Mouvement de charges dans un champ ($\vec{E}$,$\vec{B}$)

Exercice 1 Modèle de l'atome de Bohr

L'atome d'hydrogène est constitué d'un proton O, de masse m_p de charge $+e$, et d'un électron M, de masse m_e et de charge $-e$, ayant un mouvement circulaire uniforme, de rayon r et vitesse v autour de O.

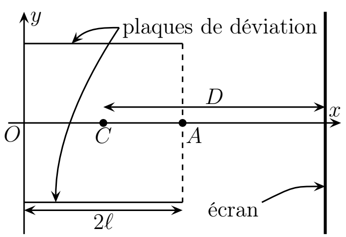
Dans le modèle de Bohr, le moment cinétique de l'électron est quantifié : $\sigma_O(M) = n\,\dfrac{h}{2\,\pi}$, où n est un entier et h la constante de Planck. Le référentiel $\mathscr{R}(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z)$ est supposé galiléen.

1. Déterminer une relation entre r, v, m, n, h.
2. Sachant que l'électron n'est soumis qu'à la force d'interaction électrostatique qui s'écrit, ici, $\vec{F} = -\dfrac{e^2}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r^2}\,\vec{u}_r$, déterminer une nouvelle relation entre r et v.
3. En déduire que r se met sous la forme $n^2\,r_0$ où r_0 est à déterminer analytiquement et numériquement.
4. Montrer que l'énergie mécanique de l'électron se met sous la forme $E_\text{m} = -\dfrac{E_0}{n^2}$. On rappelle que l'énergie potentielle s'écrit $E_\text{p} = -\dfrac{e^2}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r}$.
5. En supposant que l'électron est dans son état fondamental ($n = 1$), calculer numériquement la vitesse de l'électron ainsi que l'énergie d'ionisation de l'atome (l'exprimer en eV).

Données : $h = 6{,}64.10^{-34}$ J.s ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $\varepsilon_0 = 8{,}84.10^{-12}$ SI ; $m_\text{e} = 9{,}1.10^{-31}$ kg.

Exercice 2 Oscilloscope analogique

Dans un oscilloscope analogique, les électrons émis par le canon à électrons et accélérés parviennent en O avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{u}_x$. Ils entrent alors entre les plaques de déviation verticale de longueur $2\,\ell$.



1. Le champ entre les plaques est $\vec{E} = E_0\,\vec{u}_y$. Déterminer l'équation du mouvement des électrons entre les plaques et leur mouvement ultérieur.
2. Si on place un écran à la distance D du centre C des plaques, calculer l'ordonnée Y du point de contact de l'électron sur l'écran.

Exercice 3 Tombent les gouttes

On observe le mouvement rectiligne et uniforme, suivant la verticale, d'une gouttelette de glycérine A, sphérique, de rayon r ; la gouttelette est soumise à son poids et à une force de frottement fluide, donnée par la loi de Stokes : $\vec{F} = -6\,\pi\,\eta\,r\,\vec{v}$ où η est le coefficient de viscosité de l'air. En l'absence de champ électrique, A tombe avec une vitesse limite de valeur v_lim.

En présence d'un champ électrique uniforme et constant $\vec{E}$, de direction verticale, de norme E, la gouttelette remonte. La masse volumique de la glycérine est ρ.

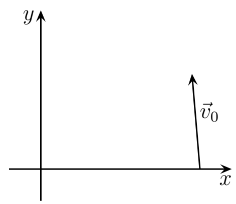
1. Déterminer la dimension de η.
2. Montrer que la vitesse suivant la verticale tend vers une vitesse limite v_lim en l'absence de $\vec{E}$. On posera $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{6\,\pi\,\eta\,r}{m}$. Calculer numériquement r.
3. Que devient la vitesse en présence de $\vec{E}$?
4. Un observation prolongée montre que la vitesse subit, par instant, des variations brusques. On mesure en particulier les valeurs suivantes exprimées en mm.s^{-1} : $v_1 = 0{,}270$; $v_2 = 0{,}080$; $v_3 = 0{,}175$; $v_4 = 0{,}363$; $v_5 = 0{,}458$.

   Montrer que ces mesures permettent de conclure à l'existence d'une charge élémentaire. Calculer cette charge.

Données : $\eta = 1{,}8.10^{-5}$ S.I. ; $v_\text{lim} = 0{,}392$ mm.s^{-1} ; $\rho = 810$ kg.m^{-3} ; $E = 400$ kV.m^{-1} ; $g = 9{,}80$ m.s^{-2}.

Exercice 4 Mouvement d'une particule chargée

Une particule non relativiste de charge q de masse m pénètre à $t = 0$ avec une vitesse initial $\vec{v}_0$ en un point A dans une région où règne un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B} = -B\,\vec{u}_z$.

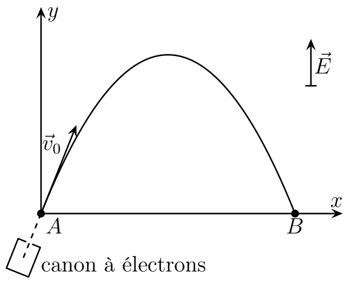


Elle évolue dans un milieu fluide qui exerce sur elle une force $\vec{f} = -k\,\vec{v}$ (k constante positive). On posera $\lambda = \dfrac{k}{m}$ et $\dfrac{q\,B}{m} = \omega$. Les conditions initiales sont : $\overrightarrow{OA} = a\,\vec{u}_x$ et $\vec{v}(0) = -a\,\lambda\,\vec{u}_x + a\,\omega\,\vec{u}_y$.

