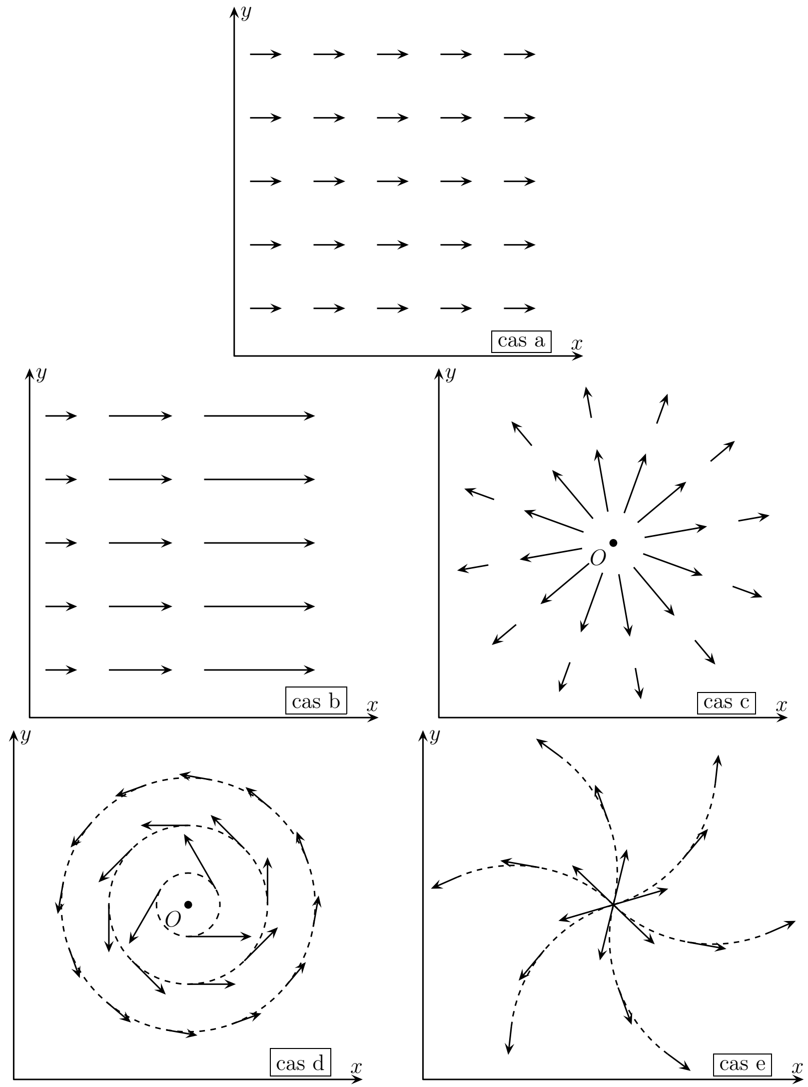
Approche locale du champ $(\vec{E},\vec{B})$

Exercice 1 Lecture de carte

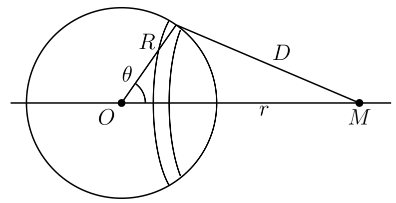
Les schémas suivants représentent quelques cartes de champs bidimensionnels dans le plan (Oxy) et de la forme : $\vec{E}(x,y,z) = E_x(x,y)\,\vec{u}_x + E_y(x,y)\,\vec{u}_y$.

Préciser dans chaque cas s'il peut s'agir d'un champ électrostatique et, si oui, déterminer la répartition de charges à l'origine d'un tel champ, si non, expliquer pourquoi.



Exercice 2 Sphére uniformément chargée en surface

On considère une sphère chargée uniformément en surface avec la densité surfacique σ.



1. Déterminer le potentiel en tout point de l'espace en s'inspirant du découpage représenté ci-dessus.
2. Déterminer le champ partout dans l'espace :
   (a) à partir du potentiel trouvé précédemment ;
   (b) à l'aide du théorème de Gauss.

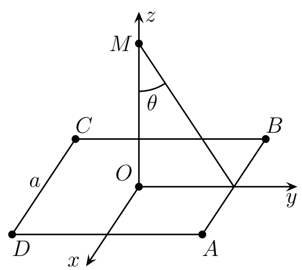
Exercice 3 Boule non homogène

On considère une boule de rayon R chargée en volume avec la densité $\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \dfrac{r^2}{R^2}\right)$.

Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ et le potentiel V en tout point de l'espace.

Exercice 4 Spire carrée

Déterminer le champ $\vec{E}$ en tout point de l'axe d'une spire carrée de côté a et de charge linéique constante λ.



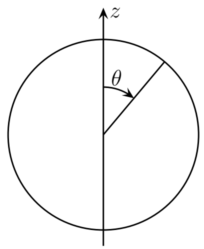
On donnera le résultat en fonction de z et des grandeurs caractéristiques du problème.

Exercice 5 Hémisphère chargé

Une demi-sphère de rayon R est uniformément chargée en surface. Déterminer le champ électrostatique en son centre O.

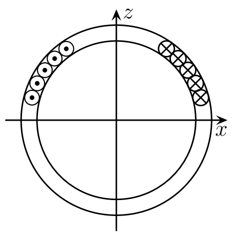
Exercice 6 Répartition non homogène en surface

Déterminer l'expression du champ électrostatique au centre d'une sphère surfaciquement chargée avec la densité surfacique $\sigma(\theta)$ telle que $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos\theta$ où $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$.



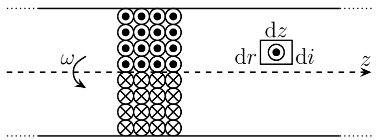
Exercice 7 Sphère recouverte de spires

Une sphère de rayon R est recouverte d'un grand nombre N de spires jointives parcourues dans le même sens par un courant d'intensité I. Calculer le champ magnétique créé par cette distribution de courants au centre O de la sphère.



Exercice 8 Cylindre chargé en rotation

Un long cylindre, supposé infini, de rayon R et chargé uniformément en volume avec la densité ρ, tourne à vitesse angulaire ω constante autour de son axe (Oz) relativement au référentiel $\mathscr{R}$. Le milieu a les mêmes propriétés magnétiques que celles du vide et il n'existe pas de charges surfaciques.

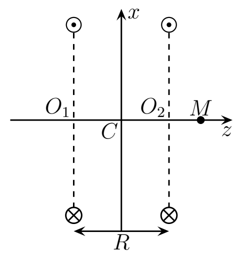


On modélise ce dispositif par un ensemble de spires circulaires d'axe (Oz) de rayon $0 \leqslant r \leqslant R$ et parcourues par le courant i.

1. Déterminer la charge $\mathrm{d}q$ qui traverse la section comprise entre r et $r + \mathrm{d}r$ et entre z et $z + \mathrm{d}z$ pendant la durée $\mathrm{d}t$.
   En déduire l'intensité $\mathrm{d}i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ traversant la spire comprise entre r et $r+\mathrm{d}r$ et entre z et $z+\mathrm{d}z$.
2. Déterminer alors, dans le référentiel $\mathscr{R}$, l'expression du champ magnétostatique créé par une telle distribution de courant en mouvement.
3. Ces charges sont-elles aussi source d'un champ électrostatique ? Le déterminer s'il existe.

Exercice 9 Bobines d'Helmholtz

1. Une bobine circulaire de centre O, d'axe (Ox) et de rayon R comporte N spires parcourues par un courant d'intensité I. On négligera l'épaisseur des spires. Soit $\vec{B} = B\vec{u}_x$ le champ magnétique en un point d'abscisse x de l'axe de la spire et B_0 le champ au centre O de la bobine.
   Exprimer $y = \dfrac{B}{B_0}$ en fonction de $u = \dfrac{x}{R}$. Tracer la courbe $y(u)$ et placer les points d'inflexion.
2. Deux bobines identiques à la précédente, de centres O_1 et O_2, et parcourues dans le même sens par un courant d'intensité I, sont disposées sur le même axe (Cx), C étant le milieu de O_1O_2. O_1O_2 a la valeur R.

   Calculer B_C, l'intensité du champ au point C.
   Exprimer $Y = \dfrac{B}{B_C}$ en fonction de $\xi = \dfrac{CM}{R} = \dfrac{x}{R}$. Tracer $Y(\xi)$.
3. Effectuer un développement limité à l'ordre 4 en ξ au voisinage de $\xi = 0$ à l'aide de développement de Taylor de la fonction $y(u)$ en $\pm 1/2$.
4. Dans quel domaine le champ est-il constant au millième près le long de l'axe ? Conclure.