Mécanique en référentiel non galiléen

I – Référentiel en translation

LOI Ce ne sont pas les choses ou les objets qui sont non galiléens, ce sont les éventuels référentiels qui leur sont liés.

LOI Tout mouvement dans un référentiel non galiléen peut sembler bizarre et les référentiels non galiléens peuvent être plus ou moins non galiléens.

LOI Rien n'*appartient* à un référentiel, personne ni rien n'est *dans* un référentiel, seuls les mouvements se décrivent **par rapport** à tel ou tel référentiel.

LOI Sauf indication contraire et bien que non galiléen, le référentiel terrestre sera considéré comme *suffisamment* galiléen.

DÉF Deux référentiels sont dits *en translation*, lorsque leurs axes ont les mêmes directions, mais que leurs centres sont en mouvement l'un par rapport à l'autre.

LOI Pour mieux visualiser le mouvement par rapport à un certain référentiel, mieux vaut dessiner ce référentiel au centre du schéma, les axes non inclinés par rapport à la feuille.

LOI Deux référentiels *en translation* sont parfaitement décrits par le mouvement du centre de l'un par rapport au centre de l'autre.

LOI Pour décrire le mouvement d'un point par rapport à un référentiel non galiléen, il est nécessaire de connaître le mouvement de ce référentiel non galiléen par rapport à un référentiel galiléen.

LOI La loi de composition des vecteurs positions s'écrit :

$$\overrightarrow{\widetilde{O}M} = \overrightarrow{\widetilde{O}O} + \overrightarrow{OM}$$

DÉF La loi qui permet de relier les vitesses (resp. les accélérations) d'un point par rapport à deux référentiels différents est appelée *loi de composition des vitesses* (resp. *loi de composition des accélérations.)*

LOI La loi de composition des vecteurs vitesses s'écrit :

$$\vec{v}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M,t) = \vec{v}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(O,t) + \vec{v}_{|\mathscr{R}}(M,t)$$

LOI La loi de composition des vecteurs accélération s'écrit :

$$\vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M,t) = \vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(O,t) + \vec{a}_{|\mathscr{R}}(M,t)$$

LOI Loi de composition lorsque $\widetilde{\mathscr{R}}$ et $\mathscr{R}$ sont en translation l'un par rapport à l'autre :

- ➜ loi de composition des vitesses : $\vec{v}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M) = \vec{v}_{|\mathscr{R}}(M) + \vec{v}_{\mathrm{e}}(M)$ où $\vec{v}_{\mathrm{e}}(M) = \vec{v}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(O)$ est appelée la *vitesse d'entraînement.*
- ➜ loi de composition des accélérations : $\vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M) = \vec{a}_{|\mathscr{R}}(M) + \vec{a}_{\mathrm{e}}(M)$ où $\vec{a}_{\mathrm{e}}(M) = \vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(O)$ est appelée l'*accélération d'entraînement.*

LOI La vitesse d'entraînement d'un point M de $\mathscr{R}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ correspond à la vitesse qu'aurait le point M par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ si M était réellement fixé au référentiel $\mathscr{R}$, *ie.* s'il était immobile par rapport à $\mathscr{R}$.

LOI L'accélération d'entraînement d'un point M de $\mathscr{R}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ correspond à l'accélération qu'aurait le point M par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ si M était réellement fixé au référentiel $\mathscr{R}$, *ie.* s'il était immobile par rapport à $\mathscr{R}$.

LOI Les lois de composition sont des lois cinématiques indépendantes du caractère galiléen, de nature physique, des référentiels.

LOI Soit M un point matériel de masse m soumis à $\sum \vec{f}$. Alors son mouvement par rapport à $\mathscr{R}$, référentiel non galiéen est tel que :

$$m\,\vec{a}_{|\mathscr{R}}(M) = \left(\sum \vec{f}\right) + \vec{f}_{\mathrm{ie}} \quad \text{où}$$

$\vec{f}_{\mathrm{ie}} = -m\,\vec{a}_{\mathrm{e}}(M) = -m\,\vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(O)$ est la *force d'inertie d'entraînement.*

LOI Les forces physiques, celles qui représentent l'interaction entre deux choses sont invariantes par changement de référentiel, même non galiléen.

