Interaction newtonienne

Exercice 1 Trajectoire circulaire

On considère un satellite de masse m sur une trajectoire circulaire de rayon r autour d'un corps sphérique de masse M et de rayon R.

1. Déterminer en fonction de r et des constantes caractéristiques du problème : la vitesse v sur la trajectoire, la période T de révolution, le moment cinétique σ par rapport au centre de la trajectoire, l'énergie mécanique E_m.
2. Retrouver l'expression de la constante de la loi de Képler.

Exercice 2 Satellite géostationnaire

Un satellite est dit géostationnaire lorsqu'il est immobile dans tout référentiel lié à la Terre

1. Montrer que la trajectoire d'un satellite géostationnaire est obligatoirement dans le plan équatorial.
2. Déterminer l'altitude h d'un tel satellite.

Données : $g_0 = 9{,}81$ m.s^{-2} ; $R_\mathrm{T} = 6{,}37.10^6$ m ; jour sidéral : $T = 86{,}2.10^3$ s.

Exercice 3 Lancement d'un satellite

Un satellite de masse m est lancé d'une base M_0 située à la latitude λ.

Quelle énergie ΔE faut-il fournir pour le placer une une orbite circulaire de rayon r ? Exprimer le résultat en fonction de m, λ, g_0, et ω_T vitesse angulaire de la Terre dans le référentiel géocentrique. Commenter.

Exercice 4 Comète Hale – Bopp

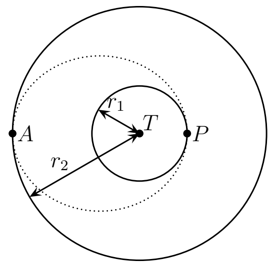
La comète Hale – Bopp a, dans le référentiel de Copernic, dont on prendra le centre S du Soleil pour origine, une trajectoire conique autour de S dont l'excentricité est $e = 0{,}995$ et la période de révolution $T = 2{,}4.10^3$ an. Pour analyser un tel mouvement, on considère que ces deux corps sont à symétrie sphérique et qu'ils forment un système isolé. On note H le centre de la comète.

1. On rappelle que l'équation de la trajectoire de la comète en coordonnées polaires (r,θ) peut s'écrire : $r = \dfrac{p}{1+e\cos\theta}$.
   (a) Donner l'allure de la trajectoire en précisant la position de S, celle de l'aphélie (point le plus éloigné de S) et du périhélie (point le plus proche de S).
   (b) Établir la relation entre p, e et le demi-grand axe a_H de l'ellipse.
2. (a) À l'aide de la troisième loi de Képler appliquée à la comète et à la Terre, calculer le demi grand axe de l'ellipse. En déduire p. On rappelle le demi-grand axe de la Terre : $a_\mathrm{T} = 1{,}49.10^{11}$ m.
   (b) Calculer, en m, la distance r_max de S à l'aphélie et la distance r_min de S au périhélie. Quelle est la distance qui sépare la Terre de la comète au périhélie de sa trajectoire ?
3. (a) Que peut-on dire de la composante radiale de la vitesse de H au périhélie et à l'aphélie ? Justifier.
   (b) Calculer la vitesse minimale v_min de la comète sachant que sa vitesse maximale a la valeur $v_\mathrm{max} = 2{,}00.10^5$ km.h^{-1}.

4. Quelle est l'énergie mécanique de la comète dans son mouvement autour du Soleil ? Calculer sa valeur en joules, sachant que sa masse vaut $m_\mathrm{H} = 2{,}0.10^{12}$ kg et que $GM_\mathrm{S} = 1{,}33.10^{20}$ m^3.s^{-2}. Commenter le signe de l'énergie.

Exercice 5 Ellipse de transfert

On désire transférer un satellite terrestre d'une orbite circulaire basse de rayon r_1 sur une orbite circulaire haute de rayon $r_2 > r_1$ (cf. schéma ci-dessous). Pour cela, en un point P de l'orbite basse, on communique à l'aide de fusées pendant un temps très court une vitesse supplémentaire faisant décrire au satellite une demi-ellipse se raccordant tangentiellement en A à l'orbite haute. Arrivé en A on communique à nouveau au satellite le supplément de vitesse lui permettant de décrire l'orbite circulaire haute.



On note g_0 l'accélération de pesanteur à la surface de la Terre et R_T le rayon terrestre.

1. Exprimer l'énergie totale du satellite sur l'orbite elliptique en fonction de $r_1 + r_2$. On rappelle que r_1 et r_2 sont les distances respectives des périgée et apogée de la trajectoire au centre de la Terre.
2. Calculer la vitesse v_1 du satellite sur son orbite basse et la vitesse v'_1 après l'utilisation des fusées ($\vec{v}_1$ et $\vec{v}_1'$ sont colinéaires).
3. À quelle vitesse v'_2 le satellite atteint-il le point A ? Quelle est la vitesse finale v_2 du satellite sur son orbite haute ?

