Optique

Chapitre 2

Voir par réflexion

Voir par réflexion

Dans ce chapitre nous allons aborder d'autres dispositifs optiques : les miroirs. Dans une première partie, nous étudierons plus particulièrement les miroirs sphériques, dont le rôle est la formation d'image et dans une deuxième partie, nous verrons le cas particulier du miroir plan ainsi que quelques exemple de dispositifs comportant plusieurs miroirs.

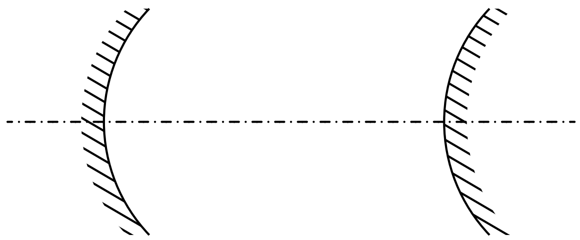
I – Voir à travers un miroir sphérique

I·1 – Phénoménologie

I·1·*i* – deux types de miroirs

Distribuer des miroirs à tout le monde.

Un *miroir sphérique* est un miroir dont la face réfléchissante est sphérique.



✧ Il existe deux types de miroirs :
- ➜ ceux dont la face creuse est réfléchissante : ce sont des miroirs *concaves* ou *convergents*
- ➜ ceux dont la face bombée est réfléchissante : ce sont des miroirs *convexes* ou *divergents*

I·1·*ii* – voir « à travers » un miroir

✧ Pour voir quelque chose de manière nette, rappelons qu'il est nécessaire :
- ➜ que chaque point de l'objet émetteur envoie un faisceau lumineux dont une partie sera captée par l'œil
- ➜ que le point origine de faisceau soit entre les punctums proximum et remotum de l'œil

Essayez de voir nettement par réflexion dans les miroirs un objet lointain.

✧ Nous pouvons constater les faits suivants :
- ➜ il faut s'éloigner beaucoup avec un miroir CV
- ➜ il faut s'éloigner un peu moins avec un miroir DV

Essayez de voir ce que devient la lumière des lampes du plafond après réflexion sur les miroirs.

✧ Nous constatons :
  ➜ que la lumière semble se regrouper après le miroir CV
  ➜ que la lumière semble s'écarter après le miroir DV

Essayez de projeter les lampes sur une feuilles blanches.

✧ Comme il est possible de voir la lampe se dessiner sur la feuille, cela signifie :
  ➜ que chaque point de la feuille émet un faisceau lumineux provenant d'un et d'un seul point de la lampe
  ➜ que le trajets des rayons lumineux émis par chaque point de la lampe ont été modifiés par la réflexion sur le miroir

✧ Pour les plus habiles, nous pouvons constater que l'image de la lampe est d'autant plus belle et nette que la feuille de papier **et** le miroir sont dans des plans parallèles à la lampe.

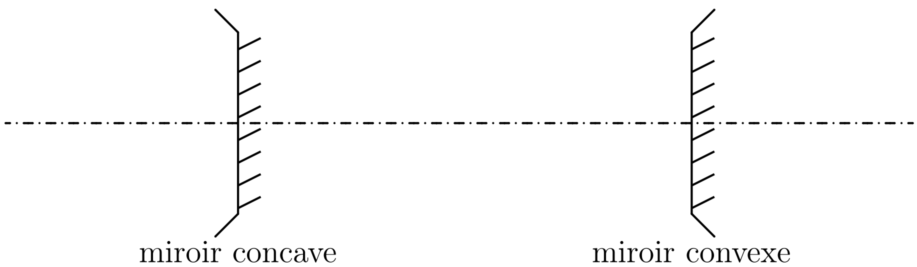
✧ Finalement, nous pouvons constater que la phénoménologie est exactement identique à celle des lentilles (les miroirs CV se comportant comme des lentilles CV et les miroirs DV se comportant comme des lentilles DV).

I·2 – Constructions graphiques

I·2·*i* – schématisation des miroirs

Un miroir sphérique est caractérisé par deux choses :
➜ son axe, appelé *axe optique*
➜ une distance focale image $f' \gtrless 0$

✧ L'axe permet de préciser dans quelle direction le miroir fonctionne bien alors que la distance focale permet de caractériser à quel point le miroir fait converger ou diverger les rayons lumineux.



Le point où l'axe optique intersecte le miroir est appelé *sommet* et est souvent noté S.

Par convention, lorsque $f' < 0$, le miroir est convergent et lorsque $f' > 0$, le miroir est divergent.

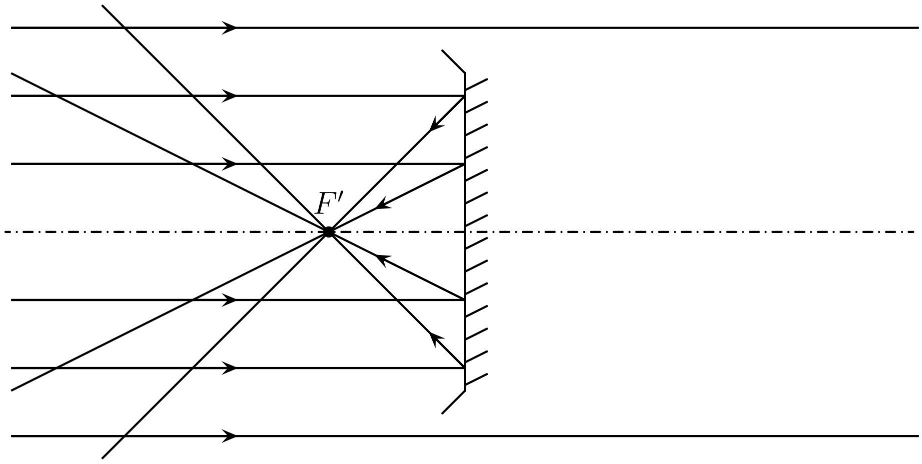
STOP la convention est inverse de celle utilisée pour les lentille. Le choix de cette convention s'expliquera lorsque nous verrons les relations de conjugaison.

I·2·*ii* – action d'un miroir sur un faisceau particulier

✫ point à l'infini

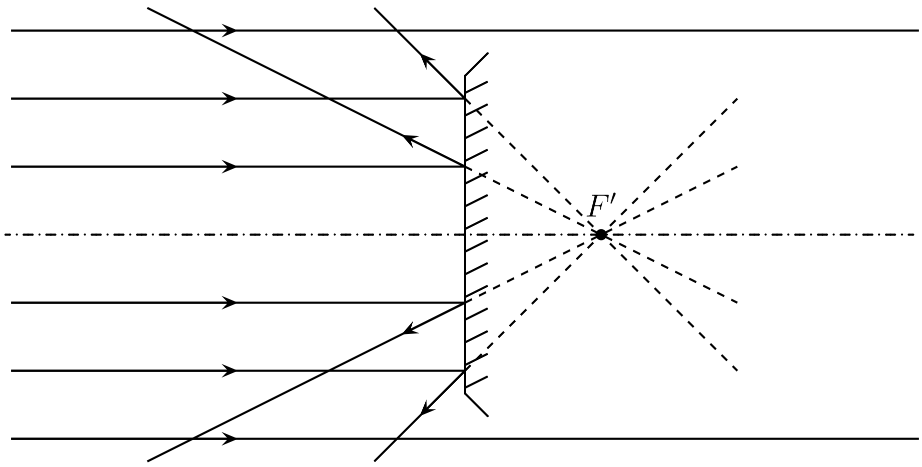
✧ Considérons un point à l'infini éclairant un miroir.

