

# Électrocinétique

## Chapitre 7

### Circuits non linéaires

# Circuits non linéaires

Dans ce chapitre nous allons étudier quelques circuits non-linéaires composés de diodes et d'AO fonctionnant en régime non linéaire. La différence c'est que dans ces conditions, il ne sera plus possible d'utiliser la notation complexe : il faudra utiliser d'autres moyens d'étude et d'analyse.

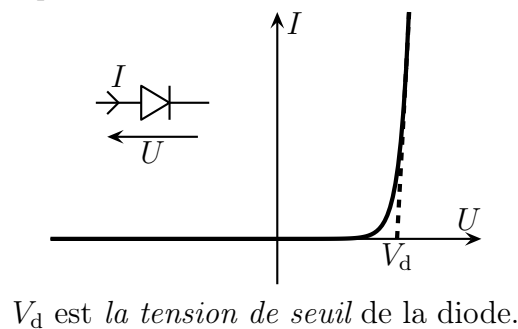
Dans une première partie, nous présenterons la diode ainsi que la méthode générale pour étudier un circuit non-linéaire de manière à pouvoir analyser quelques circuits classiques. Dans une deuxième partie nous verrons l'amplificateur opérationnel idéal fonctionnant en régime non linéaire. Enfin dans une dernière partie nous étudierons un circuit complexe en guise d'exemple approfondi.

## I – Avec une diode

### I.1 – Diode de redressement

#### I.1.i – présentation

La *diode* est un composant fait de semi-conducteurs, symbolisé par  et dont la caractéristique avec la convention naturelle suivante est :



Un composant est *polarisé* lorsque son sens de branchement influence son fonctionnement. Un composant non polarisé est dit *symétrique*.

◇ Les résistors, bobines et condensateurs sont symétriques, les générateurs et les AO sont polarisés.

La diode est un dipôle passif, polarisé, non linéaire.

◇ Étant donné que la diode est polarisée, il faudra faire attention à son sens de branchement en TP.

#### I.1.ii – phénoménologie

◇ Interprétons la caractéristique précédente.

◇ Cette caractéristique laisse clairement apparaître deux grandes zones de fonctionnement :

- tant que la tension n'est pas assez élevée (inférieure à  $V_d$ ) aucun courant ne passe à travers la diode
- quand la tension est assez élevée, le courant devient très vite important

- ◇ Ainsi dans la première zone, tant que le courant n'a pas assez d'énergie (lié au potentiel rappelons-le), il ne peut pas passer à travers la diode.
- ◇ Il suffit qu'il y ait un peu plus d'énergie avant la diode pour que tout le courant puisse passer. C'est un peu comme un barrage : dès que l'eau dépasse le niveau du barrage, tout s'écoule.

Une diode usuelle ne permet de laisser passer le courant que dans un seul sens.

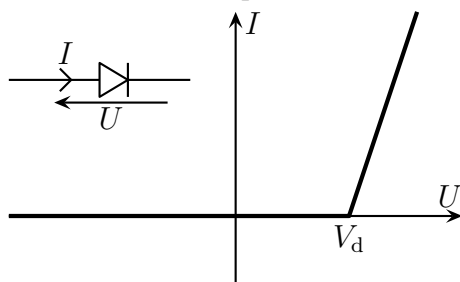
Lorsque la diode laisse passer le courant, elle est dite *passante*. Sinon elle est dite *bloquée*.

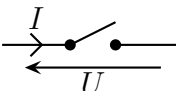
- ◇ En réalité, une diode permet à un courant de passer dans l'autre sens, mais pour cela il lui faut de l'énergie :
  - l'énergie qu'elle a naturellement en elle provoque un courant de l'ordre du nA
  - en l'éclairant le courant **inverse** peut atteindre quelques mA : les diodes sont alors utilisées comme détecteur de lumière ou comme photopile (panneaux solaires), elles sont alors actives au sens où elles peuvent fournir de l'énergie électrique.

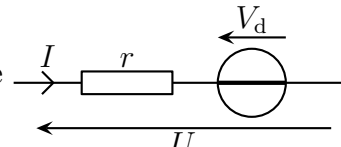
### I.1.iii – plusieurs modélisations

- ◇ Étant donné qu'il n'est pas forcément évident de travailler avec la caractéristique exacte de la diode, nous allons la modéliser la caractéristique par des portions de droites.

Le modèle linéaire de la diode réelle possède la caractéristique suivante :



→ lorsque la diode est bloquée, elle se comporte comme 

→ lorsque la diode est passante, elle se comporte comme 

$r$  est appelée la *résistance dynamique* de la diode et est de l'ordre du ohm.

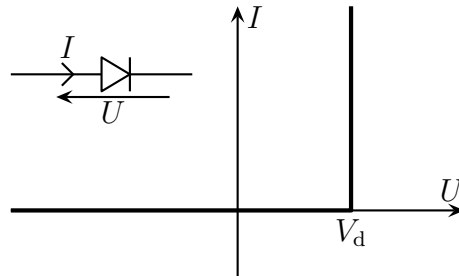
Pour une diode usuelle,  $V_d \simeq 0,6 \text{ V}$  et  $r \simeq 10 \text{ } \Omega$

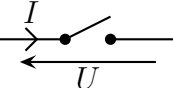
- ◇ Il faut bien faire attention que dans le modèle de la diode passante le générateur est opposé au sens du courant. Il représente la force électromotrice à vaincre pour faire passer du courant dans le bon sens.
- ◇ La résistance est dite *dynamique* car cet effet ne se fait sentir que lorsque la diode est passante.
- ◇ Pour le domaine « diode bloquée », le modèle est évident.
- ◇ Pour le domaine « diode passante », nous constatons que la portion de droite peut s'écrire sous la forme :

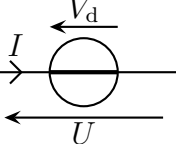
$$I = \frac{1}{r} (U - V_d) \quad \rightsquigarrow \quad U = r I + V_d$$

◇ Nous constatons alors que l'expression de  $U$  est bien celle que nous obtenons avec l'additivité des tensions à partir du modèle électrocinétique.

La diode idéale à tension de seuil non nul possède la caractéristique suivante :

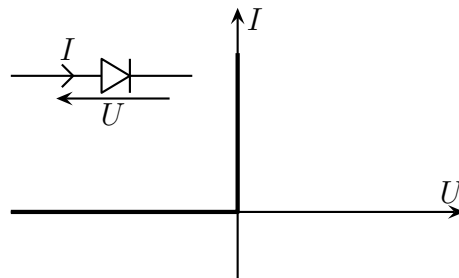


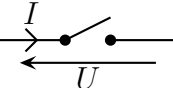
→ lorsque la diode est bloquée, elle se comporte comme 

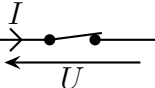
→ lorsque la diode est passante, elle se comporte comme 

◇ Il s'agit du modèle le plus utilisé dans les exercices car la résistance dynamique de la diode est très souvent négligeable devant les autres résistances.

La diode idéale possède la caractéristique suivante :



→ lorsque la diode est bloquée, elle se comporte comme 

→ lorsque la diode est passante, elle se comporte comme 

◇ C'est le modèle le plus utilisé pour expliquer de manière qualitative ce qui se passe dans un circuit. La diode agit alors comme un sens interdit : le courant passe comme il veut dans un sens et pas du tout dans l'autre.

## I.2 – Comment étudier un circuit non linéaire ?

### I.2.i – tout va bien!

- ◇ Le changement qualitatif avec ce qui est non linéaire c'est qu'il n'est plus possible d'utiliser le principe de superposition : il faut étudier chaque situation dans son ensemble.
- ◇ Il existe deux grandes sources de non linéarités :
  - des lois tout le temps non linéaires (ex : des lois du type  $U = \pm \alpha I^2$ )
  - des comportements fondamentalement différents suivant la valeur d'un paramètre (ex : l'AO qui est en régime de saturation haute ou basse suivant la valeur de  $\epsilon$ ).
- ◇ Le 2<sup>e</sup> cas est plus facile à traiter que le premier car dans chaque plage de fonctionnement le composant non linéaire peut avoir un comportement linéaire. Sa non linéarité vient du fait qu'il peut changer de comportement linéaire.
- ◇ C'est pourquoi dans un certain nombre de cas, comme par exemple pour la diode, nous allons modéliser des comportements tout le temps non linéaires par des comportements **linéaires par domaine**.

### I.2.ii – méthode analytique

#### ★ principe de base

Pour un circuit comportant un composant non linéaire au fonctionnement *a priori* inconnu, il faut :

- faire une hypothèse sur son domaine de fonctionnement
- écrire l'égalité correspondante (et le remplacer par son modèle électrocinétique éventuellement)
- vérifier l'inégalité définissant le domaine de fonctionnement

Pour un circuit comportant un composant non linéaire au fonctionnement connu, il faut :

- écrire l'égalité correspondante (et le remplacer par son modèle électrocinétique éventuellement)
- vérifier l'inégalité définissant le domaine de fonctionnement

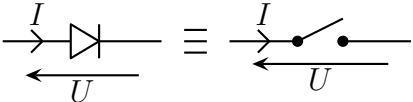
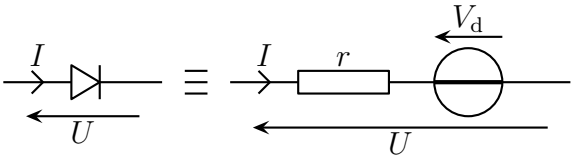
- ◇ Nous avons déjà rencontré cette méthode de raisonnement avec les forces de frottement solide sur un support immobile.

hypothèse	« à poser »	« à vérifier »
glissement	$R_T = f R_N$	$v \neq 0$
non glissement	$v = 0$	$R_T \leq f R_N$

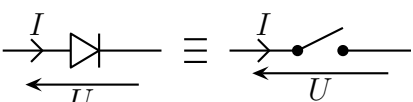
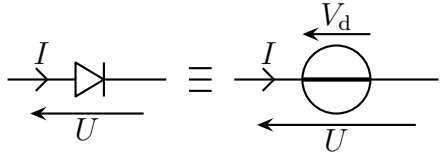
- ◇ Notons que dans le cas précédent, l'inégalité à vérifier était une « non égalité » au sens large avec un « différent de ».
- ◇ Bien sûr, il est recommandé de réfléchir avant de faire les hypothèses. Tomber sur la bonne hypothèse dès le début permet de gagner du temps. Pour cela il est possible :
  - d'exploiter des chronogrammes expérimentaux
  - de rechercher rapidement qualitativement le fonctionnement du circuit avec le modèle « sens interdit » de la diode.

## ★ application à la diode

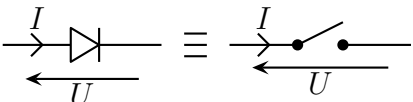
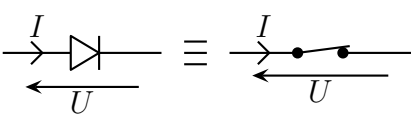
Pour le modèle linéaire de la diode réelle :

hypothèse	« à poser »	« à vérifier »
diode bloquée	$I = 0$ et 	$U \leq V_d$
diode passante	$U = rI + V_d$ et 	$I \geq 0$

Pour la diode idéale à tension de seuil non nul :

hypothèse	« à poser »	« à vérifier »
diode bloquée	$I = 0$ et 	$U \leq V_d$
diode passante	$U = V_d$ et 	$I \geq 0$

Pour la diode idéale :

hypothèse	« à poser »	« à vérifier »
diode bloquée	$I = 0$ et 	$U \leq V_d$
diode passante	$U = 0$ et 	$I \geq 0$

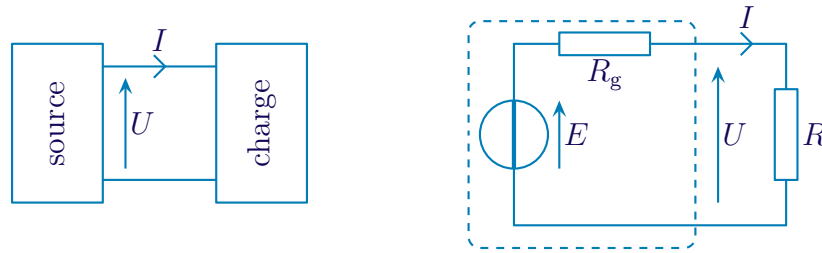
◇ Poser l'égalité ou le modèle électrocinétique revient au même, mais il vaut mieux, de toutes façons, refaire le circuit avec le modèle équivalent de la diode afin de mieux « voir » ce qui se passe (ou pas) dans le circuit.

## I.2.iii – méthode graphique

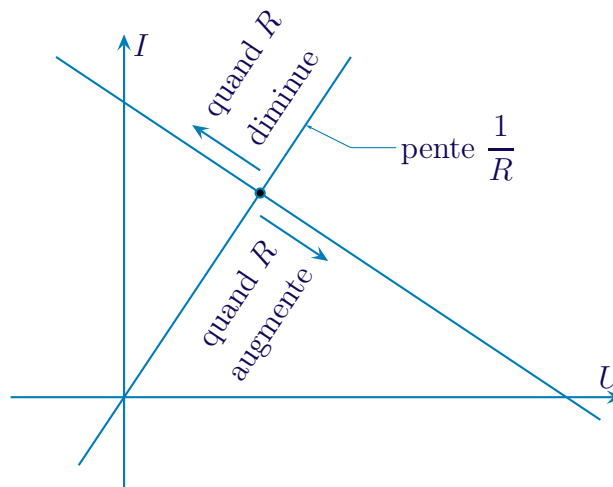
◇ Il est aussi possible de résoudre des problèmes électrocinétique uniquement graphiquement, lorsqu'il n'y a pas de condensateur ou de bobines, *ie.* lorsque le circuit est d'ordre 0 (que des résistors).

### ★ point de fonctionnement

- ◇ Considérons un circuit pouvant être assimilé à une association de deux dipôles. Par exemple le circuit représenté avec un générateur modèle de THÉVENIN et un résistor.

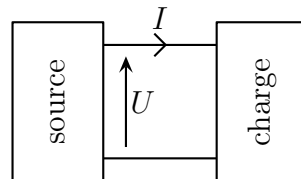


- ◇ Nous pouvons constater que les grandeurs  $U$  et  $I$  sont communes aux deux dipôles. Nous pouvons donc représenter les caractéristiques des deux dipôles dans le même plan  $(U, I)$ . La partie « source » est donc en convention générateur et la partie « charge » en convention récepteur.



- ◇ Comme les valeurs de  $U$  et  $I$  sont les mêmes pour les deux dipôles, cela correspond forcément au point d'intersection des deux caractéristiques.

Le point dans le plan  $(U, I)$  correspondant à la tension aux bornes des deux dipôles et à l'intensité parcourant le circuit tel que schématisé ci-dessous est appelé *point de fonctionnement*.



- ☛ *Remarque* : le « point de fonctionnement optique » vient directement de ce point de fonctionnement électrocinétique.

- ◇ Dans la caractéristique précédente, il est facile de faire varier qualitativement les paramètres.  
 ◇ Par exemple, si  $R$  augmente, la pente de la droite diminue et le point de fonctionnement se déplace vers la droite et vers le bas : la tension aux bornes de  $R$  augmente et  $I$  diminue.  
 ◇ De même, si  $R$  diminue, la pente de la droite augmente et le point de fonctionnement se déplace vers la gauche et vers le haut : la tension aux bornes de  $R$  diminue et  $I$  augmente.

