fonctionnera alors en régime non linéaire.
- ◇ Remarquons qu'ici l'AO réel est en régime linéaire et qu'entre ses bornes la tension ε' vaut $\varepsilon' = 0 - V_- = +V_d \neq 0$.

★ **conséquence des courants de polarisation**

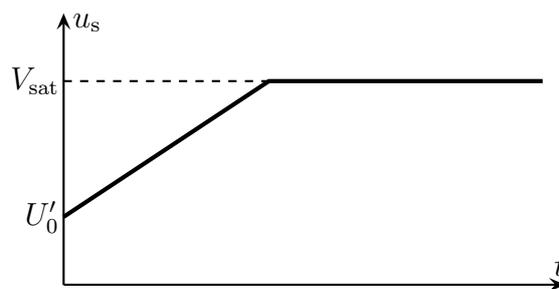
- ◇ Considérons le montage intégrateur en prenant en compte uniquement les courants de polarisation.



- ◇ Étant donné que l'entrée est nulle, la sortie devrait être nulle. Sauf que ...
- ◇ Analyse physique :
 - c'est un circuit à 2 points de potentiels inconnus A et S de potentiels V_- et $u_s(t)$
 - les résultats s'exprimeront en fonction de R , C , I_- et I_+
- ◇ Analyse technique :
 - approche nodale
 - une loi de fonctionnement de l'AO, une loi des nœuds en terme de potentiels en A et ça ira
- ◇ Comme l'AO idéal est en régime linéaire, nous avons $V_+ = V_-$ et donc $V_- = 0$.
- ◇ Écrivons maintenant la loi des nœuds en terme de potentiels à l'entrée inverseuse de l'AO sans oublier que $V_- = 0$:

$$\frac{0 - 0}{R} + C \frac{d}{dt}(u_s(t) - 0) - I_- = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{d^2 u_s(t)}{dt^2} = + \frac{I_-}{C} \quad \rightsquigarrow \quad u_s(t) = \frac{I_-}{C} t + U'_0$$

- ◇ Graphiquement cela donne la représentation ci-dessous.



- ◇ Il arrivera forcément un instant où la tension atteindra V_{sat} et l'AO fonctionnera alors en régime non linéaire.

★ **rassemblement et conclusion**

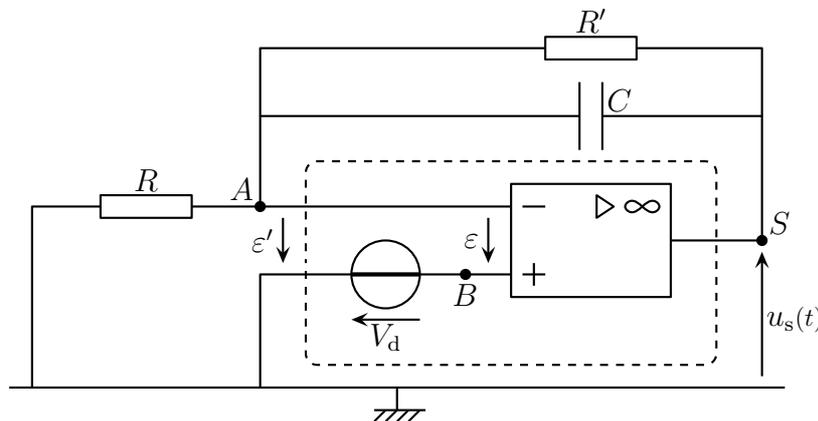
- ◇ L'erreur totale s'écrit donc $u_s = U_0'' + \left(\frac{I_-}{C} - \frac{V_d}{RC} \right) t$.
- ◇ Comme il n'y a aucune raison pour que le terme d'erreur s'annule parfaitement, l'erreur est telle que l'AO va lentement voir sa sortie diverger vers $\pm V_{\text{sat}}$. À partir de ce moment là il fonctionnera en régime non linéaire et sera inutilisable en tant qu'intégrateur.
- ◇ Pour un AO $\mu A741$ cela peut prendre entre une fraction de seconde et une dizaine de secondes. Pour un TL081, il n'est pas rare que les défauts mettent plusieurs minutes à faire complètement diverger l'AO.

II.3.ii – **mais ça se limite**

- ◇ En fait il suffit de mettre un résistor de résistance R' en parallèle du condensateur pour que l'effet de dérive n'existe plus.

★ **conséquence de la tension de décalage**

- ◇ Faisons le montage intégrateur corrigé.