LOI — Dans le cas de référentiels en translation, la force d'inertie d'entraînement n'est pas conservative.

LOI — Lorsque l'accélération d'entraînement est constante, le travail fourni par la force d'inertie d'entraînement à un point de masse m qui bouge entre A et B s'écrit :

$$W_{AB} = \vec{f}_{\text{ie}} \cdot \overrightarrow{AB}$$

LOI — Les variations d'énergie d'un système ne sont pas des grandeurs intrinsèques.

LOI — Un référentiel est galiléen si le PFD s'écrit sans force d'inertie.

LOI — Un référentiel en translation par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen si et seulement si la translation est rectiligne uniforme.

DÉF — Le *référentiel de* COPERNIC est le référentiel centré sur le centre de masse du système solaire et dont les axes pointent vers trois étoiles éloignées.

LOI — Le référentiel de COPERNIC est postulé galiléen.

LOI — Le référentiel de COPERNIC est adapté à l'étude du système solaire.

DÉF — Le *référentiel héliocentrique* est le référentiel centré sur le centre de masse du Soleil et dont les axes sont parallèles à ceux du référentiel de COPERNIC.

LOI — Le référentiel héliocentrique n'est pas rigoureusement galiléen mais il est suffisamment galiléen pour quasiment toutes les études.

LOI — Le référentiel héliocentrique est adapté à l'étude de corps dans le système solaire sur des durées bien inférieures à la période de Jupiter (29 an).

DÉF — Le *référentiel géocentrique* est le référentiel centré sur centre de masse de la Terre et dont les axes restent parallèles à ceux du référentiel de COPERNIC.

LOI — Le référentiel terrestre est en translation circulaire par rapport au référentiel héliocentrique d'une période d'un an.

LOI — Le référentiel géocentrique est adapté à l'étude de corps céleste sur des durées bien inférieures à 1 an.

DÉF — Un référentiel est dit *terrestre* s'il est lié la surface de la Terre, *ie.* si con centre et ses axes sont immobiles par rapport à la Terre.

LOI — Il n'y a pas de force d'inertie dans les référentiels galiléens.

II – Référentiel en rotation pure et uniforme

DÉF — Un référentiel $\mathscr{R}$ est en *rotation pure* par rapport à un autre référentiel $\widetilde{\mathscr{R}}$ lorsque le centre du premier est immobile par rapport au deuxième.

LOI — Deux référentiels sont en rotation pure l'un par rapport à l'autre si leurs centres sont confondus.

LOI — Lorsque la rotation se fait autour d'un axe unique, cet axe est choisi comme l'un des axes du repère.

LOI — Pour deux référentiels en rotation pure, la seule connaissance de l'angle $\alpha(t)$ entre les deux permet de décrire entièrement le mouvement de l'un par rapport à l'autre.

DÉF — Deux référentiels sont en *rotation uniforme* si la vitesse angulaire de rotation de l'un par rapport à l'autre est constante.

DÉF — Le *vecteur rotation* $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ caractérise la rotation de $\mathscr{R}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$. Il est tel que :
- ➜ sa direction soit celle de l'axe de rotation
- ➜ son sens est donné par la règle de la main droite
- ➜ sa norme est la vitesse angulaire $\Omega(t) = \dfrac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}$ et donc $[\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}] = [\omega] = \text{rad.s}^{-1}$.

Loi

Règle de la main droite

En fermant légèrement la main (comme pour tenir un bâton) et en tenant le pouce en l'air, les doigts indique le sens de rotation et le pouce le sens du vecteur correspondant à cette rotation.

Loi

Lorsque $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$, alors :

- ➜ $\vec{c}$ est orthogonal à $\vec{a}$ et $\vec{b}$, *ie.* $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ et $\vec{c} \cdot \vec{b} = 0$
- ➜ $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ forment un trièdre direct
- ➜ $\|\vec{c}\| = \|\vec{a}\| \, \|\vec{b}\| \, \sin(\vec{a},\vec{b})$

Loi

Propriétés de base :

$\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0}$ si et seulement si $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires.