✧ Comme nous avons pu le voir avec les petites expériences avec les lampes, il a été possible de faire converger ce faisceau de manière à ce qu'un seul point de la feuille en soit, après, l'émetteur.



> Un faisceau parallèle à l'axe arrivant sur un miroir convergent :
> ➜ converge après le miroir **pour la lumière**
> ➜ se focalise à une distance $|f'| > 0$ après réflexion
> Le point de convergence de ce faisceau particulier est appelé *foyer principal image* et est noté F'.

✧ Pour un miroir divergent, le phénomène est identique, sauf que, comme son nom l'indique, le faisceau sera divergent suite à la réflexion sur le miroir.



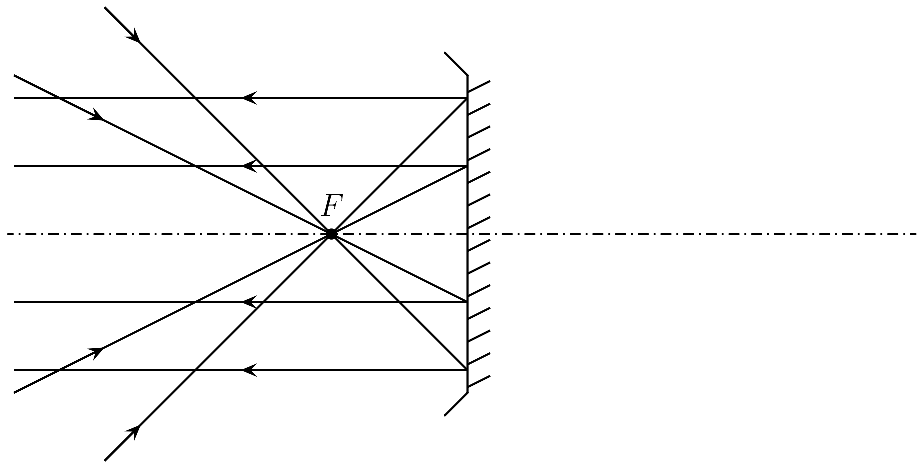
> Un faisceau parallèle à l'axe arrivant sur un miroir divergent :
> ➜ diverge après réflexion
> ➜ semble diverger depuis un point situé à une distance $f' > 0$ derrière le miroir
> Le point de divergence de ce faisceau particulier est appelé *foyer principal image* et est noté F'.

Le foyer principal image est l'image à travers le miroir d'un point objet situé à l'infini dans l'axe du miroir : $\infty \xrightarrow{\mathscr{M}} F'$.

✭ et le contraire

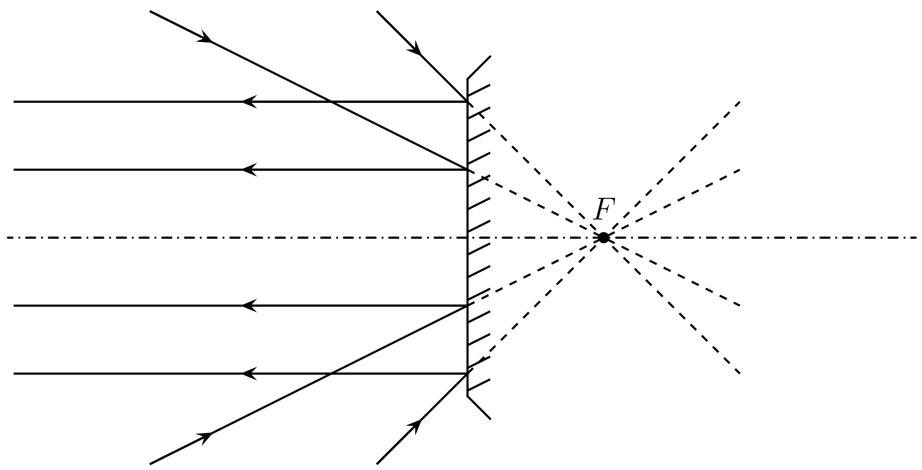
✧ Reprenons les phénomènes constatés précédemment et appliquons le principe de retour inverse. Cela revient à dessiner exactement les mêmes schéma mais avec les flèches orientées dans l'autre sens.

✧ Que constatons-nous pour le miroir convergent ?



Lorsqu'un faisceau est émis d'un point sur l'axe situé à une distance $|f'| > 0$ avant le miroir, il en ressort parallèle après et dans la direction de l'axe.
Ce point particulier est appelé *foyer principal objet* et est noté F.

✧ Et pour le miroir divergent ?



Lorsqu'un faisceau converge vers un point de l'axe situé à une distance $|f'| > 0$ après le miroir, il en ressort parallèle après et dans la direction de l'axe.
Ce point particulier est appelé *foyer principal objet* et est noté F.

Le foyer principal objet est tel que son image à travers le miroir soit à l'infini :
$F \xrightarrow{\mathscr{M}} \infty$.

Pour les miroirs sphériques, les foyers principaux objet et image sont confondus.
Ainsi comme F et F' sont du même côté du miroir, la *distance focale objet* notée f vaut, par définition, $f \triangleq +f'$.
La distance focale objet d'un miroir convergente est toujours négative, celle d'un miroir divergent est toujours positive.

✯ finalement

Pour savoir où se situent les foyers principaux objet et image d'un miroir, il suffit juste de connaître le type du miroir : les foyers sont toujours à l'intérieur de la courbure.

✧ Phénoménologiquement, il est fondamental de se rappeler les lois suivantes, identiques à celles des lentilles :

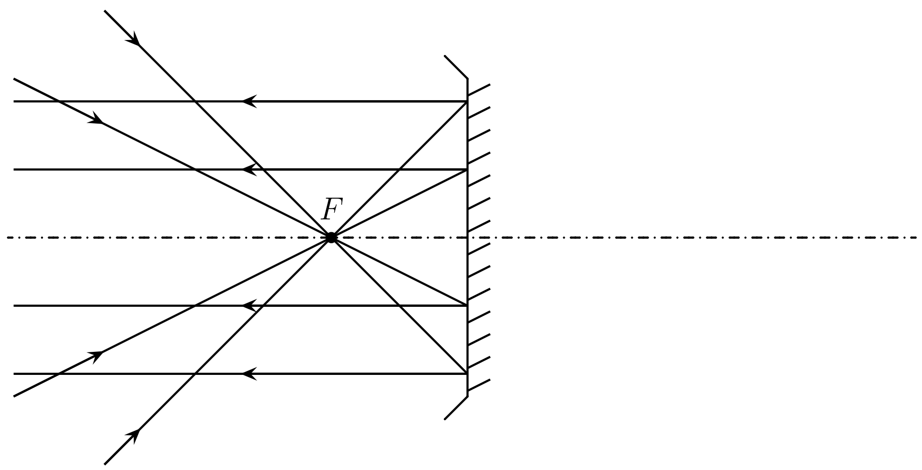
Lorsqu'un faisceau arrive sur un miroir convergent, il est réfléchi un peu plus fermé.