- ◇ Analyse physique :
 - c'est un circuit à trois points de potentiels inconnus A , B et S de potentiels V_- , V_+ et $u_s(t)$
 - les résultats s'exprimeront en fonction de R , C et V_d .
- ◇ Analyse technique :
 - approche nodale
 - une loi de fonctionnement de l'AO, une loi des nœuds en terme de potentiels en A et la loi constitutive du générateur V_d
- ◇ La loi constitutive du générateur V_d donne :

$$0 - V_+ = V_d \quad \rightsquigarrow \quad V_+ = -V_d$$

- ◇ Comme l'AO idéal est en régime linéaire, nous avons $V_+ = V_-$ et donc $V_- = -V_d$.
- ◇ Écrivons maintenant la loi des nœuds en terme de potentiels à l'entrée inverseuse de l'AO sans oublier que $V_- = -V_d$:

$$\frac{0 - (-V_d)}{R} + C \frac{d}{dt}(u_s(t) - (-V_d)) + \frac{u_s(t) - (-V_d)}{R'} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{d^2 u_s(t)}{dt^2} + \frac{1}{R' C} u_s(t) = -\frac{V_d}{C} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)$$

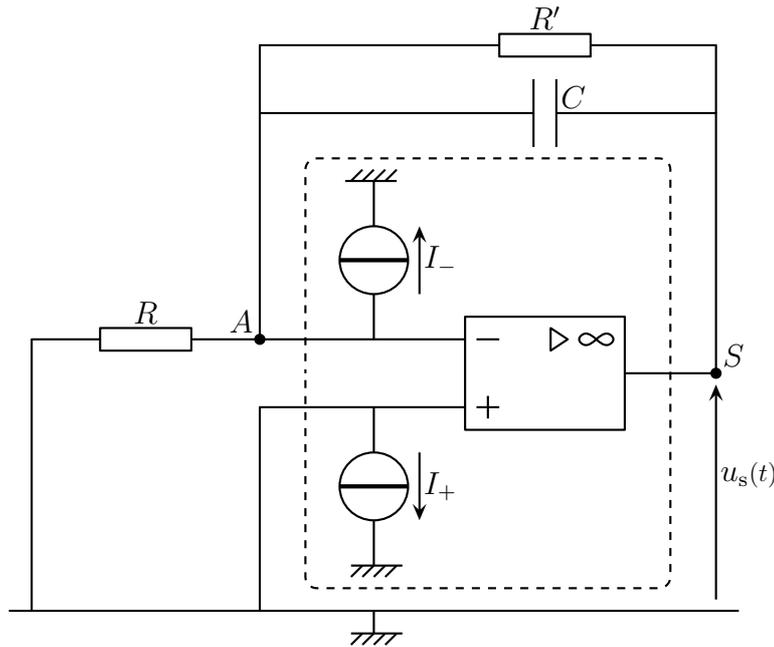
- ◇ C'est une équation différentielle dont la solution peut s'écrire directement :

$$u_s(t) = U_0 e^{-t/(R' C)} - \left(1 + \frac{R'}{R}\right) V_d$$

- ◇ Au bout de longtemps, l'erreur se stabilisera à $-\left(1 + \frac{R'}{R}\right) V_d$ ce qui n'est certes pas nul mais en tout cas limité. L'effet de dérive est contrôlé!

★ **conséquence des courants de polarisation**

- ◇ Considérons le montage intégrateur en prenant en compte uniquement les courants de polarisation.



- ◇ Analyse physique :
- c'est un circuit à 2 points de potentiels inconnus A et S de potentiels V_- et $u_s(t)$
 - les résultats s'exprimeront en fonction de R , C , I_- et I_+
- ◇ Analyse technique :
- approche nodale
 - une loi de fonctionnement de l'AO, une loi des nœuds en terme de potentiels en A et ça ira
- ◇ Comme l'AO idéal est en régime linéaire, nous avons $V_+ = V_-$ et donc $V_- = 0$.
- ◇ Écrivons maintenant la loi des nœuds en terme de potentiels à l'entrée inverseuse de l'AO sans oublier que $V_- = 0$:

$$\frac{0 - 0}{R} + C \frac{d}{dt}(u_s(t) - 0) + \frac{u_s(t) - 0}{R'} - I_- = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{d^2 u_s(t)}{dt^2} + \frac{1}{R' C} u_s(t) = + \frac{I_-}{C}$$

- ◇ Là aussi nous pouvons écrire la solution directement : $u_s(t) = U'_0 e^{-t/(R' C)} + R' I_-$

★ **cohérence des résultats**

- ◇ Lorsqu'il n'y avait pas de résistance R' cela signifiait que $R' \rightarrow \infty$.
- ◇ Nous pouvons alors voir que les erreurs associées :
- $R' I_-$ devient infinie
 - $-\left(1 + \frac{R'}{R}\right) V_d$ devient infinie

→ et que le régime permanent n'est jamais atteint puisque la constante de temps $R' C$ devient infinie

II.3.iii – quid du caractère intégrateur ?