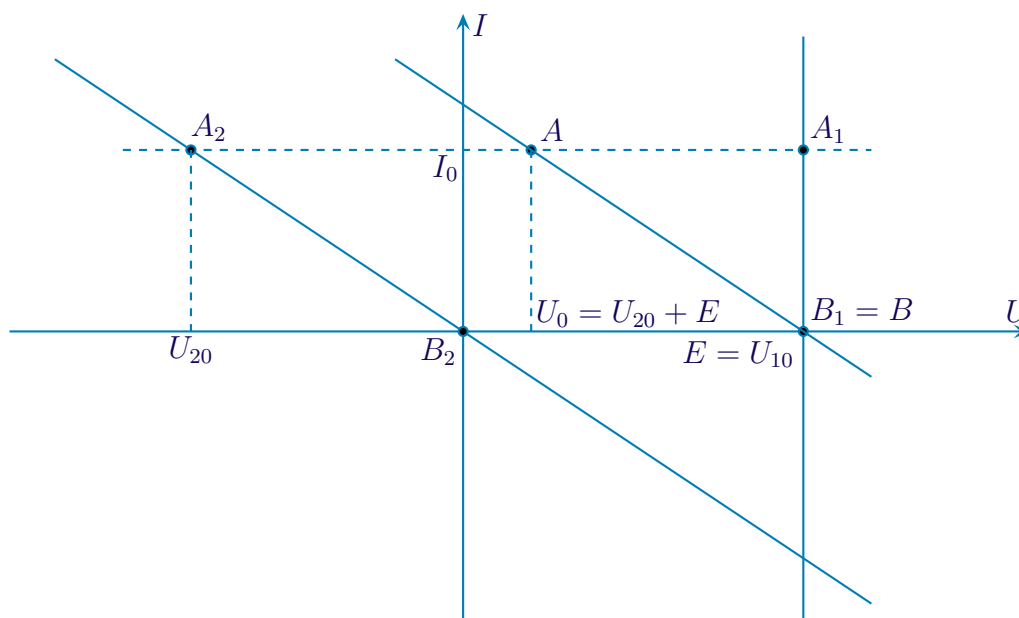
- ◇ C'est bien compatible avec  $U = \frac{R}{R + R_g} E = \frac{E}{1 + \frac{R_g}{R}}$  et  $I = \frac{E}{R + R_g}$ .

### ★ association série de dipôles

- ◇ Pour une association de deux dipôles en série, telle celle ci-dessous, l'idée est de remarquer que lorsque  $I$  traverse les deux dipôles, la tension totale aux bornes de l'association vaut  $U = U_1 + U_2$ .



- ◇ Considérons l'association ci-dessus et représentons les deux caractéristiques  $I = f(U_1)$  et  $I = f(U_2)$ . N'oublions pas de remarquer que l'ensemble est en convention générateur.



- ◇ Pour déterminer la caractéristique de l'association :

- choisissons une valeur particulière de l'intensité, ici  $I_0$
- cherchons les tensions  $U_{10}$  et  $U_{20}$  aux bornes des dipôles (points  $A_1$  et  $A_2$ )
- le point de la caractéristique de l'association est en  $(U_{10} + U_{20}, I)$  (point  $A$ )

- ◇ Nous pouvons prendre une autre série de points  $B_1$  et  $B_2$  qui donnent  $B$ .

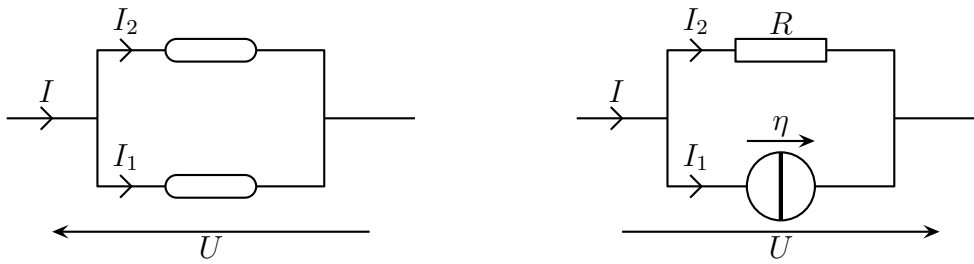
L'association graphique de deux portions de droite donne une portion de droite.

- ◇ Ici tout se passe comme si nous avions translaté de  $E$  vers la droite la caractéristique du résistor.  
 ◇ Nous retrouvons bien la caractéristique d'un générateur réel en convention générateur.

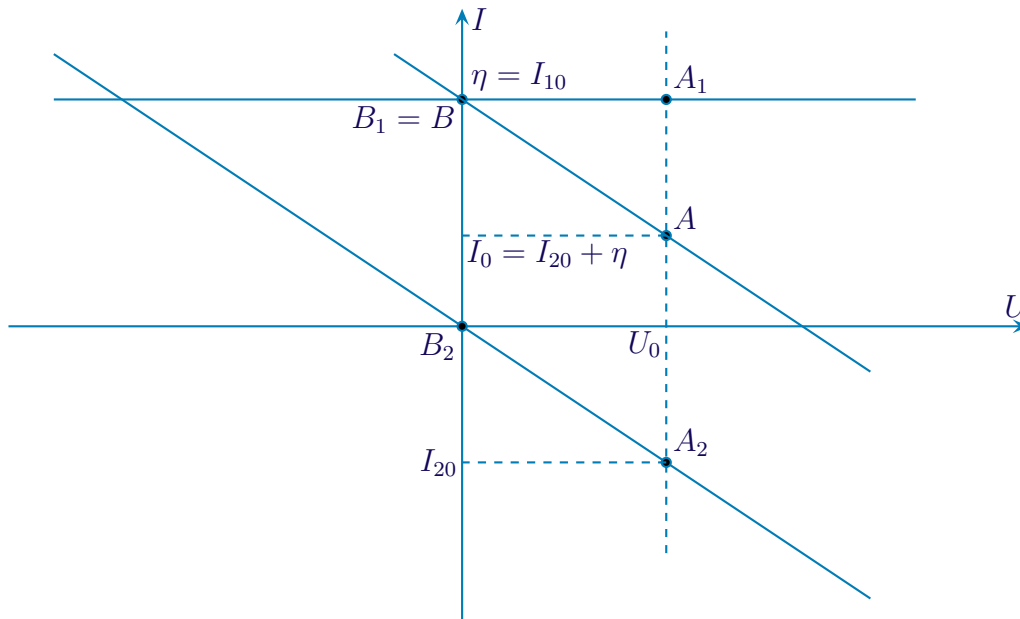
### ★ association parallèle de dipôles

- ◇ Pour une association de deux dipôles en parallèle, telle celle ci-dessous, l'idée est de remarquer que lorsque  $U$  est aux bornes des deux dipôles, l'intensité totale traversant l'association vaut  $I = I_1 + I_2$ .





◇ Considérons l'association ci-dessus et représentons les deux caractéristiques  $I = f(U_1)$  et  $I = f(U_2)$ . N'oublions pas de remarquer que l'ensemble est en convention générateur.



◇ Pour déterminer la caractéristique de l'association :

- choisissons une valeur particulière de la tension, ici  $U_0$
- cherchons les intensités  $I_{10}$  et  $I_{20}$  traversant les dipôles (points  $A_1$  et  $A_2$ )
- le point de la caractéristique de l'association est en  $(U_0, I_{10} + I_{20})$  (point  $A$ )

◇ Nous pouvons prendre une autre série de points  $B_1$  et  $B_2$  qui donnent  $B$ .

◇ Ici tout se passe comme si nous avions translaté de  $\eta$  vers le haut la caractéristique du résistor.

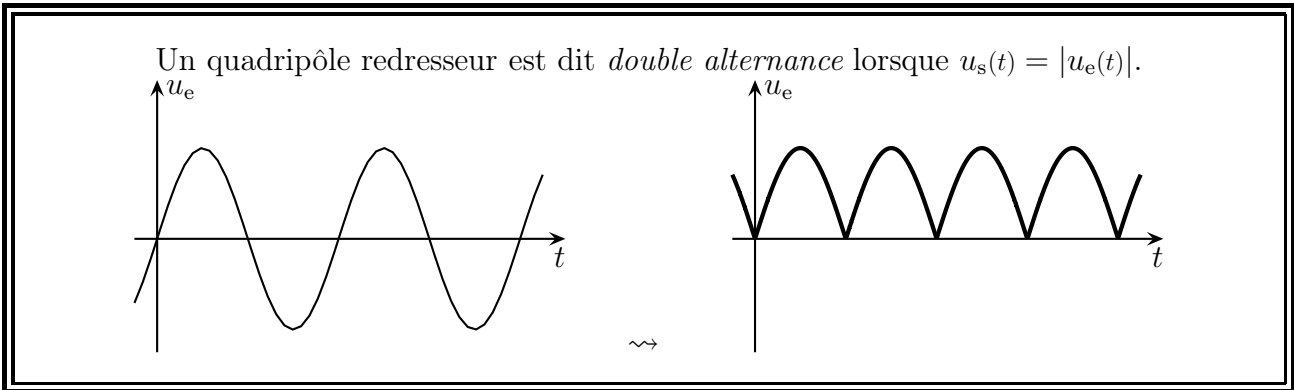
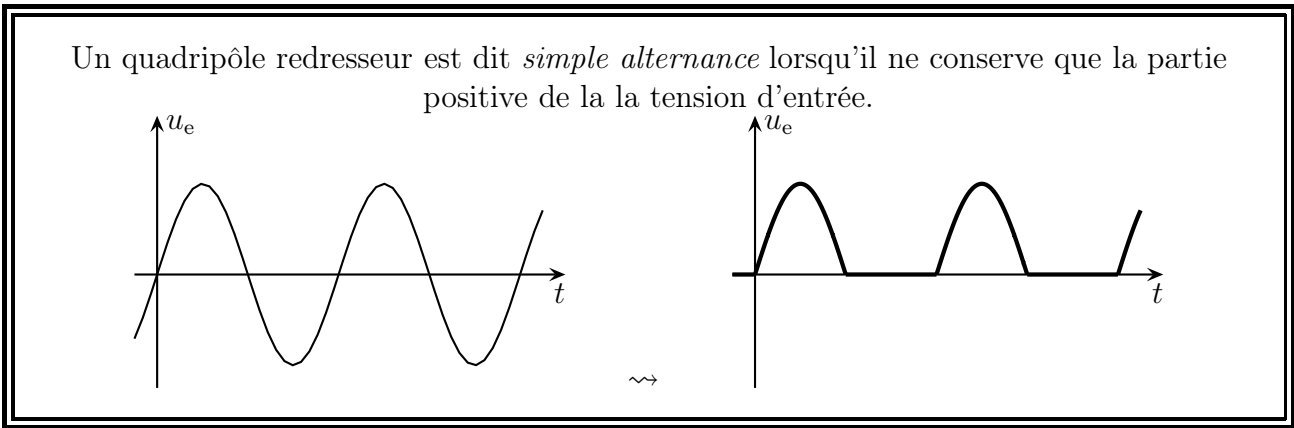
◇ Nous retrouvons bien la caractéristique d'un générateur réel en convention générateur.

## I.3 – Redressement

### I.3.i – intérêt du redressement

Un quadripôle est dit *redresseur* s'il transmet la tension d'entrée en sortie mais uniquement avec des valeurs positives.

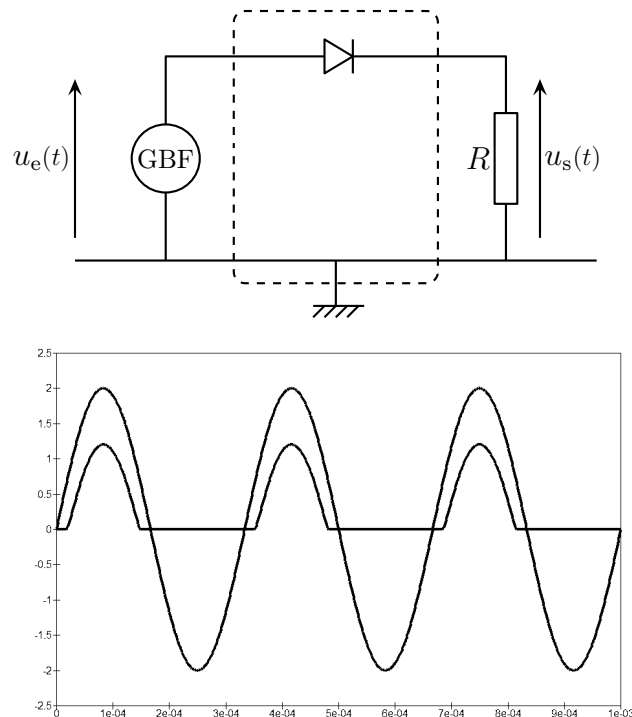




### I.3.ii – simple alternance

#### ★ montage et simulation

◇ Considérons le montage ci-dessous et visualisons la simulation de son fonctionnement.



◇ Nous pouvons constater que la tension de sortie est toujours positive : le quadripôle encadré est bien un redresseur simple alternance.

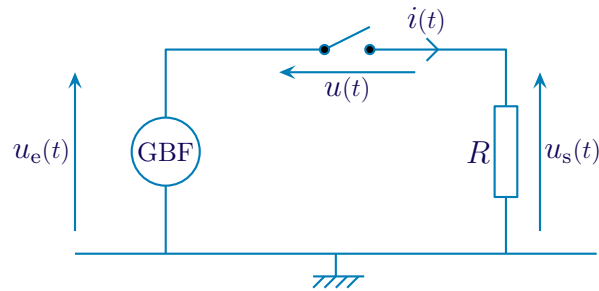
◇ Toutefois, nous pouvons voir un léger décalage lorsque la tension est positive.

### ★ interprétation

- ◇ La tension de sortie est prise aux bornes d'une résistance :
  - lorsque la tension est nulle, le courant qui la traverse aussi et donc la diode est bloquée
  - lorsque la tension est positive, du courant circule donc la diode est passante.

### 🕒 diode bloquée

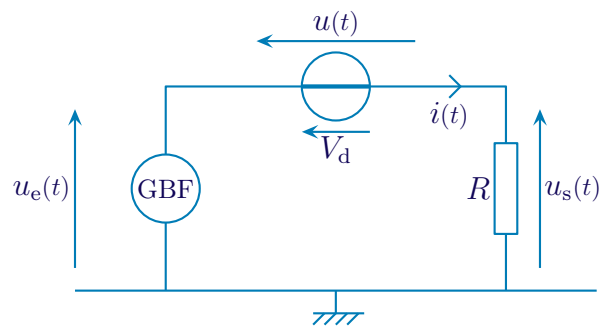
- ◇ Supposons la diode bloquée.
- ◇ Notons  $i(t)$  l'intensité du courant traversant la diode et  $u(t)$  la tension entre ses bornes, les deux grandeurs étant choisies dans le sens naturel.



- ◇ Nous pouvons alors écrire  $i(t) = 0$  ce qui donne  $u_s(t) = 0$ .
- ◇ De plus ce sera vrai tant que  $u(t) \leq V_d$ . Or  $u(t) = -u_s(t) + u_e(t)$  ce qui donne la condition  $u_e(t) \leq V_d$ .

### 🕒 diode passante

- ◇ Supposons la diode passante.
- ◇ Notons de même  $i(t)$  l'intensité du courant traversant la diode et  $u(t)$  la tension entre ses bornes.