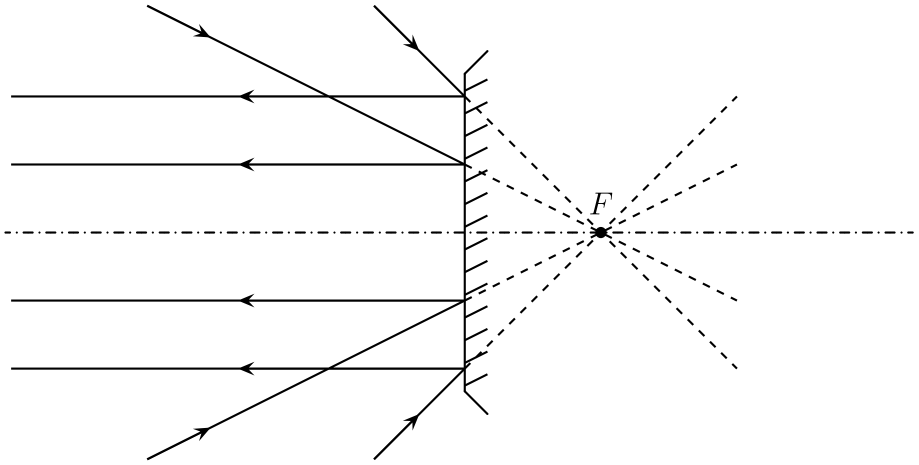
Lorsqu'un faisceau arrive sur un miroir divergent, il est réfléchi un peu plus ouvert.

I·2·*iii* – rayons particuliers

✯ rayons arrivant en direction du foyer principal objet

✧ Comme pour les lentilles, lisons les schémas précédents à l'aide de la loi d'indépendance des rayons lumineux.

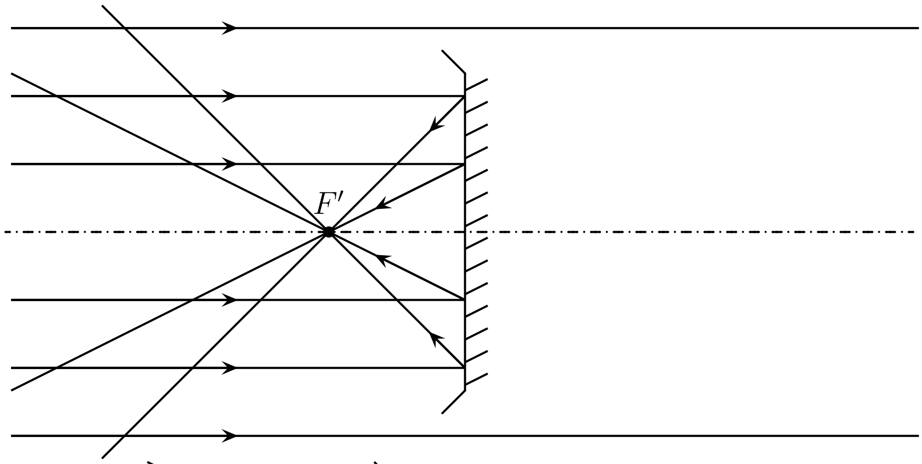


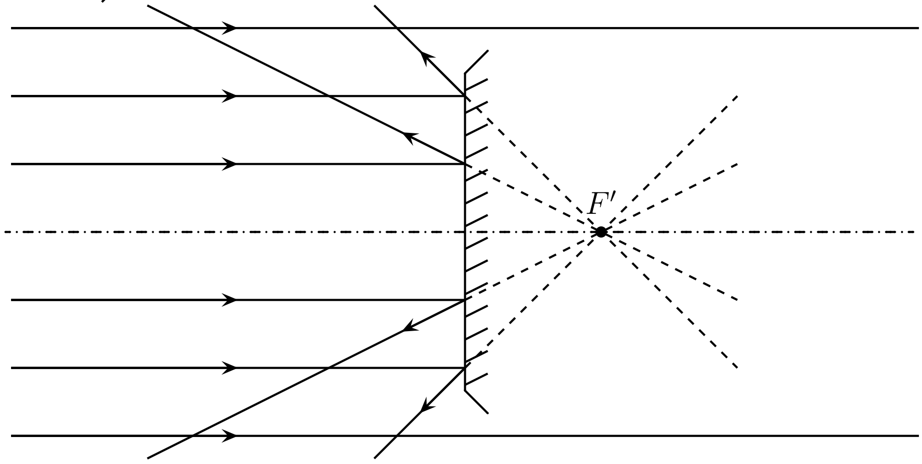


Un rayon lumineux qui arrive en direction du foyer principal objet F est réfléchi parallèlement à l'axe optique.

Ne pas oublier que le « en direction de » est important à cause du foyer F virtuel du miroir divergent !

✯ rayons arrivant parallèlement à l'axe optique





Un rayon lumineux qui arrive parallèlement à l'axe optique est réfléchi en direction du foyer principal image F'.

✭ rayons se dirigeant vers le centre

✧ Comme pour les lentilles, les rayons précédents suffisent, mais il vaut mieux en avoir davantage.

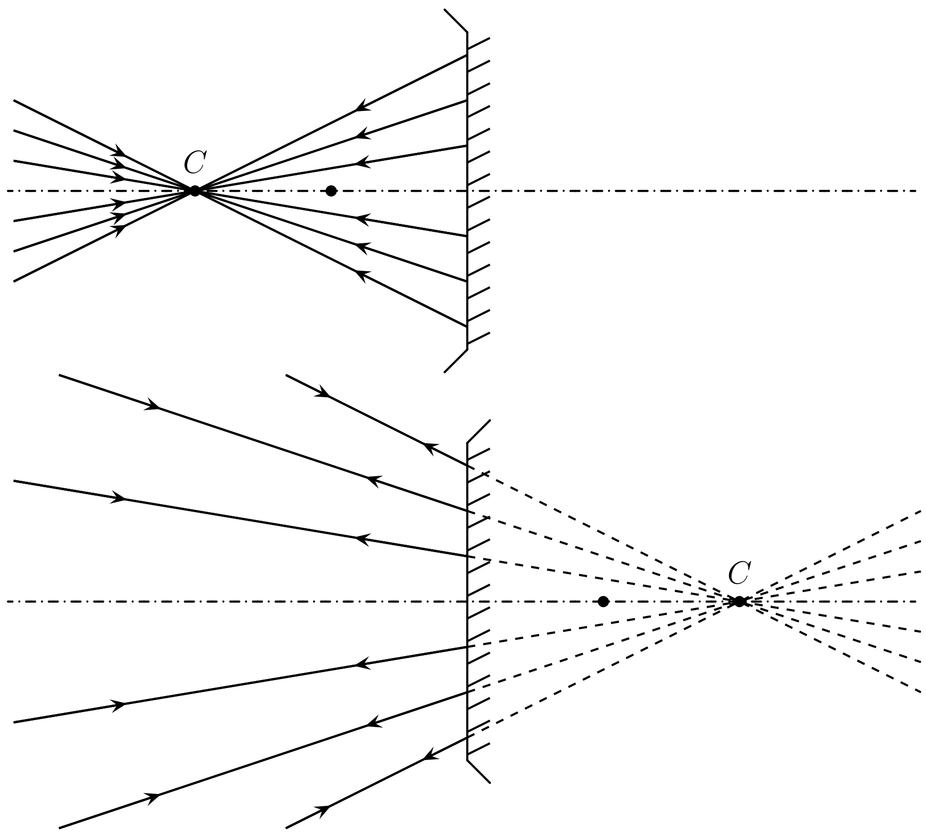
> Le centre d'un miroir est noté C et est tel que F les foyers soient au milieu du centre et du sommet.

✧ Et comme le centre d'un miroir n'est autre que le centre de la sphère qui porte le miroir, nous avons :

> Le rayon de courbure d'un miroir est deux fois plus grand que sa distance focale (en valeur absolue).

