Approche globale du champ ($\vec{E}$,$\vec{B}$)

I – Sources et structure fondamentale du champ électromagnétique

DÉF Un champ est dit *vectoriel* si, dans une certaine zone de l'espace, à chaque point est associé une grandeur vectorielle.

LOI Le champ électrique $\vec{E}(M)$ et le champ magnétique $\vec{B}(M)$ sont des champs vectoriels.

LOI Les sources du champ électrostatique sont les charges qu'elles soient immobiles ou en mouvement.

DÉF La *densité volumique de charge* au point P notée $\rho(M)$ est définie par :

$$\mathrm{d}q = \rho(P)\,\mathrm{d}\mathscr{V} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\mathrm{d}\mathscr{V}$ est un volume infinitésimal autour de P ;
- ➜ $\mathrm{d}q$ est la charge contenue dans $\mathrm{d}\mathscr{V}$.

ρ s'exprime en C.m^{-3}.

LOI Le champ électrique est défini au sein d'une répartition volumique de charges.

LOI Les courants électriques sont des sources de champ magnétique.

LOI Le champ magnétique n'est pas défini *sur* un fil parcouru par un courant.

LOI Les champs électrostatique et magnétostatique sont découplés au sens où ils n'ont aucune influence directe l'un sur l'autre.

DÉF La disposition et la répartition des sources est appelée *distribution*.

LOI Lorsqu'une distribution peut se voir comme la réunion de deux distributions ① et ②, le champ en un point M quelconque est la superposition du champ créé par ① comme si ② n'existait pas et du champ créé par ② comme si ① n'existait pas :

$$\vec{E}(M_0) = \vec{E}_1(M_0) + \vec{E}_2(M_0) \quad \text{et} \quad \vec{B}(M_0) = \vec{B}_1(M_0) + \vec{B}_2(M_0)$$

LOI Dans le vide et les milieux linéaires, les champs électriques et magnétiques obéissent au principe de superposition.

LOI Dans une zone vide de l'espace, le champ $\vec{E}$ a tendance à pointer vers les zones de charge négative et à pointer dans le sens opposé des zones de charge positive.

LOI Dans une zone vide de l'espace, le champ $\vec{E}$ en un point M est d'autant plus intense que le point M est proche d'une zone non vide de charge.

LOI Le champ électrique ne varie notablement entre un point et son voisin qu'à proximité immédiate des sources.

DÉF Une *ligne de champ* est une ligne orientée de l'espace tangente en chacun de ses points au champ qu'elle représente.

LOI Dans une zone vide de l'espace, les lignes de champs électriques « sortent » des zones de charges positives et rentrent dans les zones de charges négatives.

LOI Le sens du champ magnétique créé par une boucle de courant à l'intérieur de celle-ci est donné par la règle de la main droite.

LOI Le champ magnétique ne varie notablement entre un point et son voisin qu'à proximité immédiate des sources.

LOI Les lignes de champs magnétiques forment des boucles autour des circuits électriques.

LOI Dans une zone vide de l'espace, deux lignes de champ proches l'une de l'autre ont le même sens.

Loi — Les lignes de champ n'appartiennent à aucune source : chaque ligne est créé par l'ensemble de la distribution.

Loi — Lorsque deux lignes de champ se coupent :
➜ soit le champ est nul ;
➜ soit le champ n'est pas défini.

Déf — Une distribution est dite *invariante* lorsqu'elle peut être bougée sans que cela ne change globalement la position des différentes sources.

Loi — Une distribution admet une *invariance sphérique* lorsque, décrite par les coordonnées sphériques, elle ne dépend que de r distance à un point de référence.

Déf — Nous appelerons *type sphère* une distribution qui admet une invariance sphérique.

Loi — Une distribution admet une *invariance par rotation et par translation* lorsque, décrite par les coordonnées cylindrique, elle ne dépend que de r distance par rapport à un axe.

Déf — Nous appelerons *type fil* une distribution qui admet une invariance par rotation et une invariance par translation.

Loi — Une distribution admet une *invariance par rotation* lorsque, décrite par les coordonnées cylindriques, elle ne dépend pas de θ.

Déf — Nous appelerons *type disque* une distribution qui n'admet qu'une invariance par rotation.

Loi — Une distribution admet deux *invariances par translation* lorsque, décrite par les coordonnées cartésienne, elle ne dépend que d'une seule coordonnée.

Déf — Nous appelerons *type plan* une distribution qui admet deux invariances par translation.

Loi — Une distribution admet une *invariances par translation* lorsque, décrite par les coordonnées cartésienne, elle ne dépend que d'une seule coordonnée.

Déf — Nous appelerons *type ruban* une distribution qui admet une invariance par translation.

Loi — Un champ admet les mêmes invariances que ses sources.

Déf — Un plan – éventuellement fictif – est appelé *plan de symétrie des sources* lorsque pour un couple quelconque de points symétriques l'un l'autre par rapport à ce plan, la distribution est la même pour les deux.

Loi — Un fil ne peut pas couper un plan de symétrie des source mais peut y être entièrement inclus.