Exercice 6 Points de Lagrange

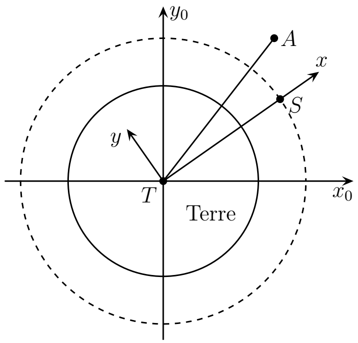
On considère, dans un référentiel galiléen $\mathscr{R}$, trois points matériels non alignés A_1, A_2 et A_3 formant un système isolé et interagissant entre eux par la loi de gravitation. On suppose que ces trois points, de masse respectives m_1, m_2 et m_3 constituent un solide et le triangle qu'ils forment tourne uniformément par rapport à $\mathscr{R}$ avec une vitesse angulaire ω perpendiculaire au plan qu'ils définissent. On étudie le système dans le référentiel $\mathscr{R}'$ où $\mathscr{R}'$ est en rotation à la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ par rapport à $\mathscr{R}$ et a pour centre G, le centre d'inertie des trois points matériels.

1. Écrire en fonction de $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ et $\vec{r}_3$ vecteurs positions de A_1, A_2 et A_3 dans $\mathscr{R}'$ et des distances $r_{12} = A_1A_2$ et $r_{13} = A_1A_3$ les forces qui s'exercent sur A_1 dans $\mathscr{R}'$.
2. Appliquer la loi fondamentale de la dynamique à A_1 dans le référentiel et simplifier l'expression puis en déduire que $r_{12} = r_{13}$.
3. En déduire que les trois points matériels sont situés aux sommets d'un triangle équilatéral dont on calculera le côté en fonction des masses et de ω.

Exercice 7 Arrimage d'un satellite

Une station orbitale S gravite autour de la Terre sur une orbite circulaire de rayon r_0.

On donne l'accélération de pesanteur à la surface de la Terre $g_0 = 9{,}81$ m.s^{-2} et le rayon terrestre $R_{\mathrm{T}} = 6{,}36.10^6$ m.



1. Trouver la vitesse de satellisation v_{s} de la station à une altitude de 900 km et calculer sa période de révolution T_0 autour de la Terre.
2. On veut arrimer à cette station un satellite artificiel A, de masse m. Pour étudier les possibilités de cet arrimage, on analyse le mouvement de A dans le référentiel tournant $\mathscr{R} = (Txyz)$ d'origine le centre T de la Terre et dont l'axe (Tx) est défini par le vecteur $\overrightarrow{TS}$. L'axe (Ty) est dans le sens du mouvement de la station.
   (a) Expliquer pourquoi l'arrimage du satellite à la station est impossible par freinage ou par accélération si A est initialement sur la même orbite que S.
   (b) Effectuer le bilan des forces exercées sur A dans $\mathscr{R}$. Écrire vectoriellement ces forces en fonction de $\vec{r} = \overrightarrow{TA}$, de la vitesse $\vec{v}$ de A par rapport à $\mathscr{R}$ et de $\omega = \dfrac{v_{\mathrm{s}}}{r_0}$.
   (c) En déduire la relation vectorielle issue de la loi fondamentale de la dynamique appliquée à A dans $\mathscr{R}$.
3. Dans le cas où $r \simeq r_0$, expliciter l'équation vectorielle précédente selon les axes (Sx) et (Sy). On fera un développement limité de r à l'ordre un en $\dfrac{x}{r_0}$ et $\dfrac{y}{r_0}$.
4. Dans le cas où A et S sont très proches l'un de l'autre, montrer que les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ de A dans $\mathscr{R}$ satisfont les équations d'évolution suivantes :

$$\ddot{x}(t) = 3\,\omega^2\,x(t) + 2\,\omega\dot{y}(t) \qquad \text{et} \qquad \ddot{y}(t) = -2\,\omega\,\dot{x}(t)$$

   (a) À quelle force soit-on attribuer les termes $2\,\omega\,\dot{y}(t)$ et $-2\,\omega\,\dot{x}(t)$?
   (b) Intégrer la deuxième équation en tenant compte des conditions initiales :

$$x(0) = 0\ ; \qquad y(0)dezero = y_0\ ; \qquad \dot{x}(0) = v_0 \quad \text{et} \quad \dot{y}(0) = 0$$

   (c) En déduire que $x(t)$ et $y(t)$ sont des fonction sinusoïdales de période T_0.
   (d) Montrer que la trajectoire de A dans $\mathscr{R}$ est une ellipse sont on déterminera le centre et les axes.
   En déduire que la durée nécessaire à l'arrimage peut s'écrire $\alpha\,T_0$, α étant à déterminer.
   Quelle doit être la valeur correspondante de y_0 ?

Exercice 8 Chute libre ou

Un corps est abandonné sans vitesse initiale à une distance du Soeil égale au rayon de l'orbite de la Terre autour du Soleil.

Caculer numériquement la durée que ce corps mettra pour atteindre le Soleil (considéré comme ponctuel) avec pour seule donnée numérique la durée de révolution de la Terre : 365,25 jours.