✧ Il faut aussi savoir la propriété suivante :

> Un rayon lumineux dirigé vers le centre C d'un miroir est réfléchi sur lui-même : il garde la même direction.



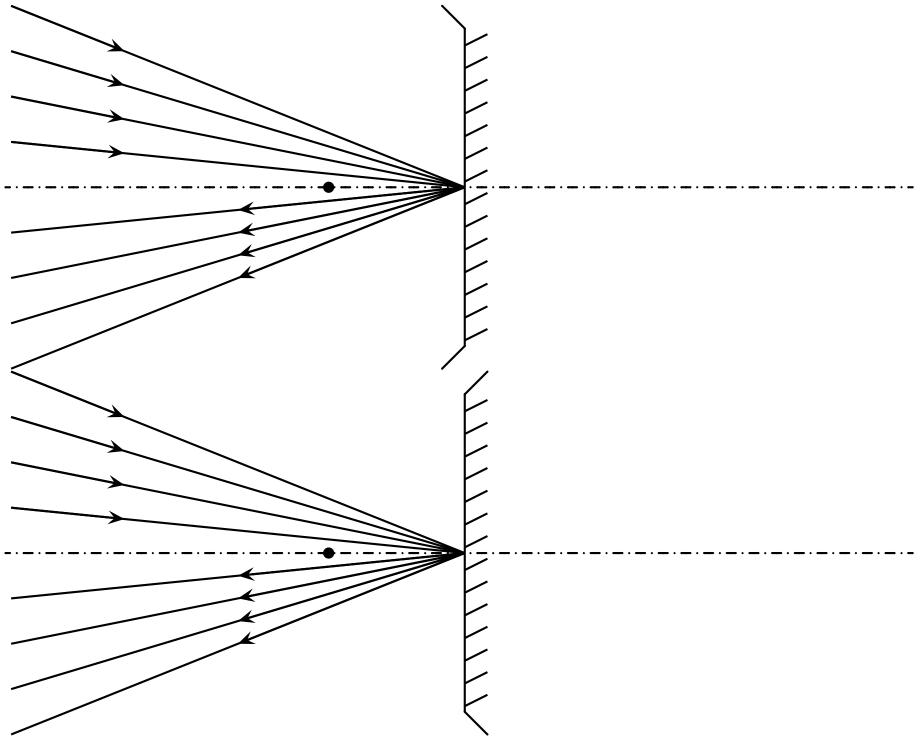
✧ C'est ici que le « n'est pas dévié » est important. Car le rayon lumineux se réfléchissant sur le miroir est fortement dévié puisqu'il est renvoyé d'où il vient ! Il est même impossible de faire une plus grande déviation.

> Optiquement parlant l'image du centre d'un miroir est sur le centre : $C \xrightarrow{\mathscr{M}} C$.

✭ rayons se réfléchissant sur le sommet

✧ Alors que pour les lentilles, il n'y a que 3 types de rayons lumineux particuliers, ici il y a en a 4.

Un rayon arrivant sur le sommet S d'un miroir se réfléchit symétriquement à l'axe optique.



✧ Nous pouvons remarquer que, pour les deux types de miroirs, le comportement est le même.

Optiquement parlant, l'image du sommet est superposée à lui-même : $S \xrightarrow{\mathscr{M}} S$.

✧ C'est un rayon pas forcément facile à dessiner mais qui est très pratique pour la démonstration de quelques lois.

✧ Il s'agit en fait, comme nous le verrons plus tard, du seul endroit où nous voyons les lois de Snell – Descartes pour les miroirs sphériques.

I·2·*iv* – image d'un objet

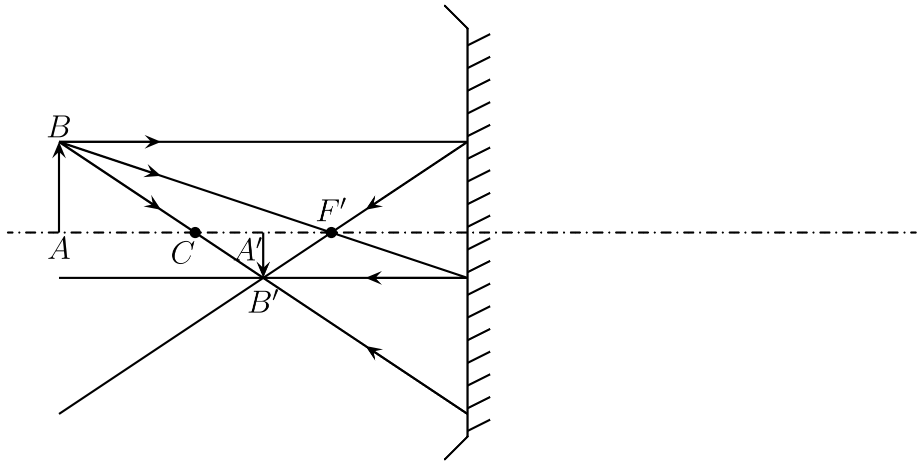
✯ le principe général

✧ Il est identique à celui utilisé pour les lentilles :
- ➜ la construction de quelques rayons particuliers associés à un point objet en dehors de l'axe permet de trouver l'image de ce point
- ➜ le stigmatisme permet de trouver le trajet de n'importe quel rayon définissant ce point objet
- ➜ l'aplanétisme permet de trouver toute les images de n'importe quel point objet situé dans le même plan orthogonal à l'axe

✯ exemples

☯ objet réel

✧ Cherchons l'image par réflexion sur un miroir concave d'un objet situé à environ 2 distances focales du foyer.



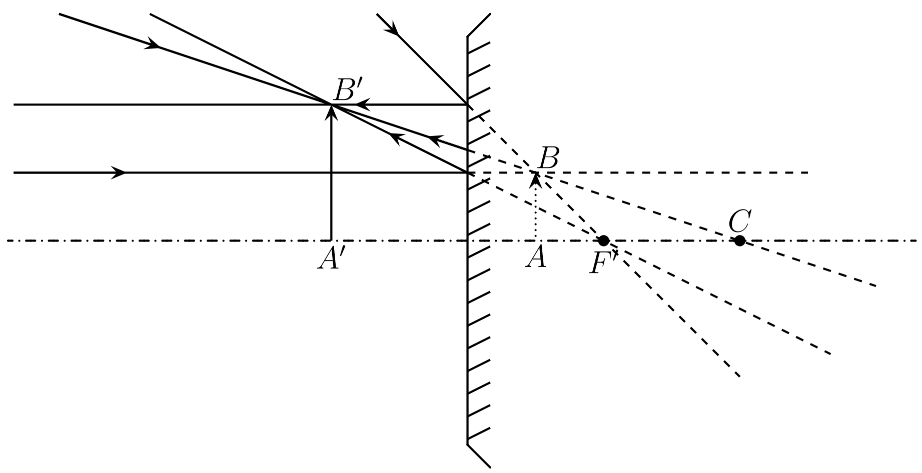
✧ L'image est réelle car à l'intersection de vrais rayons lumineux.

> Pour les miroirs les images réelles se situent *après* le miroir dans le sens de propagation de la lumière *après* réflexion.

✧ Nous pouvons constater que le faisceau issu de B et se réfléchissant sur le miroir est effectivement plus resseré juste après la réflexion.