- ◇ Nous avons alors, par simple additivité des tensions  $u_s(t) = u_e(t) - V_d$ .
- ◇ De plus ce sera vrai tant que  $i(t) \geq 0$ . Or  $i(t) = \frac{u_s(t)}{R}$  ce qui conduit à la condition :

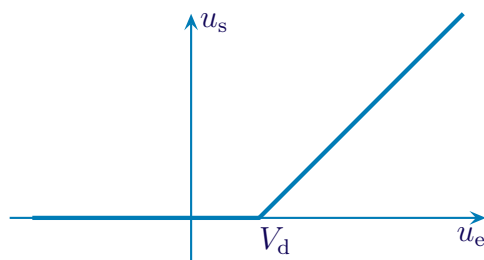
$$\frac{u_e(t) - V_d}{R} \geq 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_e(t) \geq V_d$$

### 🕒 représentation graphique

- ◇ Nous pouvons constater que les deux conditions recouvrent tous les cas possibles :

$$u_s(t) = 0 \quad \text{pour} \quad u_e(t) \leq V_d \quad \text{et} \quad u_s(t) = u_e(t) - V_d \quad \text{pour} \quad u_e(t) \geq V_d$$

- ◇ Graphiquement cela correspond à :

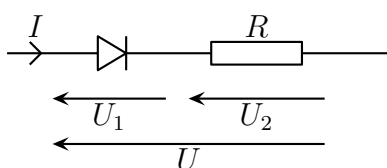


✧ Ici le redressement se fait avec un seuil (qui vaut ici  $V_d$ ) puisque c'est la tension minimale à partir de laquelle la tension d'entrée est redressée.

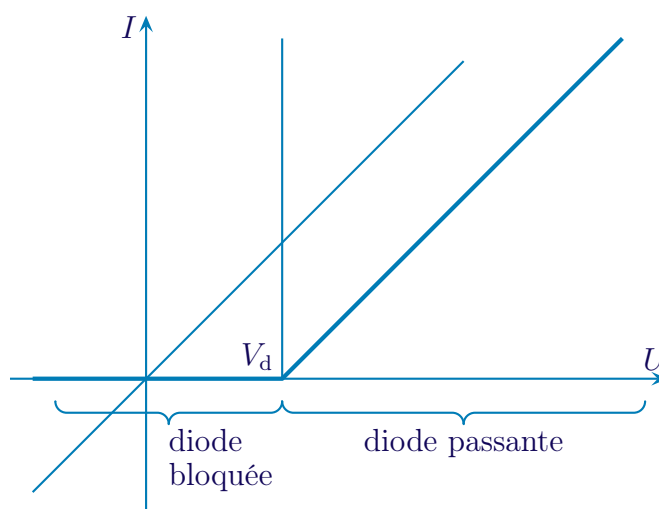
### ★ interprétation graphique

#### 🕒 association série de la diode et du résistor

✧ Cherchons la caractéristique de l'association série de la diode et du résistor.



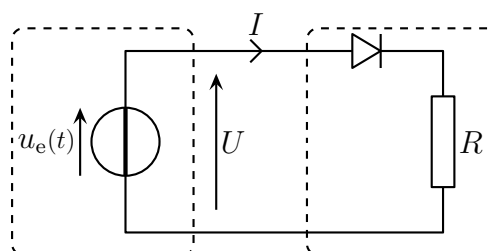
✧ Commençons par représenter les deux caractéristiques en convention récepteur et cherchons la caractéristique de l'association comme nous l'avons vu précédemment.



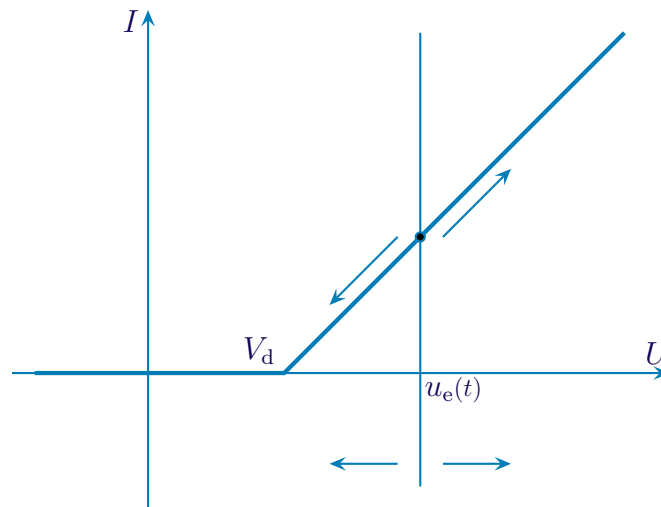
✧ Nous pouvons voir dans la caractéristique précédentes deux zones : une pour laquelle la diode est bloquée, l'autre pour laquelle la diode est passante.

#### 🕒 fonctionnement

✧ Considérons le montage redresseur comme l'association d'un générateur idéal de tension  $u_e(t)$  et de la charge constituée de la diode en série avec le résistor.



- ◇ Nous pouvons alors représenter graphiquement le point de fonctionnement de l'association :
- la caractéristique de la source est une droite verticale d'abscisse  $u_e(t)$
  - la caractéristique de la charge a été déterminée ci-dessus.

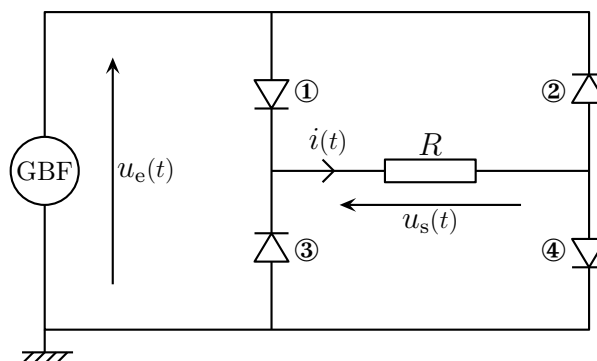


- ◇ Lorsque  $u_e(t)$  évolue, nous pouvons constater que le point de fonctionnement peut passer d'une zone où la diode est bloquée à une zone où la diode est passante. Nous voyons tout de suite que la valeur limite, c'est  $u_e = V_d$ .
- ◇ Si, avec cette approche, il est inutile de faire des hypothèses sur le fonctionnement de la diode, l'inconvénient c'est que l'étude ne se fait que pour un  $U$  et un  $I$  bien précis et, en l'occurrence, obligatoirement pas totalement intéressant pour nous puisque nous cherchions une relation entre deux tensions.

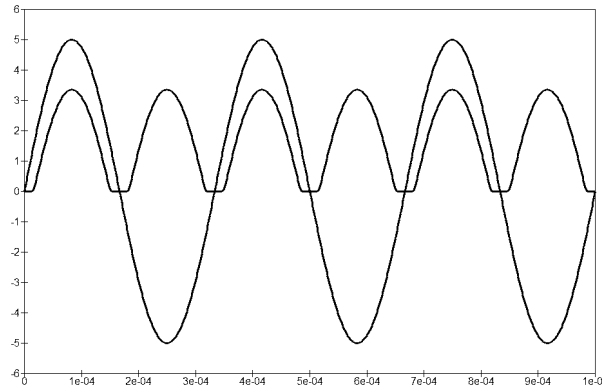
### I.3.iii – double alternance

#### ★ montage et simulation

- ◇ Considérons le montage suivant.



- ◇ La simulation de ce circuit est la suivante.



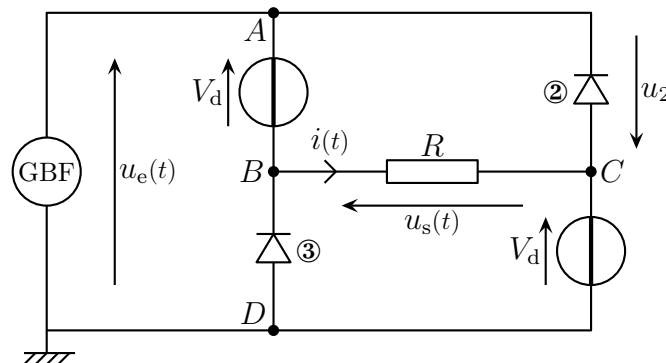
✧ Nous pouvons constater qu'il s'agit là d'un montage redresseur double alternance. Toutefois celui ne semble pas parfait étant donné que lorsqu'elle passe, la tension de sortie ne vaut pas exactement celle d'entrée.

### ★ interprétation

- ✧ Étant donné que la tension aux bornes du résistor est toujours positive, cela signifie que l'intensité du courant  $i(t)$  qui le traverse est elle aussi toujours positive.
- ✧ Étant donné le rôle de « sens interdit » que possèdent les diodes, cela signifie que le courant passe soit par les diodes ① et ④, soit pas les diodes ② et ③.
- ✧ Si, de manière brutale, nous aurions pu / du étudier 8 cas possibles (4 diodes, 2 états pour chacune), ici avec un peu de raisonnement, nous pouvons nous limiter à deux cas *a priori*.

### 🔍 diodes ① et ④ passantes

✧ Le circuit est alors équivalent au schéma suivant. Cherchons l'état des diodes ② et ③.



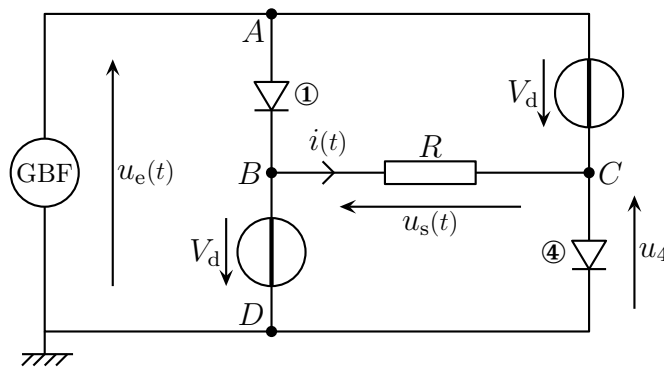
- ✧ Il semblerait logique qu'elles soient bloquées car nous savons que nous étudierons le cas où elles sont passantes juste après. Cherchons donc à montrer qu'elles le sont bel et bien.
- ✧ Qualitativement. Le courant a plus d'énergie en A qu'en B et, à cause du résistor, il en a plus en B qu'en C. Au total le courant a plus d'énergie en A la « sortie » de la diode ② qu'en C « l'entrée » de la diode ②. Le courant ne peut donc pas passer dans la diode ②, elle est donc bloquée.
- ✧ Formellement c'est identique. Calculons la tension  $u_2$ , tension naturelle de la diode ②. Par additivité des tensions, nous trouvons  $u_2 = -V_d - u_s(t) < 0$  car  $u_s(t) \geq 0$ . La diode est donc bloquée.
- ✧ Un raisonnement identique nous permet de montrer que la diode ③ est aussi bloquée.
- ✧ Cherchons maintenant quelle condition cela implique sur la tension d'entrée.
- ✧ Il faut  $i(t) \geq 0$  or, à partir d'une loi des mailles :

$$u_e(t) - V_d - R i(t) - V_d = 0 \quad \rightsquigarrow \quad i(t) = \frac{u_e(t) - 2V_d}{R} \quad \rightsquigarrow \quad u_e(t) \geq 2V_d$$

✧ Cet état correspond aux arches où la tension est redressée et  $u_e(t) \leq 0$ .

### 🔗 diodes ② et ③ passantes

✧ Le circuit est alors équivalent au schéma suivant. Cherchons l'état des diodes ② et ③.



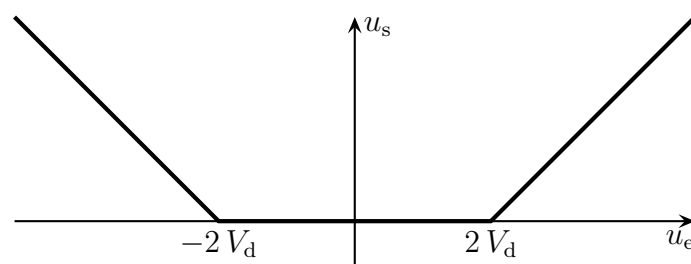
- ✧ De la même manière que pour le cas précédent, il y a plus d'énergie en  $D$  qu'en  $B$  puisque ③ est passante et plus d'énergie en  $B$  qu'en  $C$  puisqu'il s'agit d'un résistor et que  $i(t) \geq 0$ . Il y a donc plus d'énergie en  $D$  qu'en  $C$  ce qui empêche la diode ④ d'être passante.
- ✧ Calculons la tension  $u_4$ , tension naturelle de la diode ②. Par additivité des tensions, nous trouvons  $u_4 = -V_d - u_s(t) < 0$  car  $u_s(t) \geq 0$ . La diode ④ est donc bloquée.
- ✧ Cherchons maintenant quelle condition cela implique sur la tension d'entrée.
- ✧ Il faut  $i(t) \geq 0$  or, à partir d'une loi des mailles :

$$u_e(t) + V_d + R i(t) + V_d = 0 \quad \rightsquigarrow \quad i(t) = -\frac{u_e(t) + 2V_d}{R} \quad \rightsquigarrow \quad u_e(t) \leq -2V_d$$

✧ Cet état correspond aux arches où la tension est redressée et  $u_e(t) \leq 0$ .

### 🔗 rassemblement et représentation graphique

✧ Nous pouvons constater que les deux cas étudiés ne permettent pas d'envisager tous les cas possibles pour  $u_e(t)$ . Toutefois en remarquant qu'une diode *seule* ne peut pas être passante, nous pouvons être sûr que nous avons étudié tous les cas où le courant passe. Dans tous les autres cas le courant ne passe pas et donc la tension  $u_s(t)$  est nulle.

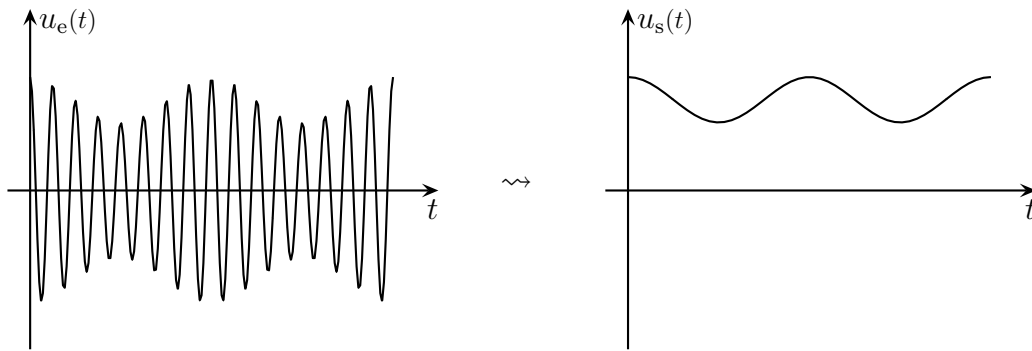


✧ Ici le redressement se fait avec un seuil (qui vaut ici  $2V_d$ ) puisque c'est la tension minimale à partir de laquelle la tension d'entrée est redressée.

## I.4 – Détecteur de crêtes, version simple

### I.4.i – rôle du détecteur

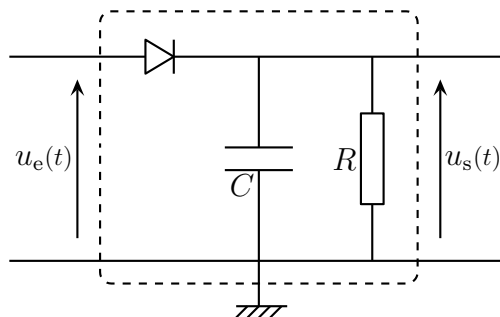
Un *détecteur de crêtes* a pour rôle d'envoyer, en sortie, l'enveloppe du signal d'entrée.