Déterminer la trajectoire de la particule.

Exercice 5 Focalisation d'électrons

Des électrons, préalablement accélérés par une tension V, pénètrent par la fente A supposée très fine dans une région où règne un champ électrique uniforme $\vec{E} = E\,\vec{u}_y$. On désire recueillir ces électrons à travers une fente B pratiquée dans le plan opaque (xOy), à la distance $AB = L$ de A.



On peut repérer l'angle α que fait le vecteur $\vec{v}_0$ des électrons en A avec l'axe (Ax), ainsi que la norme et le sens du champ électrostatique $\vec{E}$. Le vecteur $\vec{v}_0$ est supposé contenu dans le plan (xOy).

1. Quelles sont les valeurs optimales à donner à α et à $\vec{E}$ pour réaliser la focalisation de ces électrons, sachant que le faisceau incident présente une faible dispersion angulaire $\Delta\alpha$? (*ie.* α compris entre $\alpha_0 - \dfrac{\Delta\alpha}{2}$ et $\alpha_0 + \dfrac{\Delta\alpha}{2}$.)
2. La largeur de la fente placée en B étant ΔL, donner un ordre de grandeur de la dispersion angulaire $\Delta\alpha$ acceptable pour ne pas atténuer sensiblement l'intensité du faisceau d'électrons étudié.

Données : $V = 10$ kV ; $L = 20$ cm ; $\Delta L = 2{,}0$ mm.

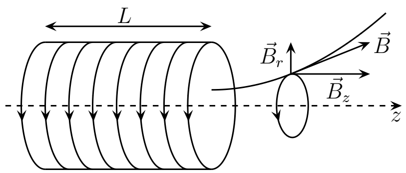
Exercice 6 CADRE MOBILE

Un cadre carré indéformable, de côté a, constitué de N spires parcourues par un courant constant I est mobile autour d'un axe Δ, parallèle à deux de ses côtés et passant par le centre des deux autres. Il est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et orthogonal à l'axe.

1. Quel est le moment scalaire des actions magnétiques qui s'exercent sur le cadre ?
2. En déduire la valeur maximale pour $N = 100$, $I = 0{,}40$ A ; $a = 5{,}0$ cm et $B = 100$ mT.

Exercice 7 ACTION SUR UN PETIT CIRCUIT

La figure ci-dessous représente un solénoïde circulaire $\mathscr{S}$ de rayon a et de longueur L. Une spire circulaire $\mathscr{C}$ de rayon $b \ll a$ est placée en avant d'une face du solénoïde. $\mathscr{C}$ et $\mathscr{S}$ ont (Oz) pour axe commun et sont parcourus respectivement par les intensités $I > 0$ et $i > 0$ (courants de même sens).



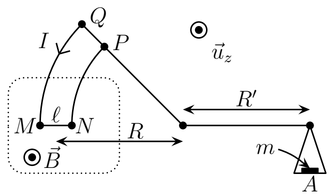
On constate expérimentalement que $\mathscr{C}$ subit une force $\vec{F} = F\,\vec{u}_z$ avec $F < 0$ qui tend l'attirer vers l'intérieur de $\mathscr{S}$. En déplaçant $\mathscr{C}$ le long de l'axe, on constate que cette force est particulièrement intense quand $\mathscr{C}$ se trouve au voisinage de la face de sortie de $\mathscr{S}$.

1. Expliquer l'origine physique de la force observée sur $\mathscr{C}$ et pourquoi seule la composante B_r est à considérer dans l'origine de cette force.

2. Montrer que, au voisinage de l'axe, on a $B_r = -\dfrac{r}{2} \times \dfrac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z}$.
3. Montrer que la force subie par le petit circuit vaut $F = \mathscr{M} \times \dfrac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}z}$ où $\mathscr{M} = i\,\pi\,b^2$.
4. Déterminer analytiquement l'expression de $F(z)$ et numériquement les valeurs de $\dfrac{z_0}{R}$ pour laquelle la force est effectivement la plus intense pour $\dfrac{L}{R}$ valant 1, 2, 5 puis 10.

Exercice 8 BALANCE DE COTTON

Une balance de COTTON, réservée aujourd'hui au seul usage pédagogique, permet de mesurer un champ magnétique dans une zone où se dernier est pratiquement uniforme, par exemple dans l'entrefer d'un électroaimant. Le circuit mobile est un circuit plan constitué d'une portion rectiligne MN de longueur ℓ, comprise entre deux arcs conducteurs MQ et NP ; les centres de courbure de MQ et NP coïncident avec l'intersection O du plan du circuit et de l'axe de rotation. L'équilibre de la balance est réalisé à l'aide de masses marquées que l'on place en A sur le plateau accroché à l'extrémité du fléau.



1. Évaluer les actions de LAPLACE s'exerçant sur les brins du circuit mobile, lorsque celui-ci est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ qui lui est orthogonal.
2. Écrire la condition d'équilibre.
3. Calculer B.

Données : $R = R' = 30$ cm ; $\ell = 2{,}0$ cm ; $I = 5{,}0$ A ; $m = 2{,}0$ g.