☯ objet virtuel

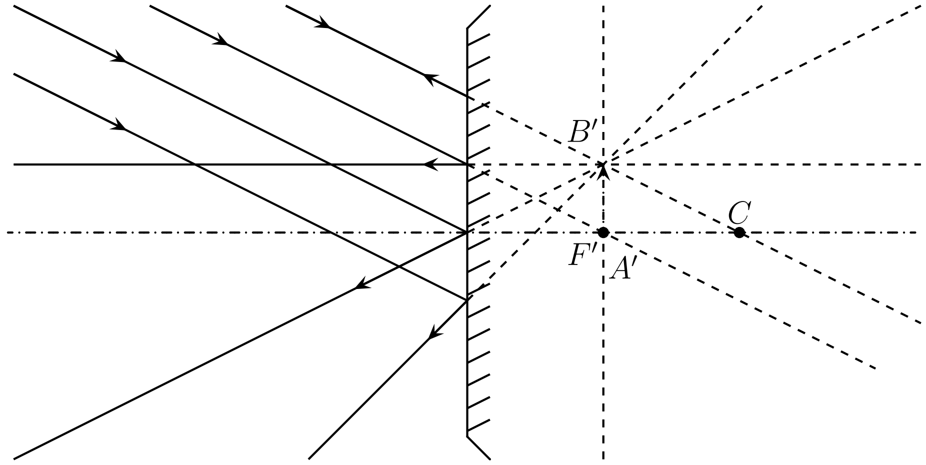
✧ Cherchons l'image par réflexion sur un miroir convexe d'un objet virtuel situé à environ à mi-chemin entre le sommet et le foyer.



✧ Nous pouvons constater que le faisceau issu de B et se réfléchissant sur le miroir est effectivement plus écarté juste après la réflexion.

☯ objet à l'infini

✧ Aucune surprise de ce côté là.



✧ Ici, l'image est virtuelle car définie par des rayons virtuels.

> Pour les miroirs, les images virtuelles se situent *avant* le miroir dans le sens de propagation de la lumière *après* réflexion.

✧ Nous pouvons constater que le faisceau issu de B et se réfléchissant sur le miroir est effectivement plus écarté juste après la réflexion puisqu'il est divergent.

☯ exemples simulé

Montrer les documents 1, 2, 3 et 4.

✧ Le document 1 montre le cas d'une image réelle avec un objet réel. Nous pouvons constater que l'image est assez proche du foyer.
✧ Le document 2 montre le cas d'une image virtuelle avec un objet réel. Ici aussi, nous pouvons constater que l'image est assez proche du foyer.
✧ Le document 3 illustre le caractère indépendant des rayons lumineux : même si les rayons particuliers ne se réfléchissent pas, l'image peut néanmoins se former.
✧ Le document 4 illustre le caractère aplanétique des miroirs : deux objets dans un plan perpendiculaire à l'axe du miroir donnent des images perpendiculaires à l'axe du miroir.

I·2·v – objet d'une image

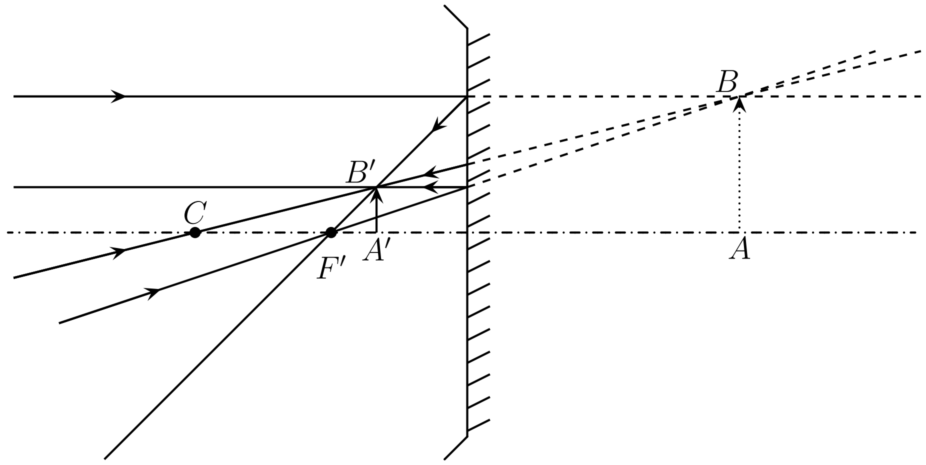
✯ le principe général

✧ Il est identique à celui utilisé pour les lentilles :
   ➜ soit nous cherchons d'où viennent certains rayons particuliers définissant l'image (et ensuite nous pouvons utiliser le stigmatisme et l'aplanétisme)
   ➜ soit nous utilisons le principe de retour inverse
✧ Si l'utilisation du principe de retour inverse est déconseillée pour les lentilles, elle ne l'est pas pour les miroirs car le changement de sens de propagation ne modifie pas les positions des foyers principaux objet et image des miroirs.

✯ exemples

☯ avec un miroir convergent

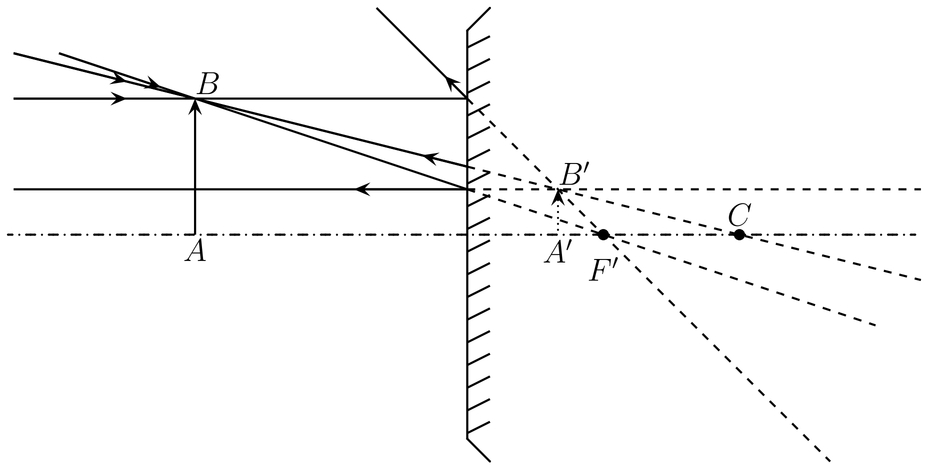
✧ Prenons $FA \simeq |f'|/3$.



✧ Nous pouvons constater que le faisceau issu de B et se réfléchissant sur le miroir est effectivement plus resseré juste après la réflexion.

☯ avec un miroir divergent

✧ Prenons $FA \simeq |f'|/3$.



✧ Nous pouvons constater que le faisceau issu de B et se réfléchissant sur le miroir est effectivement plus écarté juste après la réflexion.

I·2·*vi* – un rayon quelconque

✯ le principe général

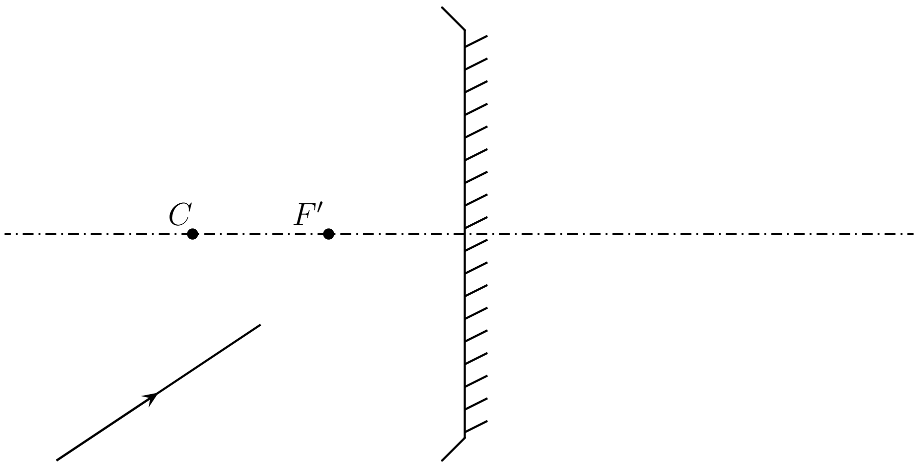
✧ Il est identique à celui utilisé pour les lentilles :
- ➜ considérer le rayon comme faisant partie d'un faisceau associé à un objet fictif ou une image fictive
- ➜ trouver respectivement soit l'image fictive soit l'objet fictif associé
- ➜ utiliser le stigmatisme pour déterminer entièrement la marche du rayon

✯ exemples

✧ La plupart du temps, pour simplifier les construction nous choisirons un objet ou une image fictive situé à l'infini, *ie.* tel que le faisceau fictif associé soit un faisceau parallèle.

