Filtres

I – Analyse fréquentielle

LOI

Tout signal périodique de période T peut s'écrire sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales de pulsations multiples de la pulsation $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$:

$$u(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cos(n\,\omega\,t + \varphi_n)$$

Cette écriture est appelée *décomposition en série de* FOURIER.

DÉF

Pour un signal de période T :

- la sinusoïde correspondant à la pulsation $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ est appelée le *fondamental*
- les sinusoïdes correspondant aux pulsations $\omega = n\,\dfrac{2\pi}{T}$ avec $n \neq 1$ sont appelées les *harmoniques*

LOI

La représentation d'un signal périodique en somme de $c_n \cos(n\,\omega\,t)$ est plus physique car chaque c_n représente l'amplitude de l'harmonique n.

DÉF

Le *spectre* d'un signal est la représentation de l'amplitude de chacune de ses composantes sinusoïdales en fonction de la pulsation.

LOI

Un signal triangulaire symétrique ne comporte que des harmoniques impaires décroissant en $\dfrac{1}{n^2}$.

LOI

Un signal rectangulaire symétrique ne comporte que des harmoniques impaires décroissant en $\dfrac{1}{n}$.

LOI

Les discontinuités d'un signal engendre des harmoniques d'ordre élevé.

LOI

La décomposition en série de FOURIER est unique : à un signal correspond une et une seule décomposition.

LOI

Dans un circuit linéaire chaque composante du spectre peut être traitée indépendamment des autres.

DÉF

Un *filtre* en électrocinétique permet de modifier une grandeur, dite *entrée*, en une autre grandeur, dite *sortie*.

DÉF

La *fonction de transfert* d'un filtre est la fonction qui permet de déterminer la grandeur de sortie connaissant la grandeur d'entrée.

LOI

Un filtre s'étudie toujours en régime sinusoïdal forcé.

DÉF

Un filtre amplificateur de tension est caractérisé par le *gain en tension* défini par

$$\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega) = \frac{\underline{U}_{\mathrm{s,m}}}{\underline{U}_{\mathrm{e,m}}}.$$

LOI

La fonction de transfert permet de déterminer l'amplitude et le déphasage de chaque composante sinusoïdale du signal de sortie.

LOI

En termes fréquentiels, intégrer revient à multiplier par $\dfrac{1}{\mathrm{j}\,\omega}$.

DÉF

Un filtre est dit *pseudo-intégrateur* lorsque sa fonction de transfert vaut $H(\mathrm{j}\,\omega) = \dfrac{H_0}{\mathrm{j}\,\omega}$ sur une plage limitée de pulsations.

LOI

En termes fréquentiels, dériver revient à multiplier par $\mathrm{j}\,\omega$.

DÉF

Un filtre est dit *pseudo-dérivateur* lorsque sa fonction de transfert vaut $H(\mathrm{j}\,\omega) = H_0\,\mathrm{j}\,\omega$ sur une plage limitée de pulsations.

II – Représentation graphique de la fonction de transfert

DÉF Le *gain* d'une fonction de transfert s'écrit :

$$G = |\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega)|$$

DÉF Le *gain en décibels* d'une fonction de transfert s'écrit :

$$G_{\mathrm{dB}} = 20\,\log(|\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega)|)$$

LOI Un gain de 20 dB correspond à une amplification d'un facteur 10.
Un gain de 40 dB correspond à une amplification d'un facteur 100.

LOI Un gain de -20 dB correspond à une atténuation d'un facteur 10.
Un gain de -40 dB correspond à une atténuation d'un facteur 100.

LOI Un gain en décibel positif correspond à une amplification.
Un gain en décibel négatif correspond à une atténuation.

LOI Un gain positif correspond à une amplification du signal.
Un gain négatif correspond à une atténuation du signal.
Un gain nul en décibel correspond à une non amplification non atténuation du signal.

DÉF Les *diagrammes de* BODE sont des représentations d'une grandeur en fonction du logarithme décimal d'une autre.

DÉF Une *décade* est un intervalle de fréquences $[f_1,f_2]$ ou de pulsations $[\omega_1,\omega_2]$ tel que $f_2 = 10\,f_1$ ou $\omega_2 = 10\,\omega_1$.