Déf — Un plan – éventuellement fictif – est appelé *plan d'antisymétrie des sources* lorsque pour un couple quelconque de points symétriques l'un l'autre par rapport à ce plan, les distributions en ces deux points sont opposées l'une à l'autre.

Loi — Il ne peut pas y avoir de charges sur un plan d'antisymétrie des sources.

Déf — Un plan – éventuellement fictif – est appelé *plan de symétrie d'un champ* ($\vec{E}$ ou $\vec{B}$) lorsque pour un couple quelconque de points M et M' symétriques l'un l'autre par rapport les champs $\vec{E}(M)$ et $\vec{E}(M')$ sont symétriques.

Loi — En un point d'un plan de symétrie du champ, le champ en ce point est contenu dans ce plan.

Déf — Un plan – éventuellement fictif – est appelé *plan d'antisymétrie d'un champ* ($\vec{E}$ ou $\vec{B}$) lorsque pour un couple M et M' quelconque de points symétriques l'un l'autre par rapport à ce plan les champs $\vec{E}(M)$ et $\vec{E}(M')$ sont les opposés des symétriques.

Loi — En un point d'un plan d'antisymétrie du champ, le champ en ce point est normal à ce plan.

Loi

Sources	champ $\vec{E}$	champ $\vec{B}$
Plan de symétrie	Plan de symétrie	Plan d'antisymétrie
Plan de d'antisymétrie	Plan de d'antisymétrie	Plan de symétrie

DÉF — $\vec{E}$ est appelé *vrai vecteur* ou *vecteur polaire*.

DÉF — $\vec{B}$ est appelé *pseudovecteur* ou *vecteur axial*.

LOI — Les lignes de champ ne peuvent pas couper un plan de symétrie des champs mais peuvent couper (orthogonalement) un plan d'antisymétrie des champs.

LOI — En un point d'un plan de symétrie des sources, le champ $\vec{E}$ est colinéaire à ce plan.
En un point d'un plan d'antisymétrie des sources, le champ $\vec{E}$ est normal à ce plan.

LOI — En un point d'un plan de symétrie des sources, le champ $\vec{B}$ est normal à ce plan.
En un point d'un plan d'antisymétrie des sources, le champ $\vec{B}$ est colinéaire à ce plan.

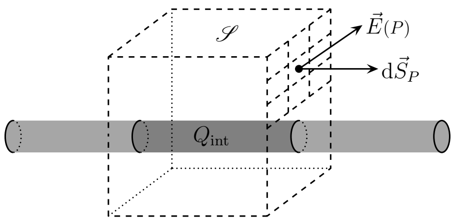
II – Le champ électrostatique

LOI — THÉORÈME DE GAUSS

Soit une distribution quelconque de charges et une surface **fermée** $\mathscr{S}$ – éventuellement fictive – quelconque. Nous pouvons alors écrire :

$$\oiint_{P\in\mathscr{S}} \vec{E}(P)\cdot\mathrm{d}\vec{S}_P = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\vec{E}(P)$ est le champ $\vec{E}$ en un point quelconque de $\mathscr{S}$;
- ➜ $\mathrm{d}\vec{S}_P$ est le vecteur surface au point P considéré, toujours normal et vers l'extérieur ;
- ➜ Q_{int} est la charge contenue dans le volume délimité par la surface de contrôle ;
- ➜ ε_0 est la permitivité du vide (en F.m^{-1})



LOI — Un champ électrique se mesure en V.m^{-1}.

DÉF — Une surface est dite *fermée* lorsqu'elle sépare deux zones de l'espace : l'intérieur (fini) et l'extérieur (infini) de sorte qu'il ne soit pas possible d'aller d'un point *intérieur* à un point *extérieur* sans traverser la surface.

DÉF — La quantité $\displaystyle\iint_{P\in\mathscr{S}} \vec{E}(P)\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ est notée Φ_E et est appelée *flux* de $\vec{E}$ à travers $\mathscr{S}$.

LOI — Le flux d'un champ de vecteur à travers une surface est positive si le champ est dirigé vers l'extérieur (*ie.* « sort » de la surface) et négative s'il est dirigée vers l'intérieur (*ie.* « rentre » dans la surface).

LOI — Une « bonne » surface de GAUSS est une surface qui respecte les symétries de la distribution et qui contient en plein milieu d'elle-même le point où nous cherchons à déterminer le champ électrostatique.

DÉF — La *densité linéique* de charge au point P est définie par :

$$\mathrm{d}q_P = \lambda(P)\,\mathrm{d}\ell_P \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\mathrm{d}\ell_P$ est une longueur infinitésimal autour de P ;
- ➜ $\mathrm{d}q_P$ est la charge contenue dans $\mathrm{d}\ell_P$ autour de P.

λ s'exprime en C.m^{-1}.

DÉF — La *densité surfacique* de charges au point P est définie par :

$$\mathrm{d}q_P = \sigma(P)\,\mathrm{d}S_P \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\mathrm{d}S_P$ est une surface infinitésimale autour de P ;
- ➜ $\mathrm{d}q_P$ est la charge contenue dans $\mathrm{d}S_P$.