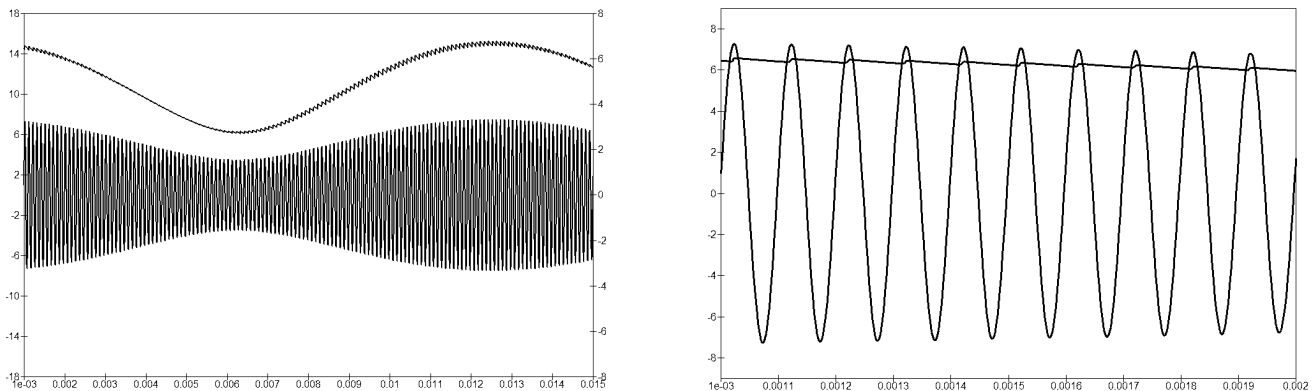
◇ Le détecteur de crêtes nous sera utile en TP lorsqu'il s'agira de démoduler un signal.

### I.4.ii – montage et visualiation

◇ Considérons le circuit ci-dessous.



◇ Regardons ce que donne la simulation de fonctionnement pour ce circuit.



◇ De loin le montage semble effectivement remplir son rôle de détecteur de crêtes. Regardons de plus près ce qu'il se passe.

◇ Nous voyons de près que la tension de sortie semble suivre la tension d'entrée quand elle monte et évoluer en décroissant lorsque la tension d'entrée diminue trop vite.

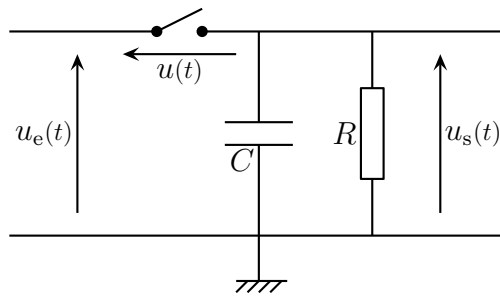
### I.4.iii – fonctionnement détaillé

★ deux états possibles pour la diode

🕒 diode bloquée

◇ Refaisons le schéma équivalent lorsque la diode est bloquée.

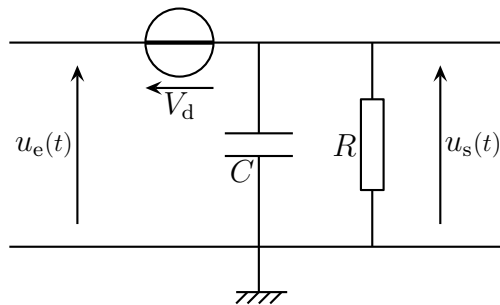




- ◇ Nous pouvons alors voir que le condensateur et le résistor forment un circuit  $R, C$ . Le condensateur va alors se décharger à travers le résistor et la tension de sortie évoluera en  $u_s(t) = U_0 e^{-t/\tau}$  avec  $\tau = RC$ .
- ◇ La diode sera bloquée tant que  $u < V_d$ . Or par additivité des tensions nous avons  $u(t) = -u_s(t) + u_e(t)$  ce qui amène à la condition  $u_e(t) < u_s(t) + V_d$ .

### 🕒 diode passante

- ◇ Refaisons le schéma équivalent pour une diode passante.



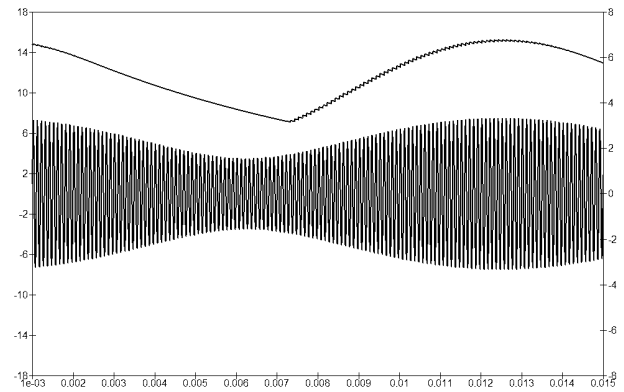
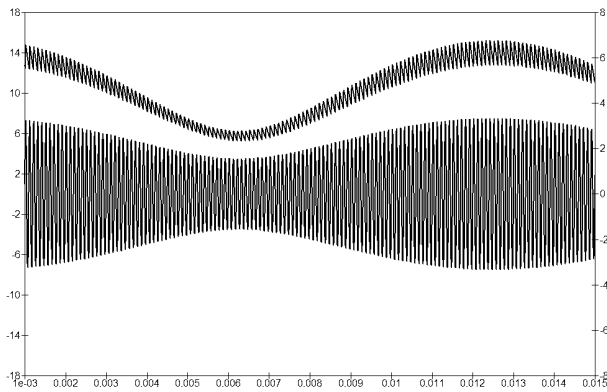
- ◇ Ici l'additivité des tensions donne tout de suite  $u_s(t) = u_e(t) - V_d$ .
- ◇ Trouver la condition sur  $u_e$  à partir d'une condition sur  $i(t)$  ne va pas être facile ici notamment à cause du condensateur.
- ◇ Toutefois, nous pouvons dire que la diode est soit bloquée soit passante. Et quand elle est bloquée nous avons  $u_e(t) < u_s + V_d$ . Ainsi la diode est passante lorsque  $u_e(t) \geq u_s(t) + V_d$ , *ie.* quand  $u_e(t) = u_s(t) + V_d$ .

### 🕒 phénoménologie

- ◇ Finalement nous pouvons voir que la diode :
  - quand elle est passante, elle permet au condensateur de se charger lorsque la tension d'entrée est suffisante
  - quand elle est bloquée, elle oblige le condo à se décharger uniquement dans  $R$
- ◇ Ici le condensateur est un réservoir d'énergie qui se vide naturellement dans  $R$  et que  $u_e(t)$  ne peut que remplir.

### ★ bien ajuster la constante de temps

- ◇ Remarquons que l'effet de décharge du condensateur est fondamental dans le détecteur de crêtes puisque c'est lui qui permet de si la tension d'entrée diminue. Il faut donc qu'elle soit bien ajustée.
- ◇ Avec une constante de temps mal ajustée, nous pourrions avoir des phénomènes tels que :
  - lorsque la décharge est trop rapide, elle peut être trop significative entre deux oscillations et provoquer un effet « dents de scie » non souhaitable
  - lorsque la décharge est trop lente, il est possible que le détecteur rate quelques diminutions « trop rapides » de la tension d'entrée.



### ★ inconvénients

- ◇ Ce montage est loin d'être parfait, voyons deux de ses défauts.
- ◇ Tout d'abord celui qui est le plus visible c'est l'effet de seuil. Il faut que la tension soit au moins de  $V_d$  pour que le détecteur puisse détecter quelque chose. En dessous de cette tension, toute évolution est totalement invisible pour le détecteur.
- ◇ Ensuite, lorsque la diode est passante, du courant passe dans le résistor et le condensateur se charge. De l'énergie est prélevée à la source. *A priori* étant donné l'aspect systémique de l'électrocinétique, cela va influencer le montage en amont ce qui signifie que la tension d'entrée n'évolue pas de la même manière avec et sans le détecteur. C'est comme pour les filtres : le détecteur de crêtes a une certaine impédance d'entrée.
- ◇ Pour corriger ces défauts, il existe un composant formidable : l'AO. C'est lui que nous allons étudier dans la partie suivante.

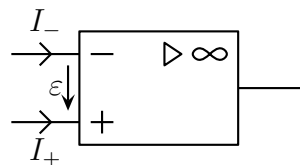
## II – Avec un amplificateur opérationnel

### II.1 – Régime de saturation

#### II.1.i – description

##### ★ rappels

- ◇ Rappelons ce qu'il en est pour l'AO idéal ci-dessous.



- ◇ L'AO idéal est tel que :
  - les courants de polarisation  $I_-$  et  $I_+$  sont nuls
  - la tension de décalage est nulle
  - le coefficient d'amplification est infini
- ◇ Lorsqu'il fonctionne en régime non linéaire (ou « de saturation »), l'AO est tel que :
  - $\varepsilon \neq 0$ , ie.  $V_+ \neq V_-$  et  $V_s = \pm V_{\text{sat}}$
  - $\varepsilon > 0$  si et seulement si  $V_s = +V_{\text{sat}}$
  - $\varepsilon < 0$  si et seulement si  $V_s = -V_{\text{sat}}$

### ★ phénoménologie

- ◇ L'AO est un amplificateur de tension.
- ◇ Si  $V_+$  légèrement supérieur à  $V_-$  (de 0,03 mV) alors  $V_s$  va tendre très rapidement vers  $+V_{\text{sat}}$ . Sans rétroaction négative, l'effet sera immédiat.
- ◇ Si  $V_-$  légèrement inférieur à  $V_+$  (de 0,03 mV), c'est le contraire  $V_s$  va tendre très rapidement vers  $-V_{\text{sat}}$ .
- ◇ Rappelons qu'il est extrêmement difficile d'avoir deux grandeurs d'origines physiques distinctes (par exemple deux tensions de deux générateurs) être égales par hasard ou par choix à mieux que 0,03 mV, ne serait-ce qu'à cause du bruit électrique. C'est pourquoi nous n'étudierons jamais le cas extrêmement improbable de  $\varepsilon = 0$  sans rétroaction.

Lorsqu'un AO idéal fonctionne en régime non linéaire, sa tension d'entrée  $\varepsilon$  est obligatoirement non nulle.

### II.1.ii – étudier un AO en régime de saturation

- ◇ C'est comme pour les diodes :
  - soit nous savons dans lequel des deux domaines fonctionne l'AO et il ne reste plus qu'à en chercher les conditions sur la grandeur d'entrée
  - soit nous faisons une hypothèse sur le régime (saturation haute ou basse) qui nous amène alors à vérifier quand elle est valable.

Pour un AO idéal en régime non linéaire :

hypothèse	« à poser »	« à vérifier »
saturation haute	$V_s = +V_{\text{sat}}$	$\varepsilon > 0$ ou $V_+ > V_-$
saturation basse	$V_s = -V_{\text{sat}}$	$\varepsilon < 0$ ou $V_+ < V_-$

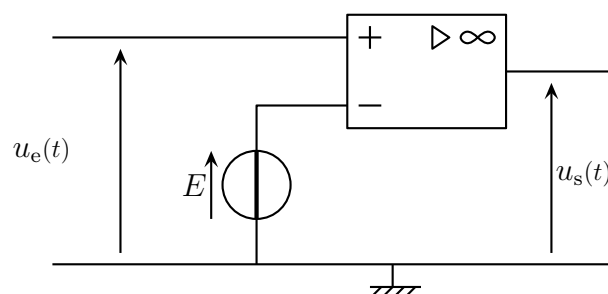
- ◇ Ici, la loi de fonctionnement de l'AO c'est soit  $V_s = +V_{\text{sat}}$  soit  $V_s = -V_{\text{sat}}$ .
- ◇ Comme les deux cas se ressemblent fortement (condition à poser sur  $V_s$  et condition à vérifier sur  $\varepsilon$ ), il sera parfois possible d'étudier les deux cas en même temps.

## II.2 – Comparateurs

### II.2.i – comparateur simple

#### ★ montage et analyse

- ◇ Considérons le montage ci-dessous pour lequel nous cherchons  $u_s(t)$  en fonction de  $u_e(t)$ .



◇ Analyse physique :

- c'est un AO non rétroactionné donc en régime non linéaire
- le lien entre la sortie et l'entrée va certainement dépendre de  $E$

◇ Analyse technique il y a un seul point de potentiel inconnu (la sortie), une seule loi, la loi de fonctionnement de l'AO suffira.

### ★ fonctionnement

◇ Supposons que la saturation soit haute, alors  $V_s = +V_{\text{sat}}$ . Ceci est vrai tant que  $\varepsilon > 0$ , ie. tant que :

$$V_+ - V_- > 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_e - E > 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_e(t) > E \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{V_s = +V_{\text{sat}} \text{ lorsque } u_e > E}$$

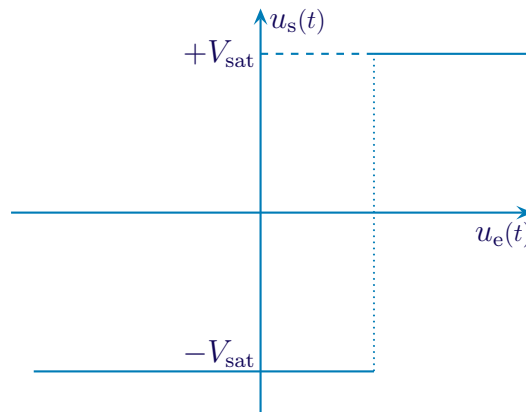
◇ Supposons que la saturation soit basse, alors  $V_s = -V_{\text{sat}}$ . Ceci est vrai tant que  $\varepsilon < 0$ , ie. tant que :

$$V_+ - V_- < 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_e - E < 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_e(t) < E \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{V_s = -V_{\text{sat}} \text{ lorsque } u_e < E}$$

### ★ graphiquement

#### 🕒 caractéristique

◇ Traçons simplement  $u_s$  en fonction de  $u_e$ .

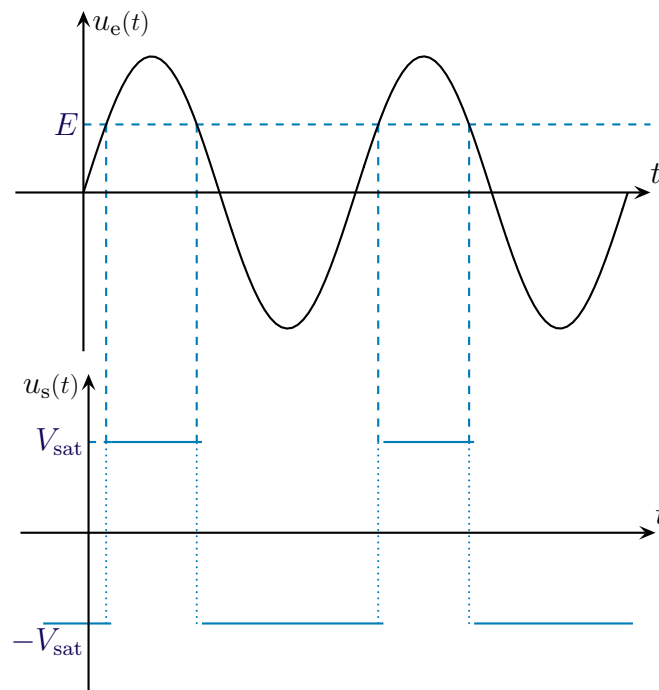


◇ La ligne verticale est tracée en pointillés car il n'est pas possible qu'un point de fonctionnement soit dessus.

👉 *Remarque* : dans la caractéristique statique de l'AO, le trait verticale n'était pas en pointillés parce que, justement, avec des rétroaction, il est possible d'avoir un point de fonctionnement dessus.