- ◇ L'effet de dérive est désormais limité, c'est une bonne chose, mais le circuit a changé et il faut s'assurer qu'il remplisse encore bien son rôle à savoir intégrer la tension d'entrée.
- ◇ Pour cela, il faut que l'effet de R' soit le plus limité possible.
- ◇ Dans le cas idéal, R' doit être infini, *ie.* doit se comporter comme un circuit ouvert. Il faut donc vérifier que le courant qui le traverse soit le plus faible possible.
- ◇ En fait il faut que le courant soit négligeable devant celui traversant le condensateur : $|i_C(t)| \gg |i_{R'}(t)|$.
- ◇ En ordre de grandeur cela donne, en notant $u(t)$ la tension commune à R' et C et T la durée caractéristique du signal :

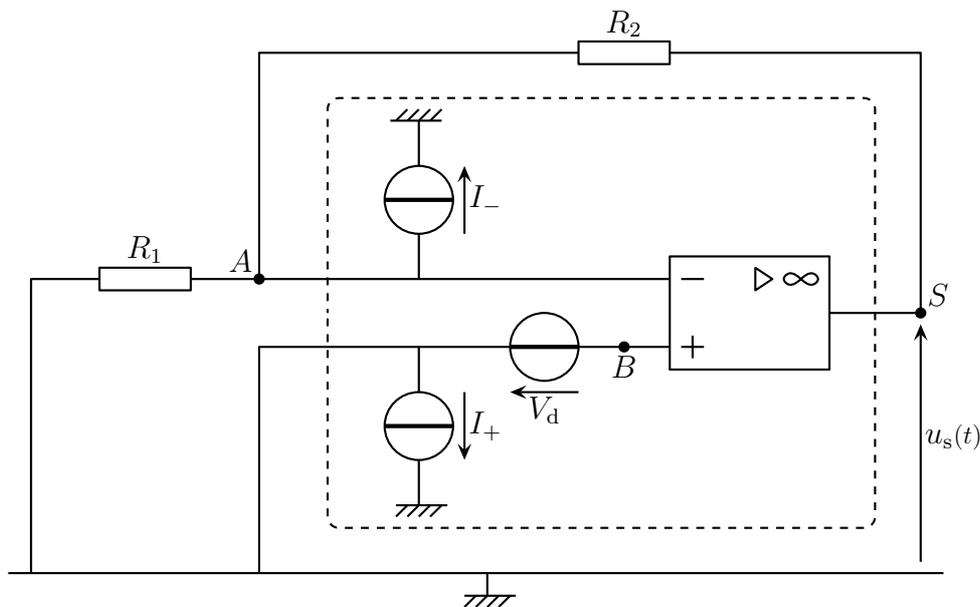
$$\left\{ \begin{array}{l} i_C(t) = C \frac{du(t)}{dt} \longrightarrow i_C \sim C \frac{U_0}{T} \\ i_{R'}(t) = \frac{u(t)}{R'} \longrightarrow i_{R'} \sim C \frac{U_0}{R'} \end{array} \right. \rightsquigarrow C \frac{U_0}{T} \gg \frac{U_0}{R'} \rightsquigarrow T \ll R' C$$

- ◇ Finalement le circuit conserve son caractère intégrateur lorsque la durée caractéristique du signal est très petite devant $R' C$, *ie.* lorsque le montage est utilisé en hautes fréquences.

II.4 – Amplificateur inverseur

II.4.i – l'erreur commise ...

- ◇ Considérons le montage amplificateur inverseur ci-dessous où seuls sont pris en compte les défauts de tension de décalage et de courant de polarisation.