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$$

Loi

Avec les vecteurs d'une base orthonormée directe, $(\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z)$ ou $(\vec{u}_r\,\vec{u}_\theta\,\vec{u}_z)$, nous avons :

$$\left\{\begin{array}{l} \vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z \\ \vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = \vec{u}_x \\ \vec{u}_z \wedge \vec{u}_x = \vec{u}_y \end{array}\right. \qquad \text{et} \qquad \left\{\begin{array}{l} \vec{u}_r \wedge \vec{u}_\theta = \vec{u}_z \\ \vec{u}_\theta \wedge \vec{u}_z = \vec{u}_r \\ \vec{u}_z \wedge \vec{u}_r = \vec{u}_\theta \end{array}\right.$$

Loi

Pour déterminer les composantes, nous avons :

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y\,b_z - a_z\,b_y \\ -a_x\,b_z + a_z\,b_x \\ a_x\,b_y - a_y\,b_x \end{pmatrix}$$

Loi

La loi de composition des vitesses s'écrit entre $\widetilde{\mathscr{R}}$ et $\mathscr{R}$ en rotation de vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$:

$$\vec{v}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M,t) = \vec{v}_{|\mathscr{R}}(M,t) + \vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \overrightarrow{OM}$$

Loi

La loi de composition des accélérations s'écrit entre $\widetilde{\mathscr{R}}$ et $\mathscr{R}$ en rotation de vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$:

$$\vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M,t) = \vec{a}_{|\mathscr{R}}(M,t) - \omega^2\,\overrightarrow{HM} + 2\,\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \vec{v}_{|\mathscr{R}}(M,t) \qquad \text{où :}$$

H est le projeté orthogonal de M sur l'axe de $\mathscr{R}$ portant le vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$.

Loi

La loi de composition des vitesses entre $\widetilde{\mathscr{R}}$ et $\mathscr{R}$ en rotation de vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ s'écrit :

$$\vec{v}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M,t) = \vec{v}_{|\mathscr{R}}(M,t) + \vec{v}_{\mathrm{e}}(M,t) \qquad \text{où :}$$

$\vec{v}_{\mathrm{e}}(M,t) = \vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \overrightarrow{OM}$ est la *vitesse d'entraînement*.

Loi

La loi de composition des accélérations entre $\widetilde{\mathscr{R}}$ et $\mathscr{R}$ en rotation de vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ s'écrit :

$$\vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M,t) = \vec{a}_{|\mathscr{R}}(M,t) + \vec{a}_{\mathrm{e}}(M,t) + \vec{a}_{\mathrm{c}}(M,t) \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\vec{a}_{\mathrm{e}}(M,t) = -\omega^2\,\overrightarrow{HM}$ avec H le projeté orthogonal de M sur l'axe de $\mathscr{R}$ portant le vecteur rotation est l'*accélération d'entraînement*
- ➜ $\vec{a}_{\mathrm{c}}(M,t) = 2\,\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \vec{v}_{|\mathscr{R}}(M,t)$ est l'*accélération de* Coriolis, appelée aussi *accélération complémentaire.*

Loi

La vitesse et l'accélération d'entraînement sont la vitesse et l'accélération qu'aurait M par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ si M était fixe par rapport à $\mathscr{R}$.

Loi

Lorsque $\mathscr{R}$ est en rotation pure et uniforme par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$, l'accélération d'entraînement est dirigée vers l'axe de rotation, *ie.* elle est *centripète.*

Loi

Soit M un point matériel étudié par rapport à un référentiel non galiléen $\mathscr{R}$ et soumis à $\sum \vec{f}$. Alors nous avons :

$$m\,\vec{a}_{|\mathscr{R}} = \sum \vec{f} + \vec{f}_{\mathrm{ie}} + \vec{f}_{\mathrm{ic}} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\vec{f}_{\mathrm{ie}} = -m\,\vec{a}_{\mathrm{e}}(M,t)$ est la *force d'inertie d'entraînement*
- ➜ $\vec{f}_{\mathrm{ic}} = -m\,\vec{a}_{\mathrm{c}}(M,t)$ est la *force d'inertie de* Coriolis

Loi

La force d'inertie est centrifuge.