#### 🕒 représentation temporelle

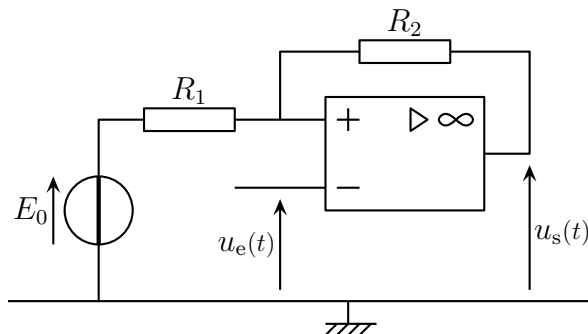
◇ Représentons ce qui se passe pour  $u_e(t)$  et  $u_s(t)$ .



## II.2.ii – comparateur à hystérésis

### ★ montage et analyse

◇ Considérons le montage ci-dessous pour lequel nous cherchons  $u_s(t)$  en fonction de  $u_e(t)$ .



◇ Analyse physique :

- le circuit est en régime quelconque
- c'est un AO non rétroactionné sur l'entrée inverseuse donc en régime non linéaire
- GP :  $R_1, R_2, E_0$  en tant que composant et  $u_e(t)$  en tant que contrainte

◇ Analyse technique : il y a un deux points de potentiels inconnus, nous allons donc utiliser deux lois.

### ★ fonctionnement

### 🌀 résultats communs

◇ Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels à l'entrée non inverseuse de l'AO :

$$\frac{E_0 - V_+}{R_1} + \frac{u_s(t) - V_+}{R_2} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad V_+ = \frac{R_2 E_0 + R_1 u_s(t)}{R_1 + R_2}$$

### 🕒 saturation haute

◇ Nous avons alors, par hypothèse,  $u_s(t) = +V_{\text{sat}}$ .

◇ Cette situation sera vérifiée tant que  $\varepsilon > 0$ . Avec  $V_- = u_e(t)$ , cela donne :

$$V_+ - V_- > 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_e(t) < \frac{R_2 E_0 + R_1 u_s(t)}{R_1 + R_2} \quad \rightsquigarrow \quad u_e < \frac{R_2 E_0 + R_1 V_{\text{sat}}}{R_1 + R_2}$$

### 🕒 saturation basse

◇ Nous avons cette fois, par hypothèse,  $u_s(t) = -V_{\text{sat}}$ .

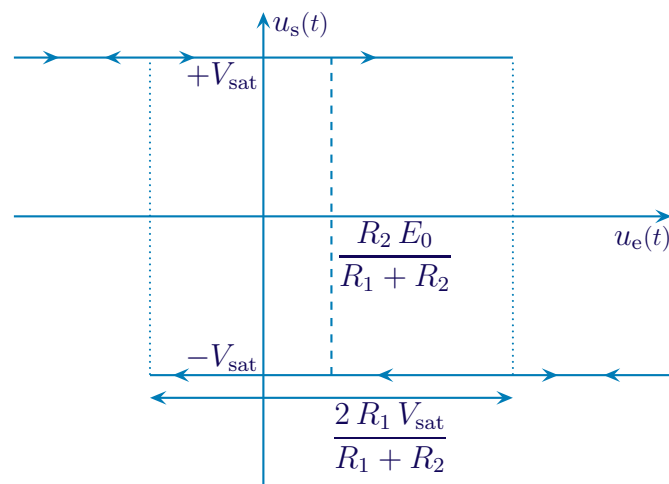
◇ Cette situation sera vérifiée tant que  $\varepsilon < 0$ . Avec  $V_- = u_e(t)$ , cela donne :

$$V_+ - V_- < 0 \quad \rightsquigarrow \quad u_e(t) > \frac{R_2 E_0 + R_1 u_s(t)}{R_1 + R_2} \quad \rightsquigarrow \quad u_e > \frac{R_2 E_0 - R_1 V_{\text{sat}}}{R_1 + R_2}$$

### ★ graphiquement

### 🕒 caractéristique

◇ Traçons les deux portions de droites  $u_s(t) = \pm V_{\text{sat}}$  pour les valeurs limites.



◇ Nous constatons la présence d'un cycle de largeur  $\frac{2 R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}$  et centré sur la valeur  $\frac{R_2}{R_2 + R_1} E_0$ .

Il y a un phénomène *d'hystérésis* lorsqu'un dispositif possède une réponse qui peut prendre deux valeurs différentes suivant le passé de la grandeur d'entrée.

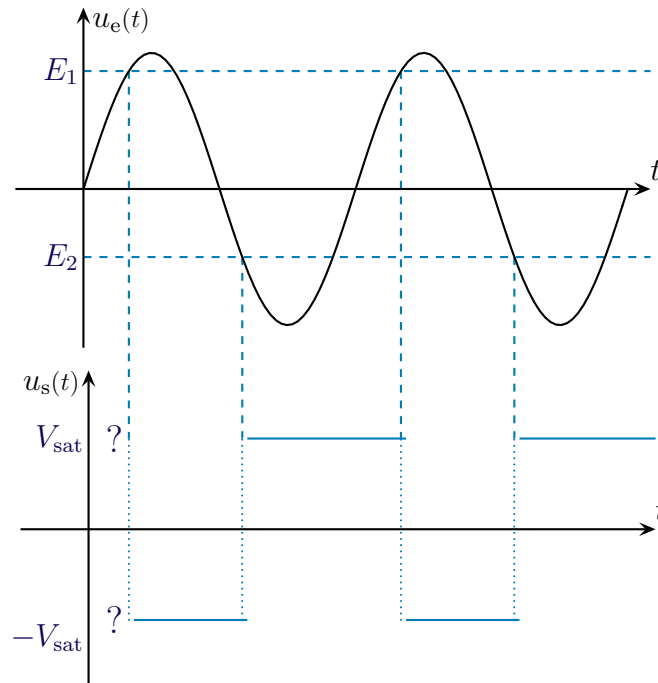
La représentation de la sortie en fonction de l'entrée dans le cas d'un hystérésis fait apparaître un cycle.

◇ Cela implique que, pour certaines valeurs de  $u_e(t)$ , il peut y avoir deux valeurs possibles de la grandeur de sortie  $u_s(t)$ . Pour connaître cette valeur, il est impératif de connaître le *passé* de  $u_e(t)$  : la valeur à l'instant  $t$  ne suffisant plus.

Seuls les dispositifs non linéaires peuvent créer des cycles d'hystérésis.

### 🕒 représentation temporelle

- ◇ Les changements de valeurs de  $u_s(t)$  se font lorsque  $u_e(t)$  passe **au-dessus** de  $E_1$  et **en-dessous** de  $E_2$ .

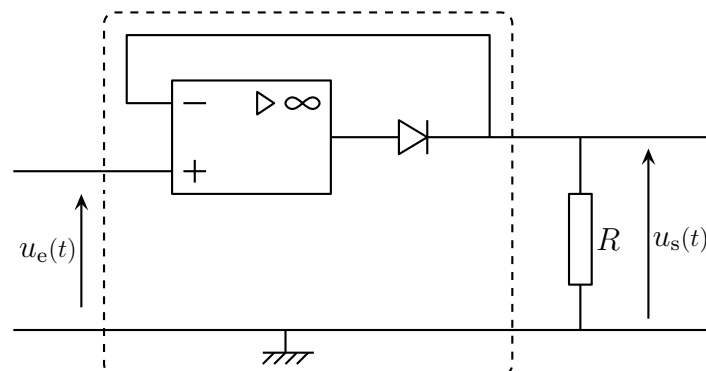


## II.3 – Les versions améliorées

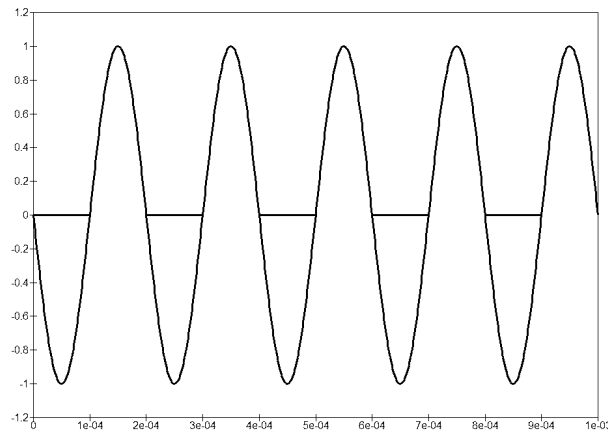
### II.3.i – redresseur simple alternance

#### ★ montage et simulation

- ◇ Considérons le montage ci-dessous.



- ◇ Regardons son fonctionnement simulé.



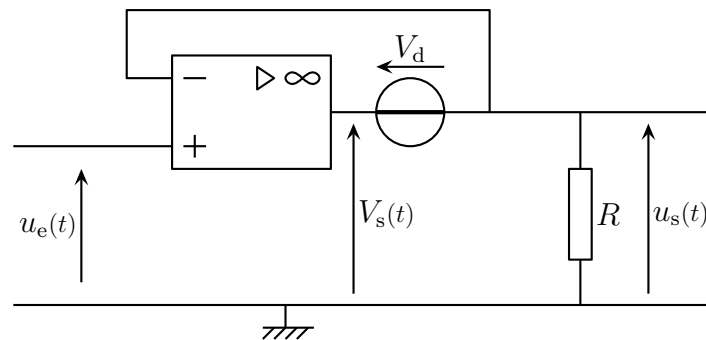
- ◇ Nous pouvons constater qu'il s'agit bien d'un montage redresseur simple alternance.
- ◇ De plus nous pouvons voir que la sortie suit exactement l'entrée : il n'y a plus d'effet de seuil.

### ★ interprétation

- ◇ Nous pouvons constater que lorsque du courant passe à travers le résistor, la diode est obligatoirement passante.
- ◇ Pour la diode, nous prendrons le modèle de la diode idéale à tension de seuil non nul.

### 🕒 diode passante

- ◇ Supposons la diode passante. Dans ces conditions, le circuit est équivalent au schéma ci-dessous.

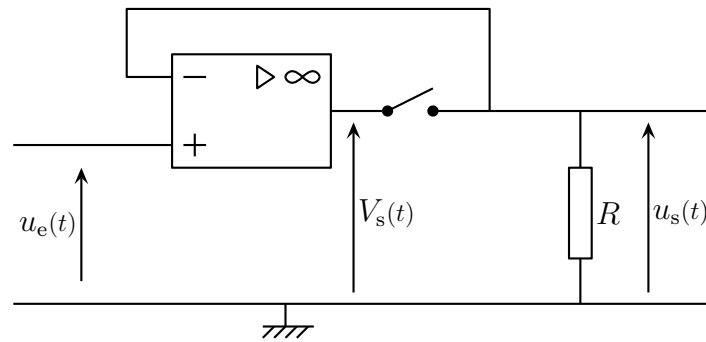


- ◇ Analyse physique : l'AO est rétroaction sur son entrée inverseuse, il est donc en régime linéaire.
- ◇ Analyse technique : il y a deux potentiels inconnus. Nous écrirons donc deux lois : la loi de fonctionnement de l'AO et la loi constitutive de  $V_d$ .
- ◇ La loi constitutive de l'AO donne directement  $u_s(t) = u_e(t)$  : c'est un suiveur.
- ◇ C'est vrai tant que  $i(t) < 0$ , ie. tant que  $u_s(t) > 0$  ou encore tant que  $u_e(t) > 0$ .
- ◇ Finalement, nous avons  $u_s(t) = u_e(t)$  tant que  $u_e(t) > 0$ .
- ◇ Avec la loi constitutive de  $V_d(t)$  nous obtenons  $V_s(t) = u_s(t) + V_d$ .
- 👉 *Remarque* : pour que l'AO ne sature pas, il faut aussi s'assurer que  $u_s(t) + V_d = u_e(t) + V_d \leq V_{\text{sat}}$ . Cela dit avec des tensions d'entrée usuelles (jusqu'à 10 V) il n'y a pas de problèmes.

### 🕒 diode bloquée

- ◇ Supposons la diode bloquée. Dans ces conditions, le circuit est équivalent au schéma ci-dessous.

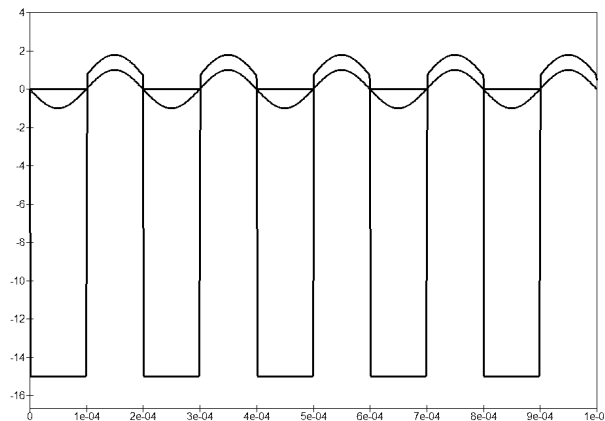




- ◇ Analyse physique : l'AO n'a pas de rétroaction sur son entrée inverseuse, il est donc en régime de saturation linéaire.
- ◇ Analyse technique : il y a deux potentiels inconnus. Nous écrirons donc deux lois : la loi de fonctionnement de l'AO et la loi constitutive de  $R$ .
- ◇ La loi constitutive de  $R$  donne directement  $u_s(t) = 0$ .
- ◇ C'est vrai tant que  $u_d(t) < 0$ . Or l'AO est en régime de saturation, donc  $V_s = \pm V_{\text{sat}}$ . Étant donné qu'il faut  $u_d < 0$  cela implique  $V_s(t) = -V_{\text{sat}}$ .
- ◇ La condition recherchée se transforme donc en « la diode est bloquée tant que l'AO est en saturation basse. »
- ◇ Cette condition devient  $V_+ < V_-$  soit  $u_e(t) < 0$ .
- ◇ Finalement, nous avons  $u_s(t) = 0$  tant que  $u_e(t) < 0$ .

### 🕒 représentation temporelle

- ◇ Ajoutons sur la simulation précédente la tension de sortie de l'AO.



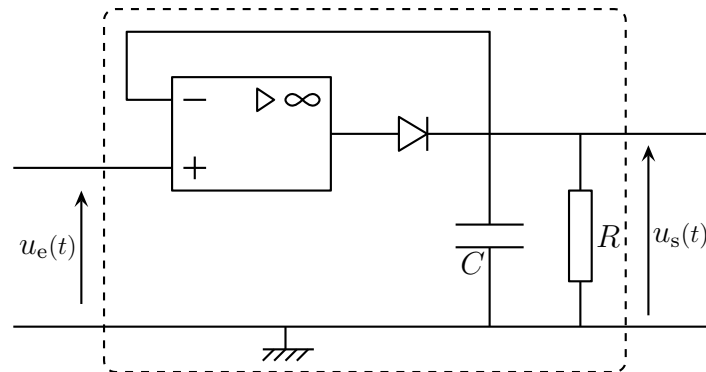
- ◇ Qualitativement, cela s'explique de la manière suivante :
  - lorsque  $u_e(t)$  devient positif, le potentiel de sortie de l'AO va chercher à augmenter jusqu'à l'infini. Or en augmentant, il va permettre à la diode de passer et dès qu'elle passe la tension de sortie est renvoyée à l'entrée par la rétroaction : la sortie ne peut plus devenir infinie
  - lorsque  $u_e(t)$  devient négatif, le potentiel de sortie de l'AO va chercher à diminuer jusqu'à l'infini. Or en diminuant le potentiel à l'entrée de la diode, celle-ci va se bloquer. Le potentiel de sortie va alors diminuer jusqu'à son extrême limite :  $-V_{\text{sat}}$ .

