Approche locale du champ ($\vec{E}$,$\vec{B}$)

I – Potentiel électrostatique

DÉF

Le *potentiel électrostatique* est un champ scalaire $V(M)$ qui s'exprime en volt et à partir duquel il est possible de déterminer le champ vectoriel électrostatique $\vec{E}$.

LOI

Le champ électrostatique en un point M est tel que :
$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V(M)$ où :
$V(M)$ est le potentiel électrostatique en M.

DÉF

Le *gradient* est un opérateur vectoriel qui transforme un champ scalaire en champ vectoriel.

LOI

Soit un champ scalaire $V(M)$ quelconque, alors :
$\overrightarrow{\text{grad}}\,(V(M)) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}V$

LOI

En coordonnées cartésiennes, le gradient s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\,V = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial V}{\partial x} \\ \dfrac{\partial V}{\partial y} \\ \dfrac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial V}{\partial x}\,\vec{u}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\,\vec{u}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\,\vec{u}_z$$

LOI

Le gradient pointe vers les zones de valeurs élevées.

PCSI1, Fabert (Metz) ÉLECTROMAGNÉTISME n°2 PCSI1, Fabert (Metz)

LOI

En coordonnées cylindro-polaires, le gradient s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\,V = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial V}{\partial r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} \\ \dfrac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial V}{\partial r}\,\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\,\vec{u}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z}\,\vec{u}_z$$

LOI

En coordonnées sphériques, le gradient s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\,V = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial V}{\partial r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} \\ \dfrac{1}{r\,\sin\theta}\dfrac{\partial V}{\partial \varphi} \end{pmatrix} = \frac{\partial V}{\partial r}\,\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\,\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\,\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\,\vec{u}_\varphi$$

LOI

Quels que soient les potentiels électrostatiques $V_1(M)$ et $V_2(M)$, nous pouvons écrire, avec $\lambda = \mathrm{C^{te}}$:
$\overrightarrow{\text{grad}}\,(\lambda\,V(M)) = \lambda\,\overrightarrow{\text{grad}}\,(V(M))$
$\overrightarrow{\text{grad}}\,(V_1(M) + V_2(M)) = \overrightarrow{\text{grad}}\,(V_1(M)) + \overrightarrow{\text{grad}}\,(V_2(M))$

DÉF

Une ligne ou une surface *isopotentielle* est une ligne ou une surface de l'espace sur laquelle le potentiel électrostatique est uniforme.

LOI

Les lignes de champ électrostatique et les isopotentielles se coupent à angle droit.

LOI

Le champ $\vec{E}$ est dirigé vers les potentiels décroissants.

Loi

Négliger les effets de bord revient :
- ➜ techniquement, à admettre une invariance par rotation ou translation, là où il n'y en a pas
- ➜ physiquement, à négliger l'effet de la portion de l'espace située près des bords

Loi

La relation constitutive d'un condensateur s'écrit : $Q_A = C\,(V_A - V_B)$.

Loi

Pour un condensateur plan idéal, la capacité vaut :

$$C = \varepsilon_0\,\frac{S}{e} \qquad \text{où :}$$

- ➜ S est la surface des armatures en regard
- ➜ e est la distance séparant les armatures

Loi

Le potentiel créé en M par une charge q située au point P vaut :

$$V_P(M) = \frac{q}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \times \frac{1}{\|\overrightarrow{PM}\|}$$

Loi

Le potentiel créé par la réunion de deux distributions de charges est la somme du potentiel créé par chacune des deux distributions.

Loi

Le potentiel créé en M par des charges q_i situées en P_i vaut :

$$V(M) = \sum \frac{q_i}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,P_iM}$$

Loi

Le potentiel créé en M par une distribution volumique de charges de densité $\rho(P)$ vaut :

$$V(M) = \iiint_{P\in\mathscr{V}} \frac{\rho(P)\,\mathrm{d}\tau_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM}$$

Loi

Le potentiel créé en M par une distribution surfacique de charges de densité $\sigma(P)$ vaut :

$$V(M) = \iint_{P\in\mathscr{S}} \frac{\sigma(P)\,\mathrm{d}S_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM}$$

Loi

Le potentiel créé en M par une distribution linéique de charges de densité $\lambda(P)$ vaut :

$$V(M) = \int_{P\in\mathscr{C}} \frac{\lambda(P)\,\mathrm{d}\ell_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM}$$

Loi

Par convention, le potentiel électrostatique est nul à l'infini s'il n'y a pas de charges à l'infini.

Loi

Le potentiel est continu partout, sauf là où il n'est pas défini, à savoir sur un fil linéiquement chargé et en un point où se situe une charge ponctuelle.

Loi

Quand il y a des charges à l'infini, le seul moyen de déterminer le potentiel est de repasser par sa définition $\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V$.

Loi

Soient une distribution de charges quelconque et un contour fermé $\mathscr{C}$ quelconque. En notant $\vec{E}$ le champ électrostatique créé par cette distribution de charges, nous avons :

$$\oint_{P\in\mathscr{C}} \vec{E}(P)\cdot\mathrm{d}\vec{\ell}_P = 0$$

Le champ électrostatique est dit à *circulation conservative*.