Loi

Théorème de la puissance cinétique

Soit M un point matériel de masse m étudié par rapport à un référentiel non galiléen $\mathscr{R}$ et soumis à $\sum \vec{f}$. Alors :

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{c}}(t)}{\mathrm{d}t} = \sum \mathscr{P}(\vec{f}) + \mathscr{P}(\vec{f}_{\mathrm{ie}}) + \mathscr{P}(\vec{f}_{\mathrm{ic}}) \qquad \text{où :}$$

- ➜ $E_{\mathrm{c}}(t) = \dfrac{1}{2}\,m\,v_{|\mathscr{R}}{}^2(M,t)$ est l'énergie cinétique par rapport à $\mathscr{R}$
- ➜ $\mathscr{P}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v}_{|\mathscr{R}}$ est la puissance fournie par $\vec{f}$ dans $\mathscr{R}$
- ➜ $\mathscr{P}(\vec{f}_{\mathrm{ie}})$ et $\mathscr{P}(\vec{f}_{\mathrm{ie}})$ sont les puissances fournies par les forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis

LOI

THÉORÈME DE LA PUISSANCE MÉCANIQUE

Soit M un point matériel de masse m étudié par rapport à un référentiel non galiléen $\mathscr{R}$ et soumis à $\sum \vec{f}$. Alors :

$$\frac{\mathrm{d}E_\mathrm{m}(t)}{\mathrm{d}t} = \sum \mathscr{P}(\vec{f}_\mathrm{nc}) + \mathscr{P}(\vec{f}_\mathrm{ie}) + \mathscr{P}(\vec{f}_\mathrm{ic}) \qquad \text{où :}$$

- ➜ $E_\mathrm{m}(t) = E_\mathrm{m} + E_\mathrm{p}$ est l'énergie mécanique par rapport à $\mathscr{R}$
- ➜ $\mathscr{P}(\vec{f}_\mathrm{nc}) = \vec{f}_\mathrm{nc} \cdot \vec{v}_{|\mathscr{R}}$ est la puissance fournie par les forces non conservatives.
- ➜ $\mathscr{P}(\vec{f}_\mathrm{ie})$ et $\mathscr{P}(\vec{f}_\mathrm{ie})$ sont les puissances fournies par les forces d'inertie d'entraînement et de CORIOLIS

LOI

THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Soit M un point matériel de masse m étudié par rapport à un référentiel non galiléen $\mathscr{R}$ et soumis à $\sum \vec{f}$. Alors entre deux points de sa trajectoire, nous pouvons écrire :

$$\Delta E_\mathrm{c}(t) = \sum W(\vec{f}) + W(\vec{f}_\mathrm{ie}) + W(\vec{f}_\mathrm{ic}) \qquad \text{où :}$$

- ➜ $E_\mathrm{c}(t) = \dfrac{1}{2}\, m\, v_{|\mathscr{R}}{}^2(M,t)$ est l'énergie cinétique par rapport à $\mathscr{R}$
- ➜ $W(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v}_{|\mathscr{R}}$ est le travail fourni par $\vec{f}$ dans $\mathscr{R}$
- ➜ $W(\vec{f}_\mathrm{ie})$ et $W(\vec{f}_\mathrm{ie})$ sont les travaux fournis par les forces d'inertie d'entraînement et de CORIOLIS

LOI

THÉORÈME DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE

Soit M un point matériel de masse m étudié par rapport à un référentiel non galiléen $\mathscr{R}$ et soumis à $\sum \vec{f}$. Alors entre deux points de sa trajectoire :

$$E_\mathrm{m}(t) = \sum W(\vec{f}_\mathrm{nc}) + W(\vec{f}_\mathrm{ie}) + W(\vec{f}_\mathrm{ic}) \qquad \text{où :}$$

- ➜ $E_\mathrm{m}(t) = E_\mathrm{c} + E_\mathrm{p}$ est l'énergie mécanique par rapport à $\mathscr{R}$
- ➜ $W(\vec{f}_\mathrm{nc})$ est le travail fourni par une force non conservative $\vec{f}_\mathrm{nc}$
- ➜ $W(\vec{f}_\mathrm{ie})$ et $W(\vec{f}_\mathrm{ie})$ sont les travaux fournis par les forces d'inertie d'entraînement et de CORIOLIS

LOI

La force d'inertie de CORIOLIS ne travaille jamais.