☯ avec un miroir convergent

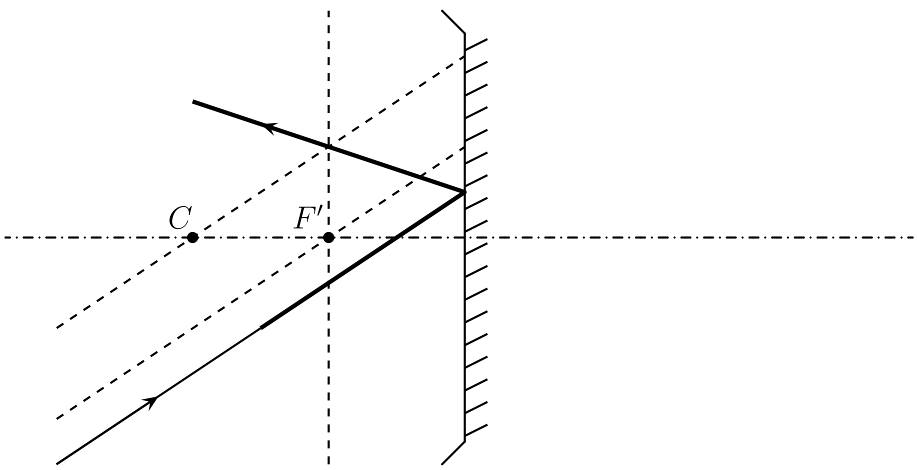
✧ Considérons la situation suivante.



✧ Comme il s'agit de trouver la marche d'un rayon incident, nous allons l'associer à un point objet à l'infini (donc correspondant à un faisceau parallèle) et dont l'image est dans le plan focal image F'.

✧ La construction est donc la suivante. Les rayons fictifs sont représentés en pointillés.

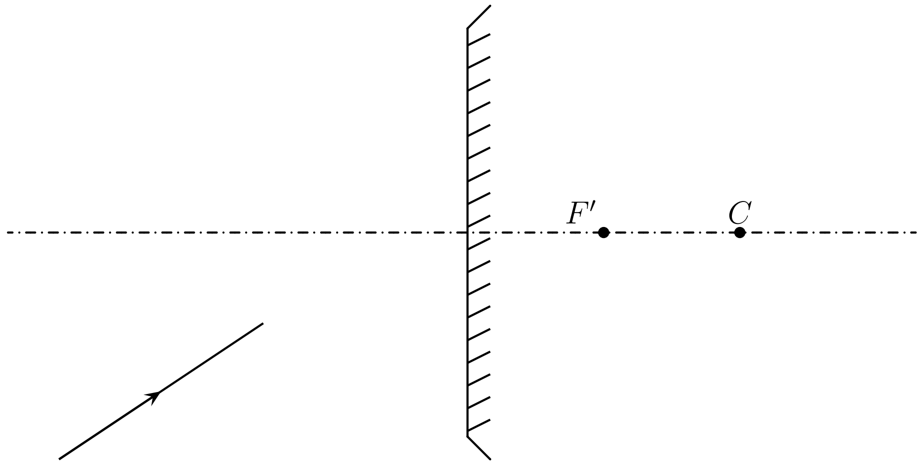
☕ *Remarque* : normalement, dans un soucis de rigueur, il conviendrait de représenter les rayons fictifs d'une autre manière que les rayons virtuels car ils n'ont pas du tout le même statut physique. Toutefois comme ce n'est pas la tradition nous continuerons à les tracer de la même manière.



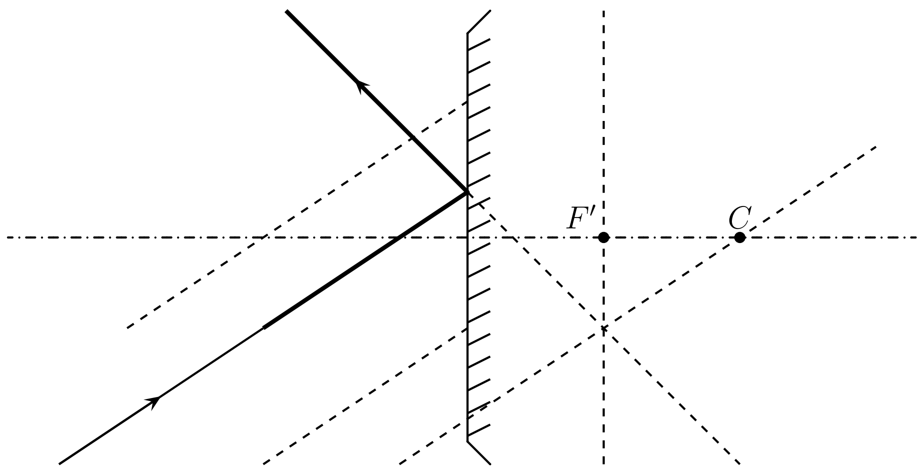
✧ Nous pouvons vérifier que le faisceau fictif est bien convergent juste après la réflexion.

☯ avec un miroir divergent

✧ Considérons la situation suivante.



✧ Il s'agit d'une situation analogue : nous avons à trouver le rayon réfléchi d'un rayon incident. Nous allons donc introduire un objet fictif à l'infini dont l'image fictive sera dans le plan focal image.



méthode spéciale miroir

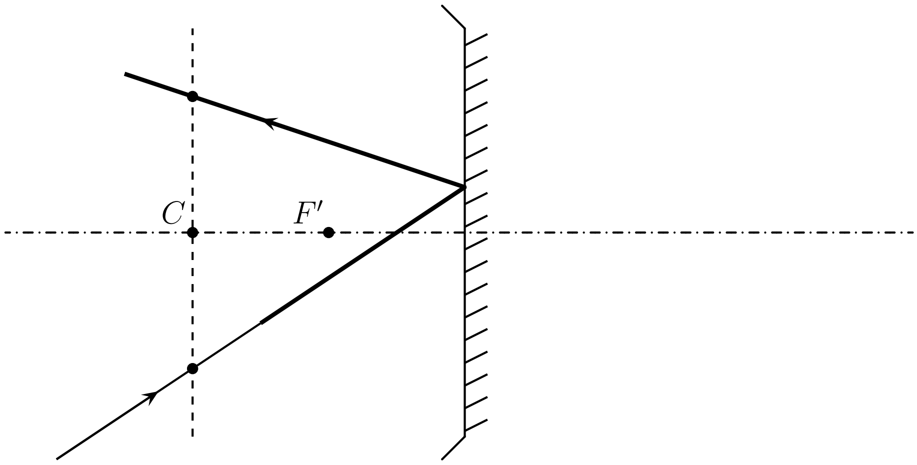
✧ Utilisons le stigmatisme non pas pour un objet ou une image fictif à l'infini, mais pour un objet (ou une image) fictif dans le plan contenant le centre C du miroir.