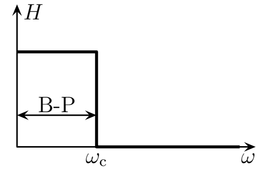
DÉF Une *octave* est un intervalle de fréquences $[f_1,f_2]$ ou de pulsations $[\omega_1,\omega_2]$ tel que $f_2 = 2\,f_1$ ou $\omega_2 = 2\,\omega_1$.

DÉF La *réponse en phase* d'un filtre correspond au déphasage rajouté par le filtre à la sortie par rapport à l'entrée :

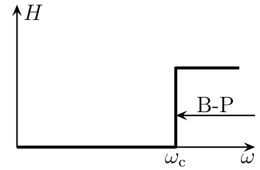
$$\varphi = \arg(\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega))$$

DÉF La *bande passante* d'un filtre est l'ensemble des pulsations (ou des fréquences) que laisse passer le filtre. Cette bande passante est limitée par les *pulsations de coupure* (ou fréquence de coupure).

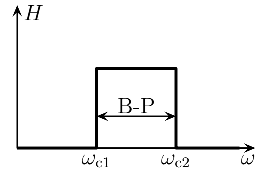
DÉF Un filtre est qualifié de *passe-bas* s'il laisse passer les basses fréquences.



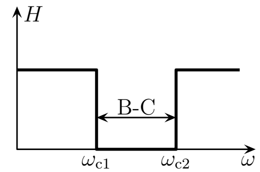
DÉF Un filtre est qualifié de *passe-haut* s'il laisse passer les hautes fréquences.



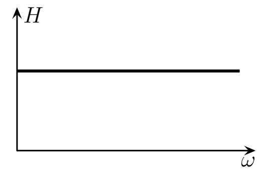
DÉF Un filtre est qualifié de *passe-bande* s'il laisse passer une plage limitée de fréquences.



DÉF Un filtre est qualifié de *coupe-bande* s'il ne laisse pas passer uniquement une plage limitée de fréquences. Le filtre est alors caractérisé par sa *bande coupée* plutôt que par sa bande passante.

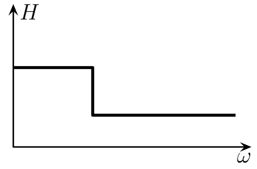


DÉF Un filtre est qualifié de *déphaseur* si son rôle se borne à modifier la phase entre l'entrée et la sortie.



DÉF

Un filtre est qualifié d'*atténuateur* si laisse passer hautes et basses fréquence mais avec des amplifications différentes.



DÉF

Pour un filtre réel, les pulsations de coupures ω_c sont définies par $H(\omega_c) = \dfrac{H_{max}}{\sqrt{2}}$ où H_{max} est l'amplification maximale possible avec le filtre.

LOI

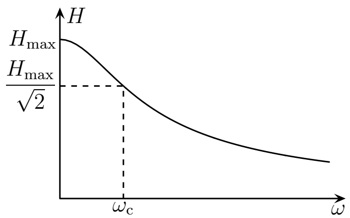
Pour un filtre réel, les pulsations de coupures ω_c sont telles que le gain soit tel que :
$G_{dB}(\omega_c) = G_{dB,max} - 3{,}0$ dB

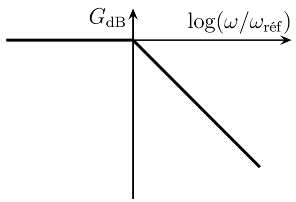
LOI

Une augmentation de 3,0 dB correspond à un doublement de la puissance mise en jeu.

LOI

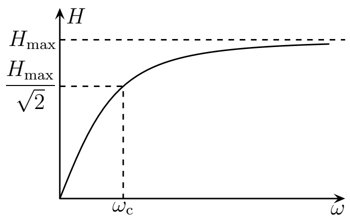
Un filtre passe-bas a une fonction de transfert qui se représente sous les formes suivantes.