LOI

La force d'inertie d'entraînement dans un référentiel $\mathscr{R}$ en rotation pure et uniforme par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ est conservative et son énergie potentielle vaut :

$$E_\mathrm{p,ie} = -\frac{1}{2}\, m\, \omega^2\, HM^2 \qquad \text{où :}$$

- ➜ ω est la vitesse de rotation de $\mathscr{R}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$
- ➜ H est le projeté de M sur l'axe de $\mathscr{R}$ portant le vecteur de rotation.

LOI

Un référentiel en rotation par rapport à un référentiel galiléen ne peut pas être galiléen.

LOI

Tous les référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel de COPERNIC.

LOI

Le référentiel terrestre n'est en rotation pure par rapport au référentiel géocentrique que s'il est centré sur l'axe de rotation de la Terre.

III – Référentiel en mouvement quelconque

LOI

La dérivée d'un vecteur quelconque $\vec{A}(t)$ par rapport à un référentiel $\mathscr{R}$ se note $\dfrac{\mathrm{d}\vec{A}}{\mathrm{d}t}\Big|_{\mathscr{R}}$.

LOI

Soient $\mathscr{R}$ en rotation par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ de vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$, alors, pour tout vecteur $\vec{A}(t)$:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{A}(t)}{\mathrm{d}t}\Big|_{\widetilde{\mathscr{R}}} = \frac{\mathrm{d}\vec{A}(t)}{\mathrm{d}t}\Big|_{\mathscr{R}} + \vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \vec{A}(t)$$

LOI

Les dérivées par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ des vecteurs définissant $\mathscr{R}$ s'écrivent :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{u}_x(t)}{\mathrm{d}t}\Big|_{\widetilde{\mathscr{R}}} = \vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \vec{u}_x(t) \qquad \text{et} \qquad \frac{\mathrm{d}\vec{u}_y(t)}{\mathrm{d}t}\Big|_{\widetilde{\mathscr{R}}} = \vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \vec{u}_y(t)$$

où $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ est le vecteur rotation de $\mathscr{R}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$.

LOI

Soient un référentiel $\mathscr{R}$ en rotation de vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$, alors :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}}{\mathrm{d}t}\Big|_{\widetilde{\mathscr{R}}} = \frac{\mathrm{d}\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}}{\mathrm{d}t}\Big|_{\mathscr{R}}$$

LOI

La loi de composition des vitesses s'écrit entre $\widetilde{\mathscr{R}}$ et $\mathscr{R}$ en rotation de vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ s'écrit :

$$\vec{v}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M,t) = \vec{v}_{|\mathscr{R}}(M,t) + \vec{v}_\mathrm{e}(M,t) \qquad \text{où :}$$

$\vec{v}_\mathrm{e}(M,t) = \vec{v}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(O,t) + \vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \overrightarrow{OM}$ est la *vitesse d'entraînement*.

DÉF

Le *point coïncidant* est le point immobile dans le référentiel $\mathscr{R}$ qui coïncide à un instant précis avec le point M étudié.

Loi

La loi de composition des vitesses s'écrit entre $\widetilde{\mathscr{R}}$ et $\mathscr{R}$ en rotation de vecteur rotation $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ s'écrit :

$$\vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(M,t) = \vec{a}_{|\mathscr{R}}(M,t) + \vec{a}_{\mathrm{e}}(M,t) + \vec{a}_{\mathrm{c}}(M,t) \qquad \text{où :}$$

➜ $\vec{a}_{\mathrm{e}}(M,t) = \vec{a}_{|\widetilde{\mathscr{R}}}(O,t) + \dfrac{\mathrm{d}\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}}{\mathrm{d}t} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \left(\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \overrightarrow{OM}\right)$ est l'accélération d'entraînement
➜ $\vec{a}_{\mathrm{c}}(M,t) = 2\,\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}} \wedge \vec{v}_{|\mathscr{R}}(M,t)$ est l'accélération de CORIOLIS

Loi

Si le vecteur rotation de $\mathscr{R}$ par rapport à $\widetilde{\mathscr{R}}$ est $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$, alors le le vecteur rotation de $\widetilde{\mathscr{R}}$ par rapport à $\mathscr{R}$ est :

$$\vec{\Omega}_{\widetilde{\mathscr{R}}/\mathscr{R}} = -\vec{\Omega}_{\mathscr{R}/\widetilde{\mathscr{R}}}$$