Loi

La circulation du champ électrostatique le long d'une ligne $\mathscr{L}_{AB}$ vaut :

$$C_{AB} = -\Delta V = -(V_B - V_A) = V_A - V_B$$

Loi

Une force conservative est une force dont le champ est à circulation conservative.

Loi

Un champ de force conservatif qui dérive de l'énergie potentielle E_p s'écrit :

$$\vec{f} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,E_\mathrm{p}$$

II – Des lois fondamentales

Loi

Soit une distribution quelconque de courants et une surface fermée $\mathscr{S}$ – éventuellement fictive – quelconque, alors

$$\oiint_{P\in\mathscr{S}} \vec{B}(P)\cdot\mathrm{d}\vec{S}_P = 0$$

- ➜ $\vec{B}(P)$ est le champ $\vec{B}$ en un point quelconque de $\mathscr{S}$;
- ➜ $\mathrm{d}\vec{S}_P$ est le vecteur surface au point P considéré, toujours normal et vers l'extérieur.

Loi

Dans le vide, le champ électrostatique est plus intense dans les zones où les lignes de champ se ressèrent.

Loi

Quelle que soit la présence de source, le champ magnétostatique est plus intense dans les zones où les lignes de champ se ressèrent.

DÉF Un *tube de champ* est une surface dont les parois latérales sont des lignes de champ, *ie.* sont en tous leurs points tangentes au champ considéré.

LOI Il y a discontinuité de la composante normale du champ $\vec{E}$ à la traversée d'une surface chargée.

LOI Il y a continuité de la composante tangentielle du champ $\vec{E}$ à la traversée d'une surface chargée.

LOI Il y a continuité de la composante normale du champ $\vec{B}$ à la traversée d'une surface parcourue par un courant.

LOI Il y a discontinuité de la composante tangentielle du champ $\vec{B}$ à la traversée d'une surface parcourue par un courant.

LOI À l'échelle mésoscopique tous les champs sont parfaitement continus.

LOI Soit une distribution quelquconque de masse et $\mathscr{S}$ une surface fermée, alors :

$$\oiint_{P\in\mathscr{S}} \vec{\mathscr{G}}(P)\cdot \mathrm{d}\vec{S}_P = -4\,\pi\,G\,M_{\text{int}}$$

LOI Un astre à symétrie sphérique de masse se comporte, du point de vue de la gravitation, comme un point matériel situé en son centre où serait concentrée toute la masse.

III – Loi de superposition locale des champs électrostatiques

LOI Le champ électrostatique créé en M par des charges q_i situées en P_i s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \sum \frac{q_i \overrightarrow{P_iM}}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,P_iM^3}$$

LOI Le champ électrostatique créé en M par une distribution linéique de charges de densité $\lambda(P)$ s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \int_{P\in\mathscr{L}} \frac{\lambda(P)\,\overrightarrow{PM}\,\mathrm{d}\ell_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM^3}$$

LOI Le champ électrostatique créé en M par une distribution surfacique de charges de densité $\sigma(P)$ s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \iint_{P\in\mathscr{S}} \frac{\sigma(P)\,\overrightarrow{PM}\,\mathrm{d}S_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM^3}$$

LOI Le champ électrostatique créé en M par une distribution volumique de charges de densité $\rho(P)$ s'écrit :

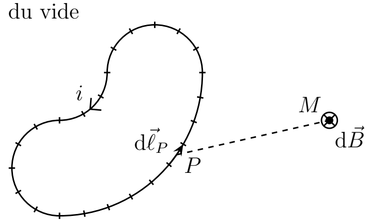
$$\vec{E}(M) = \iiint_{P\in\mathscr{V}} \frac{\rho(P)\,\overrightarrow{PM}\,\mathrm{d}\tau_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM^3}$$

IV – Loi de superposition locale des champs magnétostatiques

LOI Le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par un circuit $\mathscr{C}$ parcouru par le courant i s'écrit :

$$\vec{B}(M) = \oint_{P\in\mathscr{C}} \frac{\mu_0}{4\,\pi} \times \frac{i\,\mathrm{d}\vec{\ell}_P \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\mathrm{d}\vec{\ell}_P$ est un déplacement élémentaire sur $\mathscr{C}$ autour de P dans le sens de i, peu importe que $i \lessgtr 0$
- ➜ μ_0 est la perméabilité du vide



DÉF Un *solénoïde* est un enroulement de fils dont le but est de créer un champ magnétique.

DÉF Une *spire* est un tour complet d'un enroulement.

Loi Le champ magnétique créé par un solénoïde infini est nul à l'extérieur.

Loi Le champ magnétique créé par un solénoïde infini est uniforme et s'écrit $\mu_0\, n\, i$ où n est le nombre de spires par unité de longueur ; le sens du champ étant donné par la règle de la main droite.