### II.3.ii – détecteur de crêtes

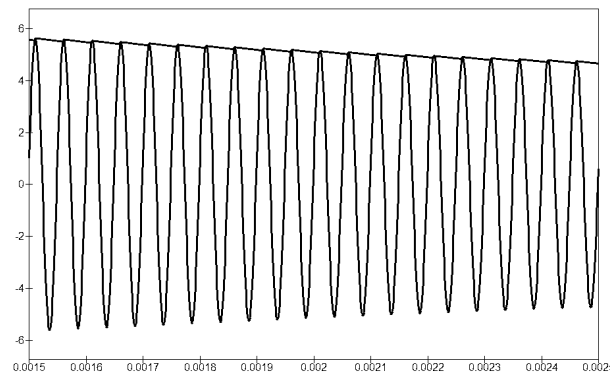
- ◇ Les raisonnements vont être très similaires au montage précédent.

### ★ montage et simulation

◇ Considérons le montage ci-dessous.



◇ Regardons son fonctionnement simulé.



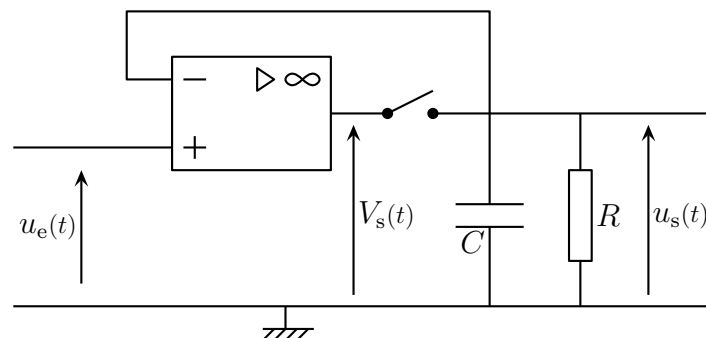
◇ Nous pouvons constater qu'il s'agit bien d'un montage détecteur de crêtes mais sans effet de seuil.

### ★ interprétation

◇ Pour la diode, nous prendrons le modèle de la diode idéale à tension de seuil non nul.

### 🌀 diode bloquée

◇ Supposons la diode bloquée. Dans ces conditions, le circuit est équivalent au schéma ci-dessous.



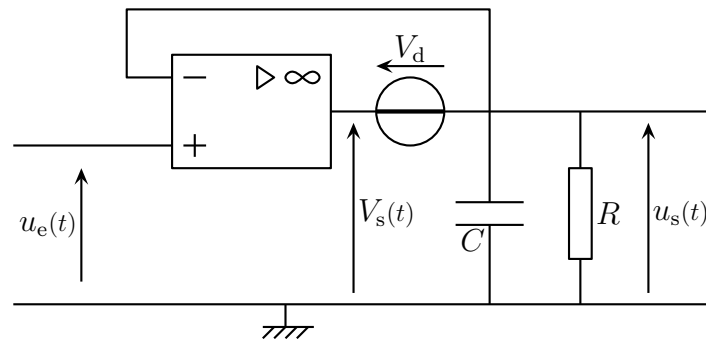
◇ Analyse physique : l'AO n'a pas de rétroaction sur son entrée inverseuse, il est donc en régime de saturation linéaire.

◇ Analyse technique : il y a deux potentiels inconnus. Nous écrirons donc deux lois : la loi de fonctionnement de l'AO et la loi constitutive de  $R$ .

- ◇ À la sortie de l'AO nous pouvons constater qu'il y a un circuit  $R, C$  dont la tension évolue en  $u_s(t) = U_0 e^{-t/\tau}$  avec  $\tau = RC$ .
- ◇ C'est vrai tant que  $u_d(t) < 0$ . Or l'AO est en régime de saturation, donc  $V_s = \pm V_{\text{sat}}$ . Étant donné qu'il faut  $u_d < 0$  cela implique  $V_s(t) = -V_{\text{sat}}$  car la tension  $u_s(t)$  ne peut pas être supérieure à  $V_{\text{sat}}$ .
- ◇ La condition recherchée se transforme donc en « la diode est bloquée tant que l'AO est en saturation basse. »
- ◇ Cette condition devient  $V_+ < V_-$  soit  $u_e(t) < u_s(t)$ .
- ◇ Finalement, nous pouvons dire que  $u_s(t)$  décroît exponentiellement tant que  $u_e(t) < u_s(t)$ .

### 🔗 diode passante

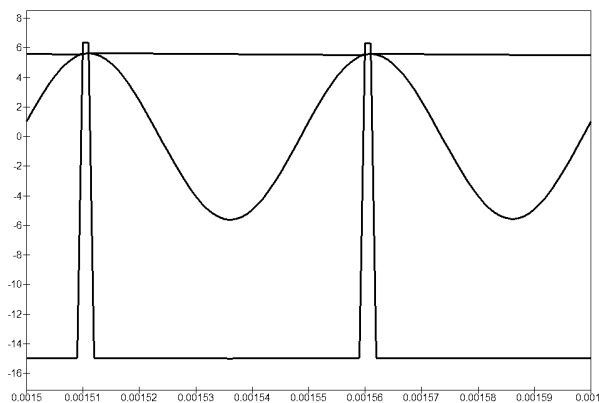
- ◇ Supposons la diode passante. Dans ces conditions, le circuit est équivalent au schéma ci-dessous.



- ◇ Analyse physique : l'AO est rétroaction sur son entrée inverseuse, il est donc en régime linéaire.
- ◇ Analyse technique : il y a deux potentiels inconnus. Nous écrirons donc deux lois : la loi de fonctionnement de l'AO et la loi constitutive de  $V_d$ .
- ◇ La loi constitutive de l'AO donne directement  $u_s(t) = u_e(t)$  : c'est un suiveur.
- ◇ Tout comme pour le montage détecteur de crête, la condition pour laquelle la diode est bien passante est assez difficile à trouver du fait de la présence du condensateur qui n'établit pas de lien direct entre valeur de tension et valeur d'intensité.
- ◇ Nous dirons donc, en nous appuyant sur les simulations, que la diode est passante quand elle n'est pas bloquée, *ie.* pour  $u_e(t) \geq u_s(t)$
- ◇ Avec la loi constitutive de  $V_d(t)$  nous obtenons  $V_s(t) = u_s(t) + V_d$ .

### 🔗 représentation temporelle

- ◇ Ajoutons sur la simulation précédente la tension de sortie de l'AO.



- ◇ Qualitativement, cela s'explique de la même manière que pour le redresseur simple alternance :

- lorsque  $u_e(t)$  cherche à devenir plus grand que  $u_s(t)$ , le potentiel de sortie de l'AO va chercher à augmenter jusqu'à l'infini. Or en augmentant, il va permettre à la diode de passer car à la sortie de la diode le potentiel est en train de décroître à partir d'une valeur déjà inférieure à  $V_{\text{sat}} - V_d$ . Ainsi, dès que la diode est passante la tension de sortie est renvoyée à l'entrée par la rétroaction : la sortie ne peut plus devenir infinie mais suit les évolutions de  $u_e(t)$  chargeant ainsi le condensateur.
- lorsque  $u_e(t)$  devient inférieur à  $u_s(t)$ , le potentiel de sortie de l'AO va chercher à diminuer jusqu'à l'infini. Or en diminuant le potentiel à l'entrée de la diode, celle-ci va se bloquer. Le circuit  $R,C$  en sortie est donc laissé à lui-même et évolue en décroissant exponentiellement.

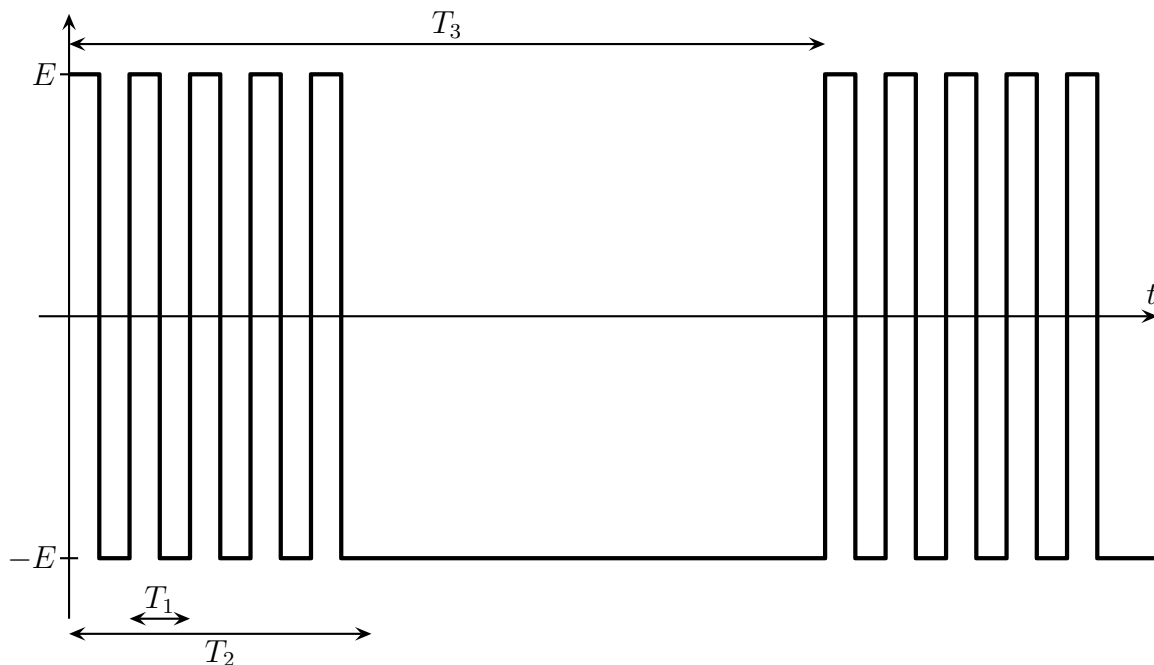
## III – Générateur d'impulsions

- ◇ Dans cette partie, nous allons étudier un montage complexe avec des AO en régime non linéaire.
- ◇ C'est une sorte de TD-cours, *ie.* aucun montage n'est à connaître, encore moins les résultats. Tout est dans la démarche.

### III.1 – Présentation

#### III.1.i – objectif

- ◇ Le but est de réaliser un montage délivrant des impulsions par salves et ce de manière périodique.
- ◇ Cela revient à dire que la tension de sortie évolue de la manière suivante.



- ◇ Nous pouvons voir trois durées caractéristiques dans cette évolution :
  - $T_1$  : la durée d'une impulsion
  - $T_2$  : la durée d'une salve
  - $T_3$  : la période des salves
- ◇ Étant donné qu'il y a trois durées caractéristiques, nous allons associer trois montages différents.

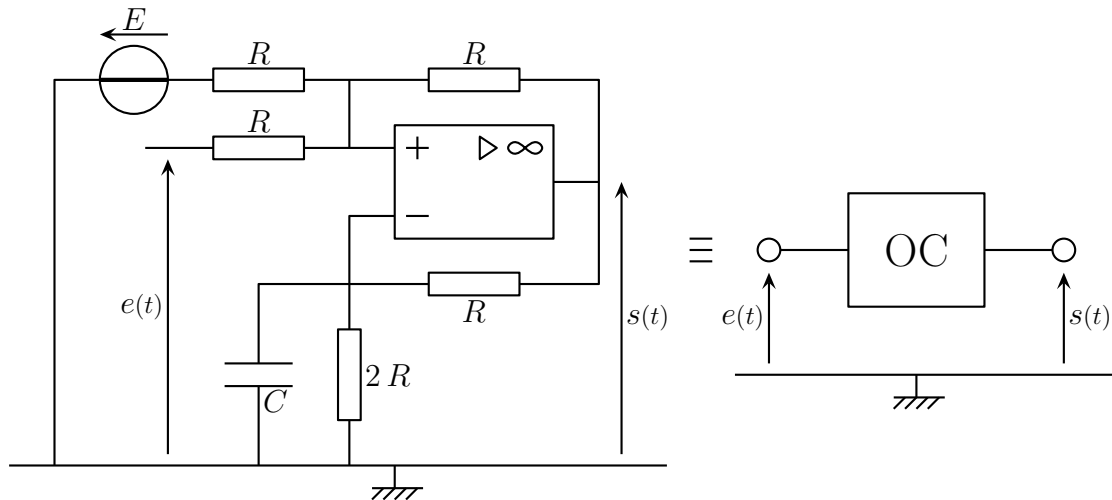
### III.1.ii – hypothèses et notations

- ◇ Dans tous les montages qui suivent, nous supposons que les AO sont en régime non linéaires.
- ◇ De plus, afin d'alléger les notations, nous noterons  $E$  la tension de saturation.

## III.2 – Oscillateur commandé

### III.2.i – montage et principe

- ◇ Considérons le montage ci-dessous.



- ◇ Nous allons montrer que ce montage est tel que :
  - lorsque  $e(t) = -E$  alors  $s(t) = -E$
  - lorsque  $e(t) = +E$  alors  $s(t)$  oscille entre  $+E$  et  $-E$  avec une certaine période  $T$  à déterminer.
- ◇ En d'autres termes, le montage est bien un oscillateur commandé par une tension qui, telle un interrupteur, ne peut prendre que deux valeurs : il oscille pour l'une de ces deux valeurs et n'oscille pas pour l'autre.

### III.2.ii – premier régime $e(t) = -E$

- ◇ Posons  $e(t) = -E$  et cherchons le régime permanent.
- ◇ Analyse physique : l'entrée  $e(t)$  étant constante, nous allons chercher une sortie constante.
- ◇ Analyse technique :
  - c'est un AO et nous cherchons une tension donc approche nodale
  - le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert en régime permanent continu
  - il reste trois potentiels inconnus, nous écrirons donc trois lois : deux lois des nœuds en terme de potentiel et la loi de fonctionnement de l'AO

#### ★ lois communes

- ◇ La loi des nœuds en  $V_+$  donne, compte-tenu du fait que  $e(t) = -E$  :

$$\frac{-E - V_+}{R} + \frac{-E - V_+}{R} + \frac{s(t) - V_+}{R} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad -2E - 3V_+ + s(t) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad V_+ = -\frac{2}{3}E + \frac{1}{3}s(t)$$

- ◇ La loi des nœuds en  $V_-$  donne, compte-tenu du fait qu'aucun courant ne traverse le condensateur :

$$0 + \frac{0 - V_-}{2R} + \frac{s(t) - V_-}{R} = 0 \rightsquigarrow -3V_- + 2s(t) = 0 \rightsquigarrow V_- = \frac{2}{3}s(t)$$

◇ Comme nous savons que  $\varepsilon$  va jouer un rôle important, cherchons son expression :

$$\varepsilon = V_+ - V_- = -\frac{2}{3}E + \frac{1}{3}s(t) - \frac{2}{3}s(t) \rightsquigarrow \varepsilon = -\frac{2}{3}E - \frac{1}{3}s(t)$$

### ★ saturation haute

◇ Supposons que  $s(t) = +E$ . Cela reste vrai tant que  $\varepsilon > 0$ , *ie.* tant que :

$$\varepsilon = -\frac{2}{3}E - \frac{1}{3}s(t) > 0 \rightsquigarrow -\frac{2}{3}E - \frac{1}{3}E > 0 \rightsquigarrow -E > 0$$

◇ Nous tombons sur une contradiction. Nous pouvons donc dire que les hypothèses faites sont fausses ce qui revient à dire que l'AO ne peut pas être continuellement en saturation haute quand  $e(t) = -E$ .

### ★ saturation basse

◇ Supposons que  $s(t) = -E$ . Cela reste vrai tant que  $\varepsilon < 0$ , *ie.* tant que :

$$\varepsilon = -\frac{2}{3}E - \frac{1}{3}s(t) > 0 \rightsquigarrow -\frac{2}{3}E + \frac{1}{3}E < 0 \rightsquigarrow -\frac{1}{3}E < 0$$

◇ Cette dernière relation est toujours vraie. Cela signifie que si l'AO à un moment est en saturation basse lorsque  $e(t) = -E$ , alors il y restera définitivement.