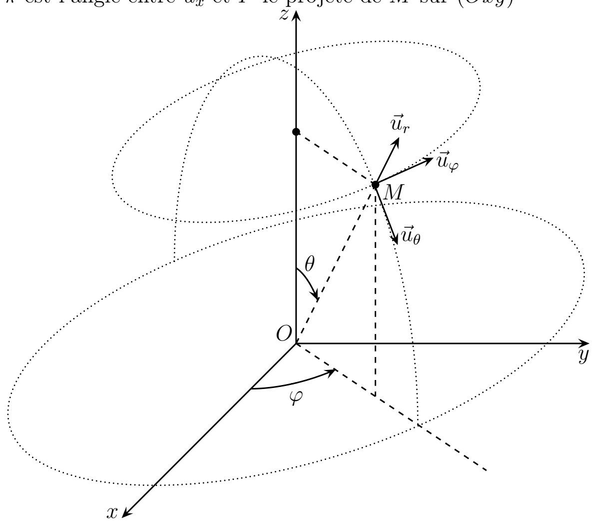
σ s'exprime en C.m^{-2}.

LOI — Le champ créé par un condensateur plan infini :

- ➜ vaut $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ à l'intérieur et va des charges positives vers les charges négatives
- ➜ est nul à l'extérieur

DÉF

Les *coordonnées sphériques* sont les trois nombres $(r\,\theta,\varphi)$ repérant un point M tels que :
- ➜ $r = \|\overrightarrow{OM}\| \geqslant 0$ est la distance entre M et O
- ➜ $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$ est l'angle entre $\vec{u}_z$ et $\vec{u}_r$
- ➜ $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\,\pi$ est l'angle entre $\vec{u}_x$ et P le projeté de M sur (Oxy)



DÉF

La *base sphérique* est la base $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$ telle que :
- ➜ $\vec{u}_r$ est le vecteur unitaire dirigé de O vers M
- ➜ $\vec{u}_\theta$ est un vecteur contenu dans le plan méridien *ie.* dans le plan (OzM)
- ➜ $\vec{u}_\varphi$ est un vecteur contenu dans le plan (Oxy) tel que $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$ soit une base orthonormée directe

LOI

Le déplacement élémentaire en coordonnées sphérique s'écrit :

$$\mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}r\,\vec{u}_r + r\,\mathrm{d}\theta\,\vec{u}_\theta + r\,\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi\,\vec{u}_\varphi$$

LOI

La surface d'une sphère de rayon r vaut $S = 4\,\pi\,r^2$.

LOI

Le volume d'une boule de rayon r vaut $S = \dfrac{4}{3}\,\pi\,r^3$.

LOI

Une charge pontuelle q placée en P crée un champ électrique en M tel que :

$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0} \times \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

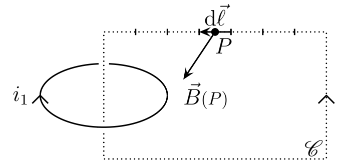
III – Le champ magnétostatique

LOI

Soit une distribution quelconque de courants et un contour **orienté** et fermé $\mathscr{C}$ – éventuellement fictif – quelconque. Nous avons alors

$$\oint_{P\in\mathscr{C}} \vec{B}(P)\cdot\mathrm{d}\vec{\ell}_P = \mu_0\,i_{\text{enlacé}} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\vec{B}(P)$ est le champ $\vec{B}$ en un point quelconque de $\mathscr{C}$;
- ➜ $\mathrm{d}\vec{\ell}_P$ est le vecteur déplacement élémentaire sur $\mathscr{C}$ au niveau du point P considéré ;
- ➜ $i_{\text{enlacé}}$ est l'intensité enlacée par la courbe $\mathscr{C}$;
- ➜ μ_0 est la perméabilité du vide en H.m^{-1}.



LOI

Le champ magnétique se mesure en tesla (T).

DÉF

La quantité $\displaystyle\int_{P\in\mathscr{C}} \vec{B}(P)\cdot\mathrm{d}\vec{\ell}_P$ est noté C_B et est appelée *circulation* de $\vec{B}$ sur $\mathscr{C}$.

DÉF

Un *câble* est un ensemble de plusieurs fils.

LOI

Seuls les déplacements élémentaires proportionnels à $\mathrm{d}\ell$ peuvent être signés artificiellement par l'ajout d'un signe $-$.

LOI

Pour une distribution de type fil, tous les plans contenant l'axe et tous les plans orthogonaux à l'axe sont plans de symétrie ou d'antisymétrie des sources donc des champs.

LOI

Pour une distribution de type plan, tous les plans orthogonaux à la distribution sont des plans de symétrie ou d'antisymétrie des sources donc des champs.

LOI

Pour une distribution de type sphère, tous les plans contenant le centre sont des plans de symétrie des sources donc des champs.

Loi

Chaque invariance crée une infinité de plan particuliers.

Loi

Pour une distribution de type disque, tous les plans contenant l'axe sont des plans de symétrie ou d'antisymétrie des sources donc des champs.

Loi

Pour une distribution de type ruban, tous les plans orthogonaux à l'axe sont des plans de symétrie ou d'antisymétrie des sources donc des champs.