- ◇ Normalement, la tension d'entrée étant nulle la sortie devrait être nulle. Sauf que ...
- ◇ Analyse physique :
 - c'est un montage linéaire (il y a une rétroaction sur l'entrée inverseuse)
 - c'est un montage à trois nœuds de potentiels inconnus A , B et S

- les résultats dépendront de R_1 , R_2 , I_- , I_+ , V_d
- ◇ Analyse technique :
 - approche nodale (il y a un AO) avec trois inconnues
 - une loi de fonctionnement de l'AO, une loi des nœuds en terme de potentiel en A et la loi constitutive du générateur en B
- ◇ La loi constitutive du générateur donne :

$$0 - V_+ = V_d \quad \rightsquigarrow \quad V_+ = -V_d$$

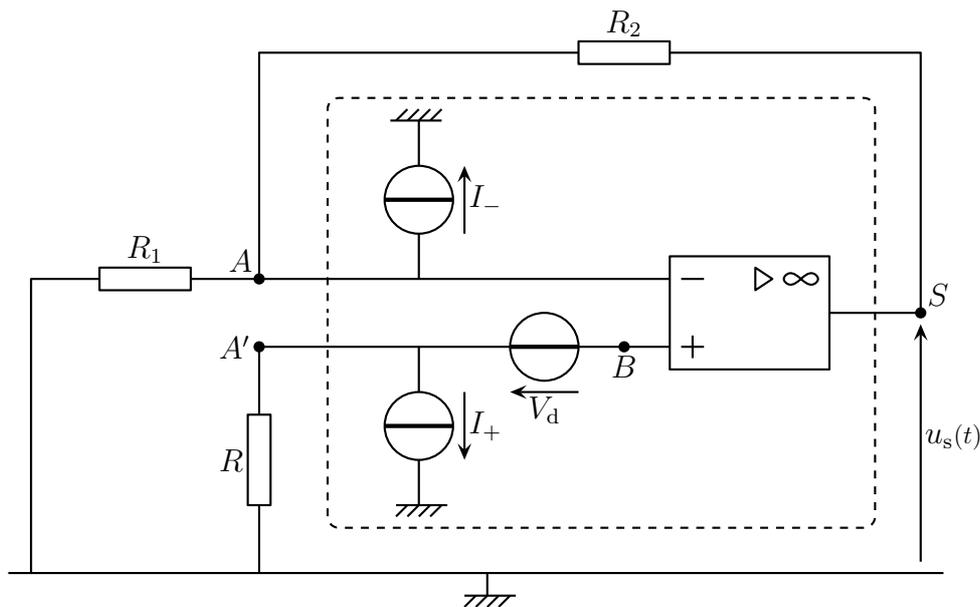
- ◇ Comme l'AO idéal fonctionne en régime linéaire, nous avons $V_- = V_+ = -V_d$.
- ◇ Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels au point A sans oublier que $V_- = -V_d$:

$$\frac{0 - (-V_d)}{R_1} + \frac{u_s(t) - (-V_d)}{R_2} - I_- = 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_s = R_2 I_- - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_d$$

- ◇ Ce n'est pas une erreur nulle ...

II.4.ii – ... s'annule en partie

- ◇ Rajoutons un résistor de résistance R à un endroit *a priori* inutile.



- ◇ Analyse physique :
 - c'est un montage linéaire (il y a une rétroaction sur l'entrée inverseuse)
 - c'est un montage à quatre nœuds de potentiels inconnus A , A' , B et S
 - les résultats dépendront de R_1 , R_2 , R , I_- , I_+ , V_d
- ◇ Analyse technique :
 - approche nodale (il y a un AO) avec quatre inconnues
 - une loi de fonctionnement de l'AO, deux loi des nœuds en terme de potentiel en A et A' et la loi constitutive du générateur en B
- ◇ La loi des nœuds en terme de potentiel en A' donne :

$$\frac{0 - V_{A'}}{R} - I_+ = 0 \quad \rightsquigarrow \quad V_{A'} = -R I_+$$

- ◇ La loi constitutive du générateur donne :

$$V_{A'} - V_+ = V_d \quad \rightsquigarrow \quad V_+ = -R I_+ - V_d$$

◇ Comme l'AO idéal fonctionne en régime linéaire, nous avons $V_- = V_+ = -V_d - R I_+$.

◇ Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels au point A sans oublier que $V_- = -V_d$:

$$\frac{0 - (-V_d - R I_+)}{R_1} + \frac{u_s(t) - (-V_d - R I_+)}{R_2} - I_- = 0 \rightsquigarrow u_s = R_2 I_- - \left(R + \frac{R R_2}{R_1}\right) I_+ - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_d$$

◇ Sauf que les AO sont tels que $I_+ = I_-$, ce qui donne :

$$u_s = \left(R_2 - R - \frac{R R_2}{R_1}\right) I_+ - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_d$$

◇ Nous pouvons annuler l'erreur due aux courants de polarisation en ajustant R de telle sorte que :

$$R_2 - R - \frac{R R_2}{R_1} = 0 \rightsquigarrow R_2 = R \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \rightsquigarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = R_1 // R_2$$

◇ C'est un résultat complètement non intuitif!