Loi

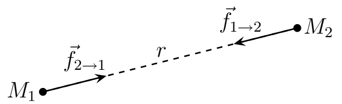
Soient trois référentiels $\mathscr{R}_1$, $\mathscr{R}_2$ et $\mathscr{R}_3$. En notant $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_1/\mathscr{R}_2}$ (resp. $\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_2/\mathscr{R}_3}$) le vecteur de $\mathscr{R}_1$ par rapport à $\mathscr{R}_2$ (resp. le vecteur rotation de $\mathscr{R}_2$ par rapport à $\mathscr{R}_3$), alors le le vecteur rotation de $\mathscr{R}_1$ par rapport à $\mathscr{R}_3$ est :

$$\vec{\Omega}_{\mathscr{R}_1/\mathscr{R}_3} = \vec{\Omega}_{\mathscr{R}_1/\mathscr{R}_2} + \vec{\Omega}_{\mathscr{R}_2/\mathscr{R}_3}$$

IV – Mécanique en référentiels terrestres

Loi

Deux points M_1 et M_2 de masse m_1 et m_2 s'attirent et exercent une force l'un sur l'autre telle que



$$\vec{f}_{1\to2} = -G\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}\,\vec{u}_{12} \text{ où :}$$

➜ G est la constante universelle de gravitation
➜ r est la distance entre les deux masses
➜ $\vec{u}_{12}$ est le vecteur unitaire dirigé de 1 vers 2.

Déf

La *masse grave* caractérise la capacité d'un corps à attirer et à être attiré par l'interaction gravitationnelle.

Déf

Un *champ* est une zone de l'espace dans laquelle il est possible de définir en chacun des points soit une grandeur vectorielle (champ de vecteurs ou champ vectoriel) soit une grandeur scalaire (champ scalaire).

Déf

Le *champ de gravitation* créé par un point P de masse m en un point M a pour expression :

$$\vec{\mathscr{G}}_P(M) = -G\,\frac{m}{r^2}\,\vec{u}_{PM} \qquad \text{où :}$$

➜ G est la constante universelle de gravitation
➜ r est la distance PM
➜ $\vec{u}_{PM}$ est le vecteur unitaire dirigé de P vers M.

Dimensionnellement parlant : $[\vec{\mathscr{G}}] = (\mathrm{m}).(\mathrm{s})^{-2} \equiv$ accélération

---

Loi

Le point M_2 de masse m_2 est attiré par le point M_1 de masse M_1 selon l'expression :

$$\vec{f}_{1\to2} = m_2\,\vec{\mathscr{G}}_1(M_2) \qquad \text{où :}$$

$\vec{\mathscr{G}}_1(M_2)$ est le champ de gravitation créé par le point 1 au point où se trouve M_2.

Loi

Le champ de gravitation a une étendue infinie.

Loi

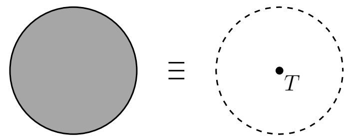
La force gravitationnelle subie par un point M_2 de la part de M_1 est conservative et son énergie potentielle s'écrit :

$$E_{\mathrm{p,grav}} = -G\,\frac{m_1\,m_2}{r} \qquad \text{où}$$

➜ G est la constante universelle de gravitation
➜ r est la distance PM

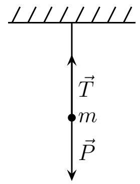
Loi

Les corps à symétrie sphérique se comporte, **du point de vue de la gravitation**, comme un point matériel situé en leurs centres et de masse leurs masses totales.



Déf

Soit M un point matériel attaché à un fil idéal et immobile par rapport au référentiel terrestre. Alors le fil exerce une force opposée au *poids* du point matériel.



Dans ces conditions, la direction du fil est *verticale*.

DÉF En notant m la masse d'un point matériel et $\vec{P}$ son poids, alors l'*accélération de pesanteur* $\vec{g}$ vaut :

$$\vec{P} \triangleq m\,\vec{g}$$

LOI Que le référentiel terrestre soit considéré ou non comme galiléen nous prendrons toujours en compte le poids subi par un point matériel.

LOI Il n'y a pas de force d'inertie d'entraînement dans le référentiel terrestre et uniquement dans le référentiel terrestre.

LOI La lune a un effet deux fois plus important que celui du Soleil sur les marées.