### ★ conclusion

◇ Nous savons que :

- l'AO est en saturation haute ou basse
- lorsque  $e(t) = -E$ , l'AO ne peut pas rester indéfiniment en saturation haute
- lorsque  $e(t) = -E$ , si l'AO est en saturation basse, il y a reste

◇ Conclusion : lorsque  $e(t) = -E$ , au bout d'une certaine durée que nous pouvons évaluer à  $RC$ , la tension de sortie vaut tout le temps  $-E$ . La sortie n'oscille pas, l'oscillateur est bloqué.

## III.2.iii – deuxième régime $e(t) = +E$

◇ Pour ce régime nous allons :

- montrer qu'il ne peut pas y avoir de régime permanent continu
- chercher l'équation différentielle vérifiée par  $V_-(t)$ , tension contrôlant la sortie  $s(t)$
- chercher la solution de cette équation différentielle en régime permanent variable

### ★ il n'y a pas d'états stables

◇ Comme pour ci-dessus, supposons que le montage est en régime permanent et, en particulier, que le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.

◇ Cherchons l'expression de  $\varepsilon$  à partir de loi des nœuds en terme de potentiels :

$$\begin{cases} \frac{E - V_+}{R} + \frac{-E - V_+}{R} + \frac{s(t) - V_+}{R} = 0 \\ 0 + \frac{0 - V_-}{2R} + \frac{s(t) - V_-}{R} = 0 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} V_+ = \frac{s(t)}{3} \\ V_- = \frac{2}{3}s(t) = 0 \end{cases} \rightsquigarrow \varepsilon = -\frac{1}{3}s(t)$$

◇ Nous constatons alors que  $\varepsilon$  et  $s(t)$  sont de signes opposés, ce qui est contradictoire avec les deux conditions connues :

- $\varepsilon > 0$  si et seulement si  $s(t) = +E > 0$
- $\varepsilon < 0$  si et seulement si  $s(t) = -E < 0$

◇ Conclusion : lorsque  $e(t) = +E$ , la sortie ne peut pas valoir constamment  $-E$  ou  $+E$ .

◇ Or nous savons que la sortie vaut  $-E$  ou  $+E$ . La seule possibilité c'est que la sortie *oscille* entre ces deux valeurs.

### ★ équation différentielle vérifiée par $V_-(t)$

◇  $s(t)$  oscille, mais pourquoi ?  $s(t)$  est la sortie d'un AO c'est donc une tension *commandée* par l'entrée  $\varepsilon$ . Si  $s(t)$  change c'est que  $\varepsilon(t)$  change. Or, comme nous pouvons aisément le voir,  $V_+ = C^{te}$  tant que  $s(t) = C^{te}$ .

◇ L'origine des oscillations de  $s(t)$  ne peut donc être que les variations de  $V_-$ . C'est pourquoi nous allons chercher à quelle équation différentielle obéit  $V_-(t)$ . Pour ce faire, nous allons utiliser la notation complexe.

◇ Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels en  $V_-$  en complexe :

$$\frac{0 - \underline{V}_-(t)}{\frac{1}{jC\omega}} + \frac{0 - \underline{V}_-(t)}{2R} + \frac{\underline{s}(t) - \underline{V}_-(t)}{R} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad 2RCj\omega \underline{V}_-(t) + 3\underline{V}_-(t) = 2\underline{s}(t)$$

◇ En repassant en notation réelle et en mettant sous la forme canonique, cela donne :

$$2RC \frac{dV_-(t)}{dt} + 3V_-(t) = 2s(t) \quad \rightsquigarrow \quad \frac{dV_-(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} V_-(t) = \frac{s(t)}{RC} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{2}{3} RC$$

### ★ solution quand l'AO est en saturation haute

#### 🕒 équation différentielle et début de solution

◇ Comme l'AO est en saturation haute,  $s(t) = +E$  donc, en réécrivant l'équation différentielle, nous pouvons trouver la forme générale des solutions

$$\frac{dV_-(t)}{dt} + \frac{3}{2RC} V_-(t) = \frac{E}{RC} \quad \rightsquigarrow \quad V_-(t) = \lambda e^{-t/\tau} + \frac{2}{3} E$$

#### 🕒 conditions initiales et fin de solution

◇ Étant donné que l'AO est en saturation haute et que nous savons qu'il ne cesse de basculer de saturation haute en saturation basse, il paraît naturel de choisir l'instant initial tel que  $s(0^-) = -E$  et  $s(0^+) = +E$ .

◇ Pourquoi l'AO a-t-il basculé de  $-E$  à  $+E$  ? La seule possibilité c'est que juste avant le basculement  $\varepsilon$  était négatif et qu'il a cherché à être positif, il était donc nul à  $t = 0^-$ .

Juste avant de basculer d'une saturation à une autre, la tension d'entrée  $\varepsilon$  d'un AO est nulle.

◇ Or à  $t = 0^-$ ,  $s(0^-) = -E$  et comme  $V_+(t) = \frac{s(t)}{3}$  cela donne  $V_+(0^-) = -\frac{E}{3}$ .

◇ Ainsi, à  $t = 0^-$ , nous avons  $V_+(0^-) = -\frac{E}{3}$ ,  $\varepsilon(0^-) = 0$  et donc  $V_-(0^-) = -\frac{E}{3}$ .

- ◇ Enfin, comme  $V_-(t)$  est la tension aux bornes d'un condensateur, c'est une fonction mathématiquement continue du temps, donc nous avons  $V_-(0^+) = -\frac{E}{3}$ .
- ◇ Avec cela, nous pouvons déterminer la constante d'intégration  $\lambda$  de la solution et cela donne :

$$V_-(t) = -E e^{-t/\tau} + \frac{2}{3} E$$

### ★ solution quand l'AO est en saturation basse

- ◇ Étudions le cas où l'AO est en saturation basse et redéfinissons l'instant initial comme l'instant où l'AO bascule de  $+E$  à  $-E$ .

### 🕒 équation différentielle et début de solution

- ◇ Comme l'AO est en saturation haute,  $s(t) = +E$  donc, en réécrivant l'équation différentielle, nous pouvons trouver la forme générale des solutions

$$\frac{dV_-(t)}{dt} + \frac{3}{2RC} V_-(t) = -\frac{E}{RC} \quad \rightsquigarrow \quad V_-(t) = \mu e^{-t/\tau} - \frac{2}{3} E$$

### 🕒 conditions initiales et fin de solution

- ◇ Pour les mêmes raisons que précédemment, à savoir que juste avant le basculement  $\varepsilon$  doit être nul, nous pouvons regrouper les différentes valeurs de tensions dans le tableau suivant (rempli dans l'ordre des numéros) :

instant	$V_+(t) = \frac{s(t)}{3}$	$\varepsilon(t)$	$V_-(t)$
$t = 0^-$	$\frac{E}{3}$ (①)	0 (③)	$\frac{E}{3}$ (④)
$t = 0^+$	$-\frac{E}{3}$ (②)	$-\frac{2E}{3}$ (⑥)	$\frac{E}{3}$ (⑤)

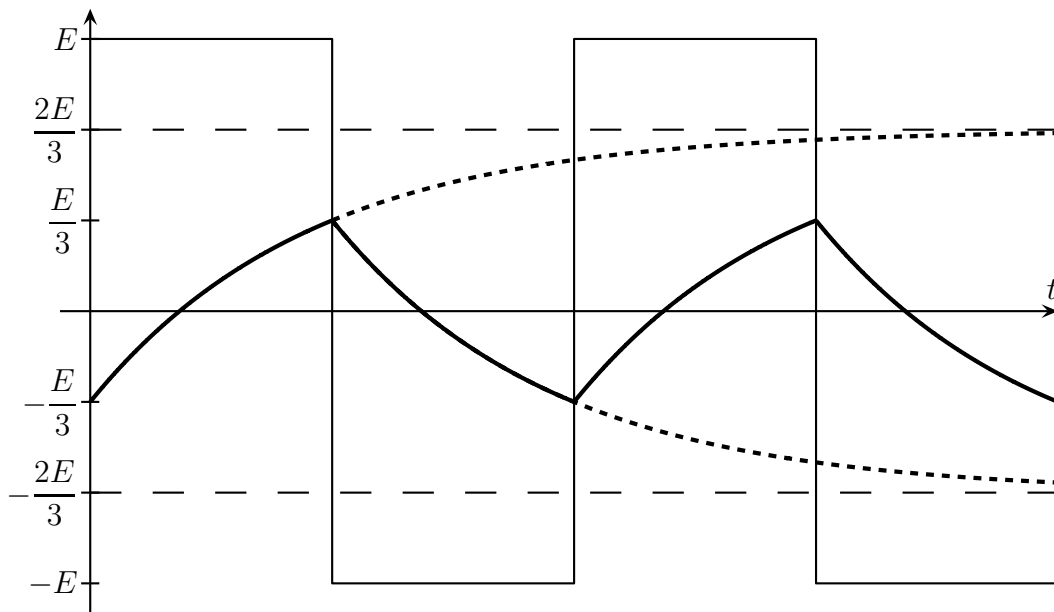
- ◇ Grâce à cette condition initiale, nous pouvons déterminer la constante d'intégration  $\mu$ , ce qui donne :

$$V_-(t) = E e^{-t/\tau} - \frac{2}{3} E$$

### III.2.iv – tracés

- ◇ Traçons l'évolution de  $V_-(t)$  et  $s(t)$  sur un même graphique.





◇ Sur ce graphique, nous avons fait apparaître les asymptotes pour les évolutions de  $V_-(t)$  ainsi que les valeurs limites qui déclenchent le basculement.

### III.2.v – période

◇ D'après le graphique, nous voyons que la période n'est autre que la somme de la durée  $t_1$  pendant laquelle l'AO est en saturation haute et de la durée  $t_2$  pendant laquelle l'AO est en saturation basse.

◇ Pour déterminer l'instant  $t_1$ , nous devons reprendre l'expression de  $V_-(t)$  trouvée pour la saturation haute et trouver l'instant tel que  $V_-(t_1) = \frac{E}{3}$ . Cela donne :

$$-E e^{-t_1/\tau} + \frac{2}{3} E = \frac{E}{3} \quad \rightsquigarrow \quad e^{-t_1/\tau} = \frac{1}{3} \quad \rightsquigarrow \quad t_1 = \tau \ln 3$$

◇ De même pour déterminer l'instant  $t_2$ , nous devons reprendre l'expression de  $V_-(t)$  trouvée pour la saturation basse et trouver l'instant tel que  $V_-(t_2) = -\frac{E}{3}$ . Cela donne :

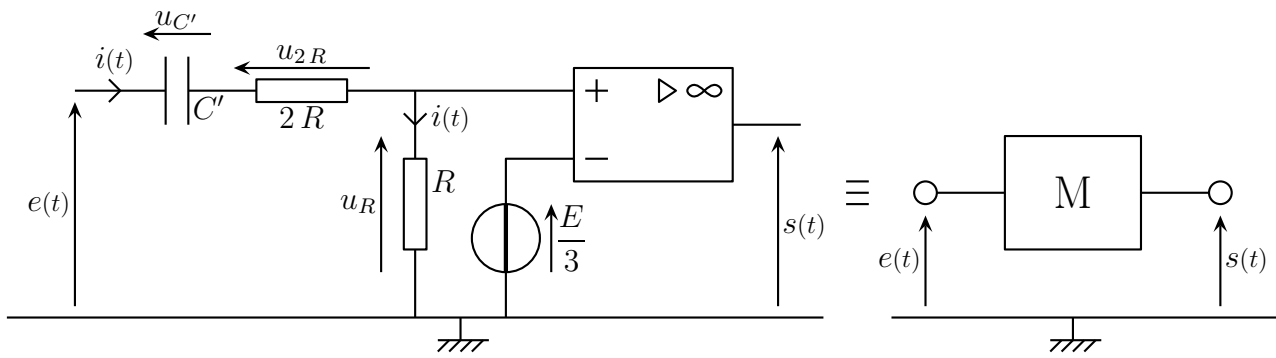
$$E e^{-t_2/\tau} - \frac{2}{3} E = -\frac{E}{3} \quad \rightsquigarrow \quad e^{-t_2/\tau} = \frac{1}{3} \quad \rightsquigarrow \quad t_2 = \tau \ln 3$$

◇ Finalement, la période recherchée vaut  $T = 2 t_1 = 2 \tau \ln 3 = \frac{4}{3} RC \ln 3$ .

## III.3 – Monostable

### III.3.i – montage et principe

◇ Considérons le montage ci-dessous.



- ◇ Nous allons montrer que ce montage est un monostable, *ie.* est tel que :
- $s(t) = -E$  est un état stable : l'AO reste naturellement en saturation basse
  - $s(t) = +E$  est un état instable : l'AO, au bout d'une certaine durée de latence, repasse en saturation basse
  - il est possible de provoquer le passage de saturation basse (stable) en saturation haute (instable) en faisant passer  $e(t)$  de  $-E$  à  $+E$ .

### III.3.ii – état stable

- ◇ Cherchons s'il existe une solution permanente continu.
- ◇ Supposons le régime permanent continu atteint. Le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.
- ◇ Dans ces conditions  $i(t) = 0$ , donc  $u_R(t) = 0$  puis  $V_+ = 0$ .
- ◇ Sachant que  $V_- = \frac{E}{3}$ , cela implique  $\varepsilon < 0$  et donc  $s(t) = -E$ .
- ◇ Conclusion : il existe bien un état permanent continu qui est la saturation basse.

### III.3.iii – régime variable

- ◇ Cherchons maintenant ce qu'il se passe en régime variable, *ie.* lorsque  $e(t)$  varie en basculant périodiquement entre  $-E$  et  $+E$  en supposant qu'avant chaque basculement, le régime permanent soit atteint.
- ◇ Comme  $V_- = \frac{E}{3} = C^{te}$ , cherchons comment évolue  $V_+(t)$ .

#### ★ équation différentielle vérifiée par $V_+(t)$ et début de solution

- ◇ Utilisons la notation complexe et écrivons la loi des nœuds en terme de potentiels à l'entrée non inverseuse.

$$\frac{0 - \underline{V_+(t)}}{R} + \frac{\underline{e(t)} - \underline{V_+(t)}}{2R + \frac{1}{jC'\omega}} - 0 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{jC'\omega}{1 + 2jRC'\omega} (\underline{e(t)} - \underline{V_+(t)}) - \frac{\underline{V_+(t)}}{R} = 0$$

$$\rightsquigarrow \quad jRC'\omega \underline{e(t)} = \underline{V_+(t)} + 3jRC'\omega \underline{V_+(t)}$$

- ◇ En notation réelle et sous forme canonique, cela donne, en n'oubliant pas que, comme  $e(t)$  est une tension créneau, sa dérivée est toujours nulle :

$$RC' \frac{d^2 e(t)}{dt^2} = RC' \frac{dV_+(t)}{dt} + 3RC' V_+(t) \quad \rightsquigarrow \quad \frac{dV_+(t)}{dt} + \frac{1}{\tau'} V_+(t) = 0 \quad \text{avec} \quad \tau' = 3RC'$$

- ◇ Nous savons alors que quel que soit  $e(t)$  la solution s'écrit  $V_+(t) = \lambda e^{-t/\tau'}$

★ **condition initiale et fin de solution**

- ◇ Nous savons que la condition initiale viendra, *in fine* de la continuité de la tension aux bornes du condensateur. Toutefois nous pouvons remarquer que la tension intéressante  $V_+(t)$  n'est **pas** la tension aux bornes du condensateur mais au bornes d'un résistor. Il va donc falloir chercher le courant et, donc, établir une relation entre courant et tension. Quoi de mieux qu'une bonne loi des mailles ?
- ◇ D'après la loi des mailles, nous avons toujours  $Ri(t) + 2Ri(t) + u_{C'}(t) = e(t)$  ce qui donne :

$$i(t) = \frac{e(t) - u_{C'}(t)}{3R} \quad \rightsquigarrow \quad V_+(t) = Ri(t) = \frac{e(t) - u_{C'}(t)}{3}$$

🕒 **basculement de  $-E$  à  $+E$**

- ◇ Regroupons les résultats dans un tableau rempli dans l'ordre indiqué.

instant	$e(t)$	$i(t)$	$u_{C'}(t)$	$V_+(t)$
$t = 0^-$	$-E$ (①)	$0$ (②)	$-E$ (④)	$0$ (③)
$t = 0^+$	$+E$ (⑤)	$\frac{2}{3} \frac{E}{R}$ (⑧)	$-E$ (⑥)	$\frac{2}{3} E$ (⑦)

- ◇ Nous avons ainsi, après le basculement de  $e(t)$  de  $-E$  à  $+E$  :  $V_+(t) = \frac{2}{3} E e^{-t/\tau'}$ .

