

Interaction newtonienne

I – Mouvement d'un point dans un champ de force centrale

DÉF Une force est dite *centrale* lorsqu'elle passe par un point fixe de l'espace appelé *centre de force*.

LOI Le caractère central d'une force n'est pas intrinsèque mais est relatif au référentiel.

LOI L'intensité de la force centrale subie par un point matériel ne dépend que de la distance entre le point et le centre de force.

LOI Lorsqu'un point matériel est soumis à une force centrale, son moment cinétique par rapport au centre de force est constant.

LOI Un mouvement tel que le moment cinétique par rapport à un point A fixe soit constamment nul est un mouvement rectiligne dont le support passe par A .

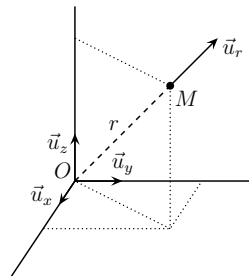
LOI Lorsqu'un point est soumis à une force centrale, son mouvement est dans un plan qui contient le centre de force.

DÉF La *constante des aires* est définie pour un point en mouvement dans un champ de force central et vaut $C \triangleq \frac{\sigma}{m} = r^2(t) \dot{\theta}(t)$.

DÉF La *vitesse aréolaire* est la vitesse de balayage du rayon vecteur.

LOI Dans le cas d'un mouvement d'un point dans un champ de force central, la vitesse aréolaire est constante.

En repérage sphérique, le rayon vecteur s'écrit $\vec{OM} = \vec{r} = r \vec{u}_r$.



LOI

LOI Le repérage sphérique s'utilise lorsqu'un point particulier joue un rôle essentiel dans une situation.

LOI En notant $\vec{u}_r = \frac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|}$ le vecteur unitaire de la base sphérique, nous avons :

$$\vec{u}_r \cdot d\vec{u}_r = 0 \quad \text{ou} \quad \vec{u}_r \cdot \frac{d\vec{u}_r}{dt} = 0$$

LOI Toute force centrale de la forme $\vec{f} = f(r) \vec{u}_r$ dérive d'une énergie potentielle.

LOI Le mouvement d'un point dans un champ de force central du type $\vec{f} = f(r) \vec{u}_r$ est conservatif.

DÉF Lors d'un mouvement d'un point matériel dans un champ de force centrale, l'*énergie potentielle effective* vaut :

$$E_{p,\text{eff}} = \frac{\sigma^2}{2m r^2} + E_p(r)$$

LOI L'énergie potentielle effective dépend des conditions initiales.

LOI Dans le mouvement d'un point dans un champ de force central, l'énergie potentielle effective représente l'énergie potentielle associée à la force d'inertie d'entraînement subie dans le référentiel en rotation où le point n'a qu'un mouvement radial.

LOI Lors d'un mouvement dans un champ de force central, la relation de couplage entre les coordonnées $r(t)$ et $\theta(t)$ est la conservation du moment cinétique :

$$r^2 = \frac{\sigma}{m\dot{\theta}} \quad \text{ou} \quad \dot{\theta} = \frac{\sigma}{m r^2}$$

II – Mouvement d'un point dans un champ de force newtonien

DÉF Une force centrale est dite *newtonienne* lorsqu'elle peut s'écrire sous la forme

$$\vec{f} = -\frac{k}{r^2} \vec{u}_r \text{ avec } k \text{ une constante.}$$

LOI La force gravitationnelle est une force newtonienne avec $k = G m_1 m_2$.

LOI Pour une force newtonienne qui s'écrit $\vec{f} = -\frac{k}{r^2} \vec{u}_r$:

- si $k > 0$ alors la force est attractive
- si $k < 0$ alors la force est répulsive

LOI L'énergie potentielle associée à la force newtonienne $\vec{f} = -\frac{k}{r^2} \vec{u}_r$ s'écrit $E_p(r) = -\frac{k}{r}$.

La trajectoire d'un point matériel dans un champ de force newtonien est une conique dont le centre de force est l'un des foyers.

LOI
$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)} \quad \text{où :}$$

- p est le paramètre de la conique
- e est l'excentricité de la conique
- θ_0 est la direction de l'axe des foyers de la conique

LOI Le cercle est une conique d'excentricité nulle, *ie.* $e = 0$.

LOI L'ellipse est une conique d'excentricité e telle que $0 < e < 1$.

LOI Plus l'excentricité est faible, plus l'ellipse ressemble à un cercle.