✧ Optiquement, nous avons $C \xrightarrow{\mathscr{M}} C$ avec un grandissement $\gamma = -1$.

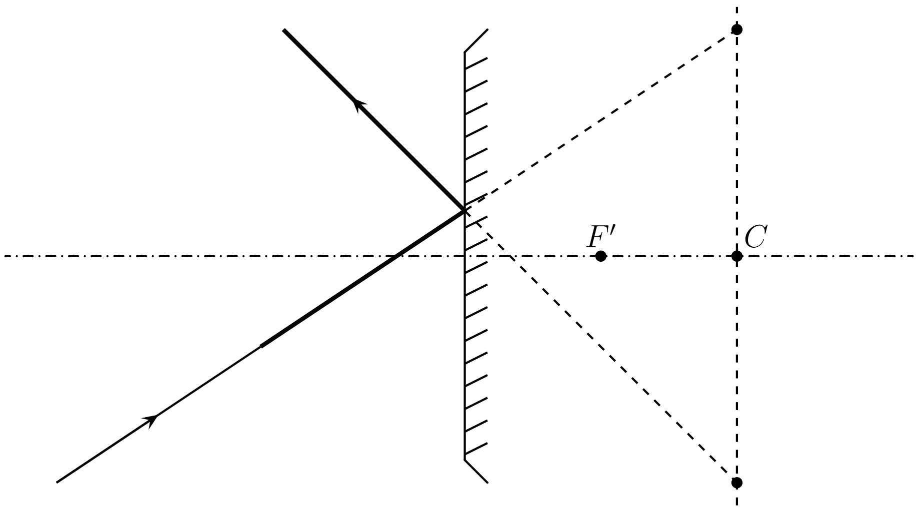
✧ Il suffit alors :

- ➜ de trouver le point A à l'intersection du plan contenant le centre C et le rayon incident, ce sera l'objet fictif
- ➜ de tracer A' symétrique de A par rapport à l'axe optique, de manière à avoir tout de suite l'image fictive associée.
- ➜ de tracer le rayon réfléchi dont la direction contient A' (propriété de stigmatisme)

✧ Cela donne avec un miroir convergent.



✧ Et avec un miroir divergent.



I·2·*vii* – idoinotons

✧ À vous de jouer.

Faire faire les constructions.

I·3 – Trois points de vue

I·3·*i* – le plus facile : vue du foyer – Newton

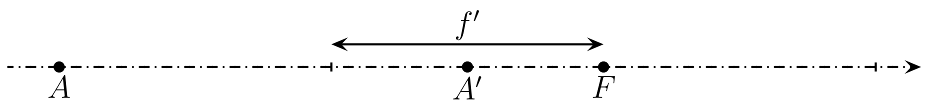
✫ énoncé

Pour un miroir $\mathscr{M}$ de foyers F et F', qu'il soit convergent ou divergent, quel que soit le sens d'algébrisation, lorsque nous avons $A \xrightarrow{\mathscr{M}} A'$, nous pouvons écrire :

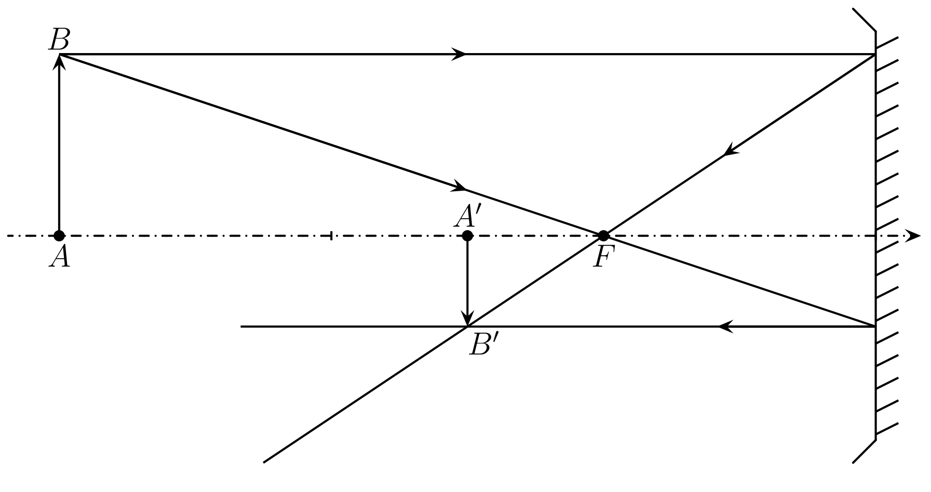
$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f\,f' \quad \text{ou} \quad \overline{FA} \cdot \overline{FA'} = +f'^2 \qquad \text{et} \qquad \gamma = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

✯ lecture

- Cette loi, écrite sous la forme $\overline{FA} \cdot \overline{F'A} = f\,f'$ est rigoureusement identique à celle pour les lentilles.
- La lecture de cette loi est identique à celle faite pour les lentilles.
- Tout d'abord ces relations de Newton sont des « vues du foyer », *ie.* les positions sont repérées par rapport aux foyers objet et image de la lentille : $\overline{FA}$ et $\overline{F'A'}$. L'objet est repéré par rapport au foyer objet, l'image par rapport au foyer image.
- Étant donné la relation de conjugaison, A et A' sont du même côté du foyer : si $\overline{FA}$ est positif, $\overline{F'A'}$ le sera aussi et réciproquement.
- Avec cette relation de conjugaison, nous retrouvons bien :
  - ➜ $\infty \xrightarrow{\mathscr{M}} F'$ car lorsque $\overline{FA} \to \pm\infty$, $\overline{F'A'} \to 0$
  - ➜ $F \xrightarrow{\mathscr{M}} \infty$ car lorsque $\overline{FA} \to 0$, $\overline{F'A'} \to \pm\infty$
  - ➜ $C \xrightarrow{\mathscr{M}} C$ car lorsque $\overline{FA} = \overline{FC}$, $\overline{F'A'} = \dfrac{\overline{F'C}^2}{\overline{FC}} = \overline{F'C}$
  - ➜ $S \xrightarrow{\mathscr{M}} S$ car lorsque $\overline{FA} = \overline{FS}$, $\overline{F'A'} = \dfrac{\overline{F'S}^2}{\overline{FS}} = \overline{F'S}$
- Comme pour les lentilles, cette relation est très simple puisqu'il s'agit d'une unique multiplication. Obtenire la position de A' ou de A connaissant l'autre est donc très simple. Et c'est d'ailleurs la méthode la plus simple si les positions de F et F' sont connues.
- Cette relation ne se soucie pas ni du sens de propagation de la lumière, ni du caractère convergent ou divergent de la lentille. Il suffit « juste » de savoir où sont F, F' et A. Par exemple avec la construction suivante :