🕒 **basculement de  $+E$  à  $-E$**

- ◇ Procédons de même lors du basculement de  $+E$  à  $-E$ .

instant	$e(t)$	$i(t)$	$u_{C'}(t)$	$V_+(t)$
$t = 0^-$	$+E$ (①)	$0$ (②)	$+E$ (④)	$0$ (③)
$t = 0^+$	$-E$ (⑤)	$-\frac{2}{3} \frac{E}{R}$ (⑧)	$+E$ (⑥)	$-\frac{2}{3} E$ (⑦)

- ◇ Nous avons ainsi, après le basculement de  $e(t)$  de  $+E$  à  $-E$  :  $V_+(t) = -\frac{2}{3} E e^{-t/\tau'}$ .

★ **et  $s(t)$  dans tout ça ?**

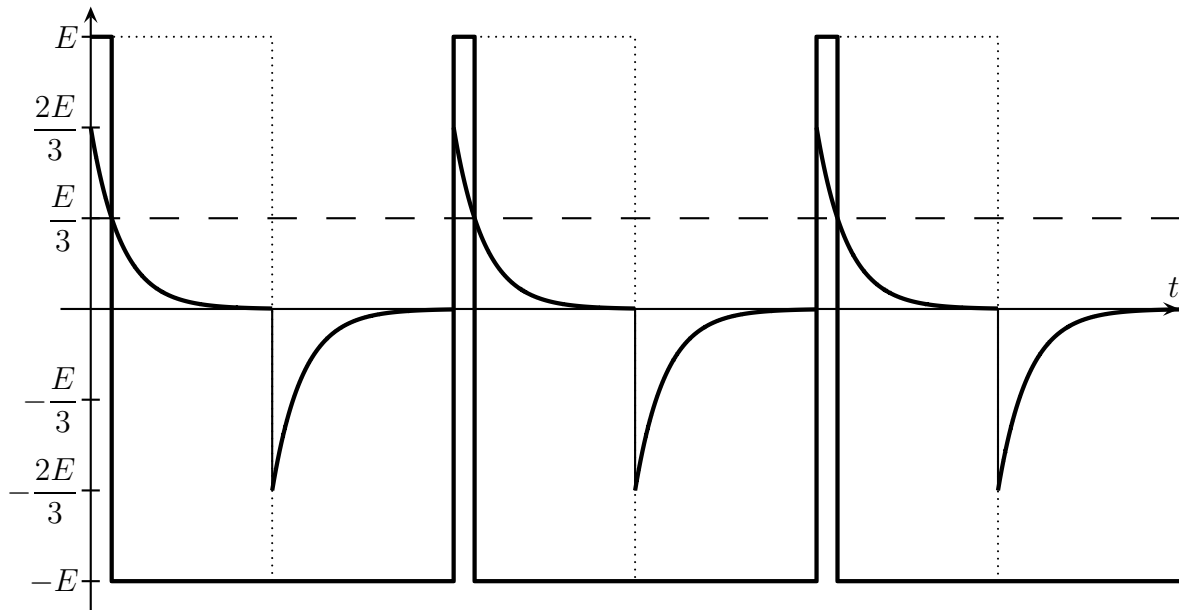
- ◇ Étant donné que  $V_- = \frac{E}{3} = C^{te}$  :

- l'AO est en saturation haute quand  $V_+ > \frac{E}{3}$
- l'AO est en saturation basse quand  $V_+ < \frac{E}{3}$

- ◇ Nous pouvons alors constater que l'AO est un peu en saturation haute lorsque  $e(t) = +E$  mais est toujours en saturation basse lorsque  $e(t) = -E$ .

### III.3.iv – tracé

◇ Sur le tracé ci-dessous, nous avons représenté la tension de sortie  $s(t)$  ainsi que  $V_+(t)$  en traits épais alors que  $e(t)$  a été représenté en pointillés.



### III.3.v – durée de latence

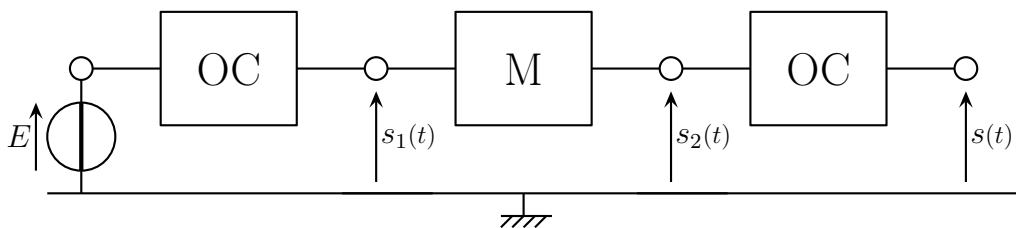
◇ La durée de latence  $T$  est telle que  $V_+(T) = \frac{E}{3}$ , ce qui conduit à :

$$\frac{2}{3} E e^{-T/\tau'} = \frac{E}{3} \quad \rightsquigarrow \quad e^{-T/\tau'} = \frac{1}{2} \quad \rightsquigarrow \quad T = \tau' \ln 2$$

## III.4 – Tous ensembles

### III.4.i – association

◇ Associons maintenant trois montage de la manière suivante.

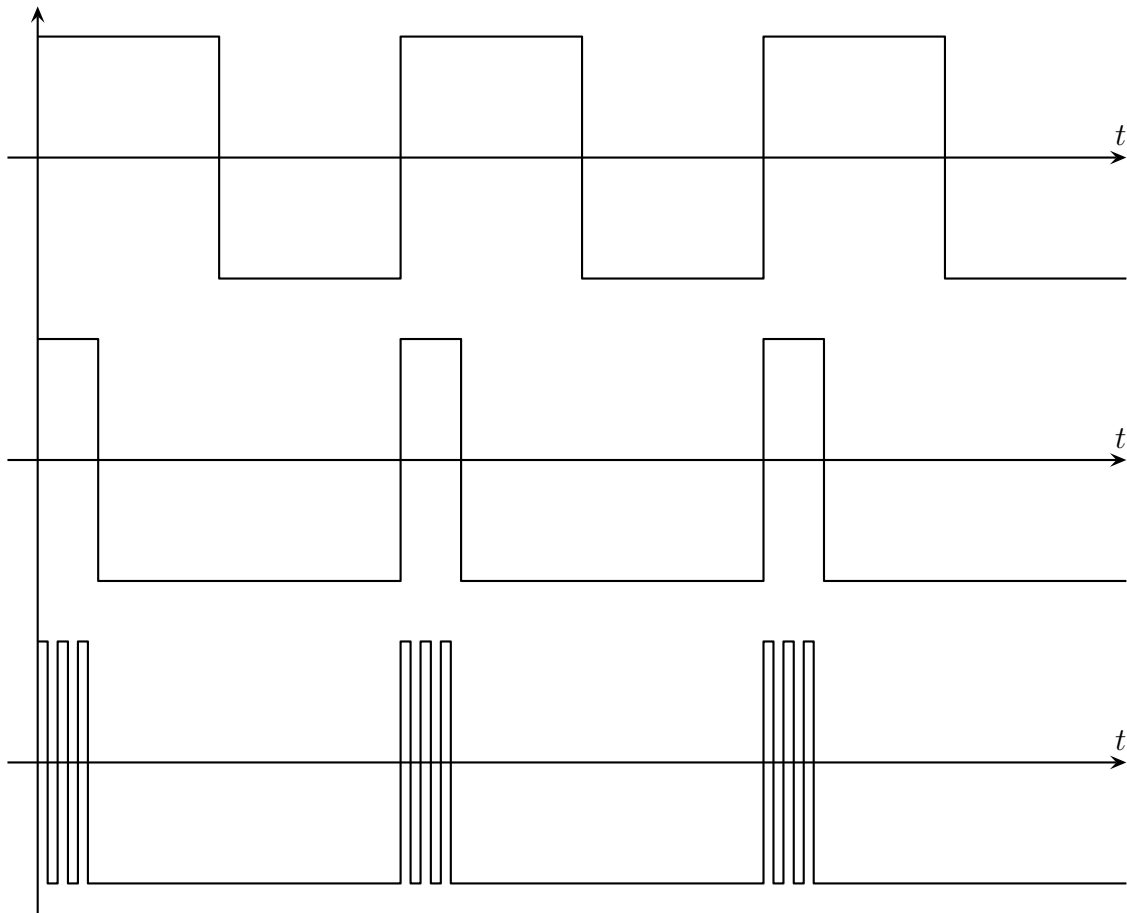


◇ Chaque module a son rôle :

- le premier oscillateur commandé oscille tout le temps avec la période  $T_3$  de manière à fixer la période des salves
- le monostable est mis en route avec une période  $T_3$  par l'oscillateur commandé précédent et dure pendant une certaine durée  $T_2$ , la durée d'une salve, de manière à mettre en route les impulsions
- le deuxième oscillateur commandé est celui qui fixe la durée d'une impulsion et il fonctionne pendant la durée d'une salve.

**III.4.ii – chronogrammes**

◇ Il ne reste plus qu'à représenter les trois tensions sous forme d'un chronogramme.



# Circuits non linéaires

## Au niveau du cours

### ★ Les définitions

- ◇ Sont à savoir :
  - composant non linéaire, diode, régime de saturation
  - tension de seuil
  - redresseur, détecteur de crête

### ★ Les grandeurs

- ◇ Connaître la valeur typique de la tension de seuil d'une diode.

### ★ Les lois

- ◇ Connaître :
  - les différents modèles électrocinétique de la diode
  - la loi de fonctionnement de la diode modélisée
  - la loi de fonctionnement de l'AO en régime de saturation

### ★ la phénoménologie

- ◇ Connaître :
  - le fonctionnement qualitatif d'une diode
  - les effets en terme de fréquence des filtres
  - les effets que peuvent avoir au niveau de la réponse en phase et du gain en dB chaque ordre de filtre
  - savoir interpréter les montage redresseurs et détecteurs de crête

### ★ les exemples fondamentaux

- ◇ Connaître :
  - les montages redresseurs simple et double alternance avec effet de seuil
  - le montage détecteur de crêtes avec effet de seuil

## Au niveau de l'analyse

### ★ Analyse physique

- ◇ Il faut savoir repérer si un circuit est non linéaire ou pas.

## Au niveau des savoir-faire

### ★ petits gestes

- ◇ Il faut savoir utiliser la méthode d'étude des circuits non linéaires (« Je suppose que, donc je sais que, et je vérifie que »).

★ **exercices classiques**

◇ Savoir refaire :

- les montages redressement simple alternance avec et sans seuil
- les montages détecteur de crêtes avec et sans seuil

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Avec une diode</b>	<b>1</b>
I.1	Diode de redressement . . . . .	1
I.1.i	présentation . . . . .	1
I.1.ii	phénoménologie . . . . .	1
I.1.iii	plusieurs modélisations . . . . .	2
I.2	Comment étudier un circuit non linéaire? . . . . .	3
I.2.i	tout va bien! . . . . .	4
I.2.ii	méthode analytique . . . . .	4
	principe de base . . . . .	4
	application à la diode . . . . .	5
I.2.iii	méthode graphique . . . . .	5
	point de fonctionnement . . . . .	6
	association série de dipôles . . . . .	7
	association parallèle de dipôles . . . . .	7
I.3	Redressement . . . . .	8
I.3.i	intérêt du redressement . . . . .	8
I.3.ii	simple alternance . . . . .	9
	montage et simulation . . . . .	9
	interprétation . . . . .	10
	interprétation graphique . . . . .	11
I.3.iii	double alternance . . . . .	12
	montage et simulation . . . . .	12
	interprétation . . . . .	13
I.4	Détecteur de crêtes, version simple . . . . .	14
I.4.i	rôle du détecteur . . . . .	14
I.4.ii	montage et visualiation . . . . .	15
I.4.iii	fonctionnement détaillé . . . . .	15
	deux états possibles pour la diode . . . . .	15
	bien ajuster la constante de temps . . . . .	16
	inconvénients . . . . .	17
<b>II</b>	<b>Avec un amplificateur opérationnel</b>	<b>17</b>
II.1	Régime de saturation . . . . .	17
II.1.i	description . . . . .	17
	rappels . . . . .	17
	phénoménologie . . . . .	18
II.1.ii	étudier un AO en régime de saturation . . . . .	18
II.2	Comparateurs . . . . .	18
II.2.i	comparateur simple . . . . .	18
	montage et analyse . . . . .	18
	fonctionnement . . . . .	19
	graphiquement . . . . .	19
II.2.ii	comparateur à hystérésis . . . . .	20
	montage et analyse . . . . .	20
	fonctionnement . . . . .	20
	graphiquement . . . . .	21
II.3	Les versions améliorées . . . . .	22
II.3.i	redresseur simple alternance . . . . .	22



	montage et simulation . . . . .	22
	interprétation . . . . .	23
II·3·ii	détecteur de crêtes . . . . .	24
	montage et simulation . . . . .	25
	interprétation . . . . .	25
<b>III</b>	<b>Générateur d'impulsions</b>	<b>27</b>
III·1	Présentation . . . . .	27
III·1·i	objectif . . . . .	27
III·1·ii	hypothèses et notations . . . . .	28
III·2	Oscillateur commandé . . . . .	28
III·2·i	montage et principe . . . . .	28
III·2·ii	premier régime $e(t) = -E$ . . . . .	28
	lois communes . . . . .	28
	saturation haute . . . . .	29
	saturation basse . . . . .	29
	conclusion . . . . .	29
III·2·iii	deuxième régime $e(t) = +E$ . . . . .	29
	il n'y a pas d'états stables . . . . .	29
	équation différentielle vérifiée par $V_-(t)$ . . . . .	30
	solution quand l'AO est en saturation haute . . . . .	30
	solution quand l'AO est en saturation basse . . . . .	31
III·2·iv	tracés . . . . .	31
III·2·v	période . . . . .	32
III·3	Monostable . . . . .	32
III·3·i	montage et principe . . . . .	32
III·3·ii	état stable . . . . .	33
III·3·iii	régime variable . . . . .	33
	équation différentielle vérifiée par $V_+(t)$ et début de solution . . . . .	33
	condition initiale et fin de solution . . . . .	34
	et $s(t)$ dans tout ça? . . . . .	34
III·3·iv	tracé . . . . .	35
III·3·v	durée de latence . . . . .	35
III·4	Tous ensembles . . . . .	35
III·4·i	association . . . . .	35
III·4·ii	chronogrammes . . . . .	36