Amplificateur Opérationnel

Au niveau du cours

★ Les définitions

- ◇ Sont à savoir :
 - rétroaction
 - tension de décalage, courants de polarisation
 - circuits linéaires

★ Les grandeurs

- ◇ Connaître les valeurs des défauts usuels (tension de décalage, courants de polarisation, coefficient d'amplification)

★ Les lois

- ◇ Sont à connaître :
 - la loi de fonctionnement d'un AO idéal en régime linéaire et non linéaire
 - la modélisation d'un AO réel

★ la phénoménologie

- ◇ Connaître :
 - le principe de fonctionnement d'un AO
 - les défauts et les limites de l'AO réel
 - l'effet de dérive du montage intégrateur ainsi que sa remédiation

★ les exemples fondamentaux

- ◇ Connaître :
 - les montages amplificateurs inverseur et non inverseur
 - les montages intégrateurs et dérivateurs
 - les montages sommateurs et suiveur

Au niveau de l'analyse

★ Analyse physique

- ◇ Il faut savoir repérer les rétroactions et en déduire *a priori* le régime de fonctionnement d'un AO

Au niveau des savoir-faire

★ exercices classiques

- ◇ Savoir refaire :
 - le montage intégrateur modifié
-

Table des matières

I	L'amplificateur opérationnel idéal	1
I-1	Un nouveau composant	1
I-1 <i>·i</i>	à quoi ça ressemble?	1
I-1 <i>·ii</i>	à quoi ça sert?	1
I-1 <i>·iii</i>	comment ça marche?	2
I-2	L'AO en électrocinétique	2
I-2 <i>·i</i>	schématisation	2
	grandeurs caractéristiques	2
I-2 <i>·ii</i>	phénoménologie – loi de fonctionnement	3
	phénoménologie	3
	caractéristique	3
I-2 <i>·iii</i>	idéalisations	4
I-3	Étudier un circuit avec un AO	5
I-3 <i>·i</i>	étude des rétroactions	5
I-3 <i>·ii</i>	conséquence des rétroactions	5
	cas le plus simple	5
	cas très souvent très simple	5
	cas non décidable cette année	6
I-3 <i>·iii</i>	pourquoi privilégier l'approche nodale?	6
I-4	Montages amplificateurs	6
I-4 <i>·i</i>	amplificateur inverseur	6
	montage	6
	simplification fonctionnelle du montage	7
	approche maillère	7
I-4 <i>·ii</i>	amplificateur non inverseur	8
	montage et analyse	8
	loi de fonctionnement	9
I-5	Avec un condensateur	9
I-5 <i>·i</i>	montage intégrateur	9
	montage et analyse	9
	loi de fonctionnement	10
I-5 <i>·ii</i>	montage dérivateur	10
	montage et analyse	10
	loi de fonctionnement	11
I-6	Et d'autres	11
I-6 <i>·i</i>	sommateur	11
	montage et analyse	12
	loi de fonctionnement	12
I-6 <i>·ii</i>	suiveur	12
	montage et analyse	12
	loi de fonctionnement et intérêt	13
II	L'amplificateur opérationnel réel	14
II-1	Quelques petites différences	14
II-1 <i>·i</i>	limitations	14
II-1 <i>·ii</i>	défauts	14
II-1 <i>·iii</i>	modélisation	15
II-2	Une autre manière d'étudier un circuit contenant plusieurs sources	15

II.2.i	quand tout est linéaire, tout va bien	16
	théorème de superposition	16
	idée de démonstration	16
	interprétation	16
II.2.ii	idoinoton	17
	montage	17
	premier générateur	17
	deuxième générateur	17
	rassemblement et morale	18
II.2.iii	utilisation dans le cas d'un AO réel	18
II.3	Le montage intégrateur	18
II.3.i	en fait, il dérive	18
	conséquence de la tension de décalage	18
	conséquence des courants de polarisation	19
	rassemblement et conclusion	20
II.3.ii	mais ça se limite	21
	conséquence de la tension de décalage	21
	conséquence des courants de polarisation	22
	cohérence des résultats	22
II.3.iii	quid du caractère intégrateur ?	22
II.4	Amplificateur inverseur	23
II.4.i	l'erreur commise	23
II.4.ii	. . . s'annule en partie	24
	Analyse physique	26