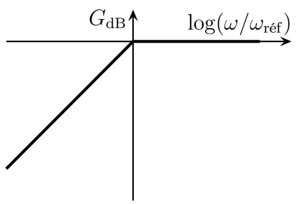




LOI

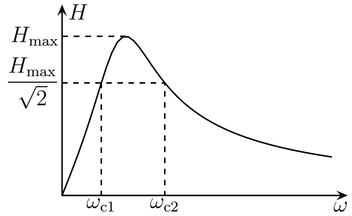
Un filtre passe-haut a une fonction de transfert qui se représente sous les formes suivantes.

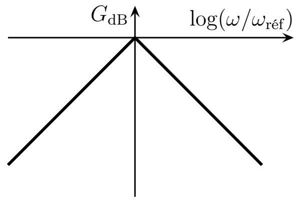




LOI

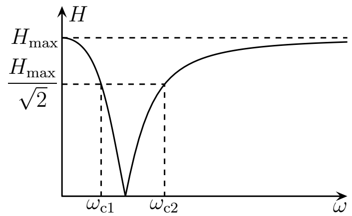
Un filtre passe-bande a une fonction de transfert qui se représente sous les formes suivantes.

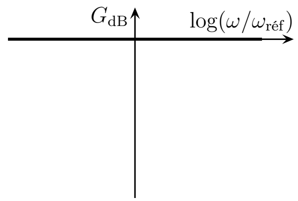




LOI

Un filtre coupe-bande a une fonction de transfert qui se représente sous les formes suivantes.





DÉF

L'*ordre* d'un filtre est le degré le plus élevé des deux polynômes de la fonction de transfert écrite sous la forme $\underline{H}(j\,\omega) = \dfrac{\underline{N}(j\,\omega)}{\underline{D}(j\,\omega)}$.

III – Filtres réels d'ordre 1 et 2 (exemples de)

LOI

Toute fonction de transfert peut s'écrire comme le produit de fonctions de transfert d'ordre 1 ou 2.

LOI

Pour un filtre passe-bas, le phénomène de résonance est néfaste.

LOI

Pour un filtre passe-haut, le phénomène de résonance est néfaste.

LOI

Pour un filtre passe-bande, le phénomène de résonance est souhaitable.

LOI

Pour un filtre coupe-bande, le phénomène de résonance est souhaitable.

LOI

Chaque ordre de filtre peut faire modifier la phase de $\dfrac{\pi}{2}$.

LOI

Dans le diagramme asymptotique de gain en décibel, pour chaque ordre de filtre, il peut y avoir une variation de pente de 20 dB/déc.

IV – Pour aller plus loin

DÉF

Un filtre est dit *stable* lorsque, à entrée bornée, la sortie est bornée quelle que soit la fréquence.

LOI

Critère de CAUCHY

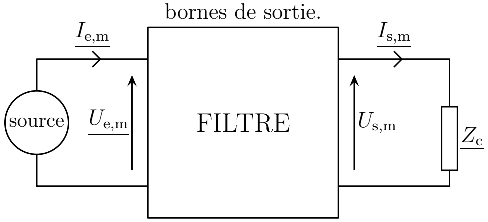
Un filtre d'ordre 1 ou 2 est stable s'il respecte deux conditions :

➜ le degré du dénominateur est au moins égal à celui du numérateur

➜ tous les coefficients du polynôme en $\mathrm{j}\,\omega$ du dénominateur sont non nuls et de même signe

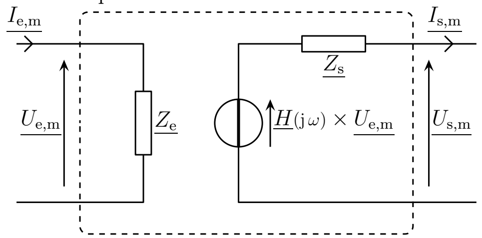
DÉF

Un *filtre* électrocinétique est un quadripôle possédant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie.



LOI

Un filtre peut se modéliser de la manière suivante.



Avec :

➜ $\underline{H}(\mathrm{j}\,\omega)$ le gain en tension

➜ $\underline{Z}_{\mathrm{e}}$ *l'impédance d'entrée*

➜ $\underline{Z}_{\mathrm{s}}$ *l'impédance de sortie*