DÉF Sur une trajectoire elliptique, le point le plus éloigné de l'astre au centre de force est appelé l'*apoastr*e, le point le plus proche est le *périastre*.

DÉF Pour un mouvement autour du Soleil, les points remarquables sur une trajectoire elliptique sont l'*aphélie* et le *périhélie*.

DÉF Pour un mouvement autour de la Terre, les points remarquables sur une trajectoire elliptique sont l'*apogée* et le *périgée*.

LOI Le demi-grand axe a de l'ellipse caractérise une ellipse de manière plus naturelle.

LOI La parabole est une conique d'excentricité $e = 1$.

LOI L'hyperbole est une conique d'excentricité $e > 1$.

LOI L'hyperbole possède deux asymptotes.

LOI Plus l'excentricité est élevée, plus les arcs d'hyperbole ressemblent à des droites.

LOI La trajectoire d'un point matériel dans un champ de force newtonien attractif peut être n'importe quel type de conique.

LOI La trajectoire d'un point matériel dans un champ de force newtonien répulsif ne peut être qu'hyperbolique.

LOI L'énergie mécanique d'un point matériel dans un champ de force newtonien :
 → est nulle sur une trajectoire parabolique
 → est strictement positive sur une trajectoire hyperbolique

LOI Un point matériel infiniment éloigné du centre de force :
 → a une vitesse nulle sur une trajectoire parabolique
 → a une vitesse non nulle sur une trajectoire hyperbolique

LOI Un point matériel dans un champ de force newtonien et sur une trajectoire circulaire a un mouvement uniforme.

LOI Un point matériel dans un champ de force newtonien et sur une trajectoire elliptique ou circulaire a une énergie mécanique strictement négative.

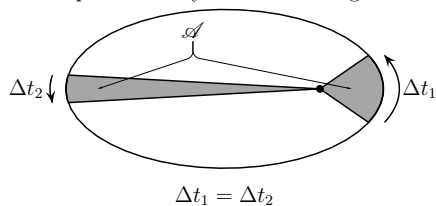
LOI L'énergie mécanique d'un point matériel dans un champ de force newtonien et dans un état lié s'écrit $E_m = -\frac{k}{2a}$ où a est le demi grand-axe de la trajectoire.

LOI Pour un point matériel en mouvement dans un champ de forces newtonien, nous pouvons écrire, pour un état lié :

$$\langle E_c \rangle = -\frac{\langle E_p \rangle}{2} \quad \text{et} \quad E_m = \frac{\langle E_p \rangle}{2} = -\langle E_c \rangle$$

LOI Les planètes tournent sur une trajectoire plane elliptique dont le Soleil occupe l'un des foyers.

Le rayon vecteur d'une planète balaye des surfaces égales en des durées égales.



LOI Dans le système solaire, le carré de la période d'une astre est proportionnel au cube du demi grand axe de sa trajectoire elliptique.

DÉF La *vitesse de satellisation* est la vitesse minimale à communiquer à un satellite par rapport au référentiel géocentrique au niveau de la surface de la Terre pour qu'il puisse être satellisé.

LOI Pour la Terre, l'intensité du champ de pesanteur se réduit, en première approximation, à l'intensité du champ de gravitation à sa surface :

$$g = \frac{G M_T}{R_T^2}$$

DÉF La *vitesse de satellisation* est la vitesse minimale à communiquer à un satellite par rapport au référentiel géocentrique au niveau de la surface de la Terre pour qu'il puisse s'éloigner à l'infini de la Terre.

III – Résolution spécifique du problème de KÉPLER

IV – En fait il s'agit d'un problème à deux corps

DÉF Un système est dit *isolé* lorsqu'aucune force extérieure ne s'exerce.

DÉF Un système est dit *pseudo-isolé* lorsque la résultante des forces extérieures est nulle.

LOI Le référentiel barycentrique associé à un système isolé est galiléen.

DÉF La *particule fictive* M d'un système isolé de deux point matériels M_1 et M_2 est le point matériel fictif de vecteur position dans le référentiel barycentrique $\vec{GM} = M_1 M_2$ et de masse $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, appelée *masse réduite*.

LOI Dans un système de deux points matériels dans lequel l'un des points a une masse très supérieure à l'autre, la particule fictive s'identifie avec le point de masse la plus faible.

LOI Le moment cinétique d'un système isolé de deux points matériel est égal au moment cinétique de sa particule fictive associée.

LOI L'énergie cinétique d'un système isolé de deux points matériel est égal à l'énergie cinétique de sa particule fictive associée.