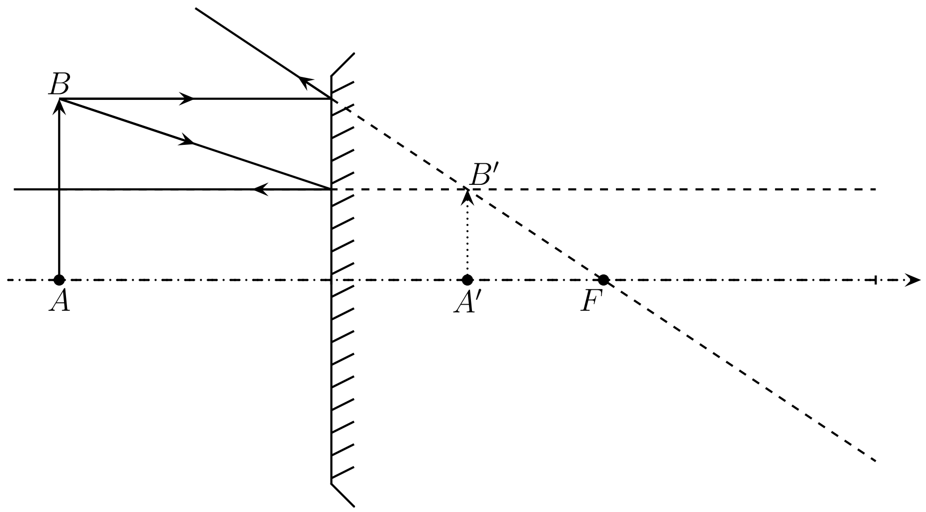


- Cela donne avec un miroir convergent :
  - ➜ choix d'un sens de propagation de la lumière
  - ➜ détermination de sa position
  - ➜ utilisation d'un point B fictif
  - ➜ détermination de l'image B' de B
  - ➜ vérification du resserement du faisceau issu de B



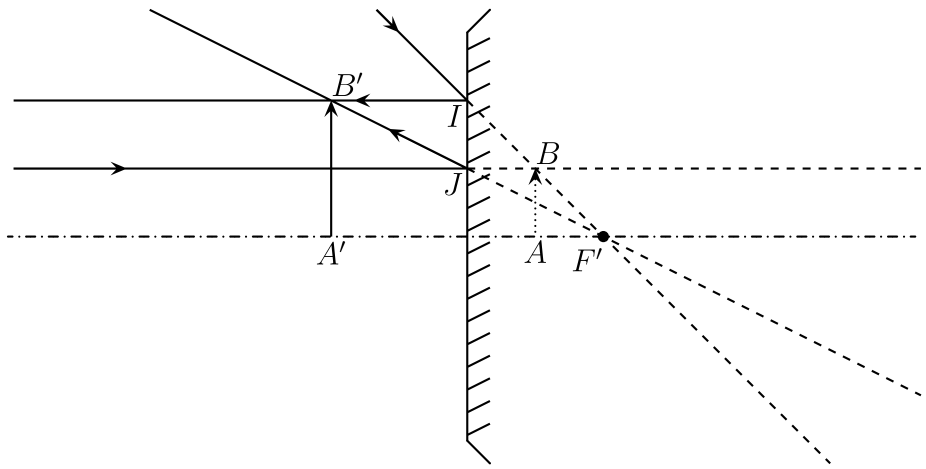
- Cela donne avec un miroir convergent :
  - ➜ choix d'un sens de propagation de la lumière
  - ➜ détermination de sa position
  - ➜ utilisation d'un point B fictif

➜ détermination de l'image B' de B
➜ vérification de l'écartement du faisceau issu de B



✯ démonstration

✧ Considérons la construction suivante.



✧ Nous avons, grâce notamment à THALÈS dans les triangles FAB et FSI :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$$

✧ De même avec les triangles $FA'B'$ et FSJ :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SJ}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

✧ Ce qui donne les deux relations de grandissement.
✧ En égalant les deux, nous trouvons :

$$\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} \qquad \leadsto \qquad \overline{FA}\cdot\overline{F'A'} = \overline{FS}\cdot\overline{F'S} = \overline{FS}\cdot\overline{FS}$$

I·3·*ii* – pour faire comme les lentilles : vue du centre – Descartes

✫ énoncé

> Pour un miroir $\mathscr{M}$ de foyers F et F', qu'il soit convergent ou divergent, quel que soit le sens d'algébrisation, lorsque nous avons $A \xrightarrow{\mathscr{M}} A'$, nous pouvons écrire :
>
> $$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{1}{\overline{CF'}} \qquad \text{et} \qquad \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

✫ lecture

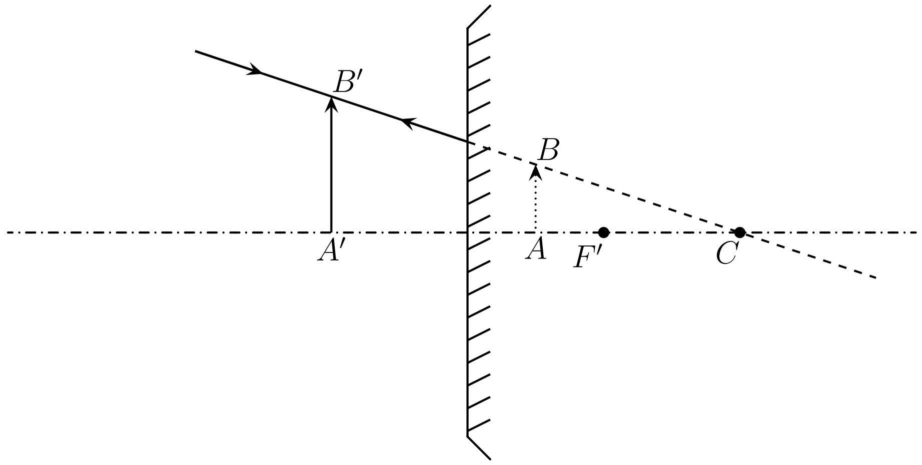
- Cette relation de conjugaison est dite « vue du centre » car les points A et A' sont repérés par rapport au centre C du miroir : $\overline{CA}$ et $\overline{CA'}$.
- Avec cette relation de conjugaison, nous retrouvons bien :
  - ➜ $\infty \xrightarrow{\mathscr{M}} F'$ car lorsque $\overline{CA} \to \pm\infty$, $\overline{CA'} \to \overline{CF'}$
  - ➜ $F \xrightarrow{\mathscr{M}} \infty$ car lorsque $\overline{CA} \to \overline{CF}$, $\overline{CA'} \to \pm\infty$
  - ➜ $C \xrightarrow{\mathscr{M}} C$ car lorsque $\overline{CA} \to 0$, $\overline{CA'} \to 0$
  - ➜ $S \xrightarrow{\mathscr{M}} S$ car lorsque $\overline{CA} = \overline{CS}$, $\overline{CA'} = \overline{CS}$
- Comme pour la relation de conjugaison vu du centre des lentilles cette relation de conjugaison est techniquement plus difficile à utiliser. De plus elle est formellement un peu différente de celle pour les lentilles puisqu'il n'y a pas le signe $-$ pour le terme relatif à l'objet.
- Cette relation sera utile lorsque les positions des centre des miroirs seront imposées, ce qui sera plutôt rare : ce sont plus souvent les positions des sommets qui sont imposées.

✫ démonstration

- Pour la relation de conjugaison, repartons de celle de Newton en utilisant le fait que $\overline{FS} = \overline{CF}$ (puisque F est au milieu de $[CS]$) et que $F = F'$. Cela nous donne :

$$\overline{FA}\cdot\overline{FA'} = \overline{CF}\cdot\overline{CF}$$
$$(\overline{FC}+\overline{CA})\,(\overline{FC}+\overline{CA'}) = \overline{CF}\cdot\overline{CF}$$
$$\cancel{\overline{FC}\cdot\overline{FC}} + \overline{FC}\cdot\overline{CA'} + \overline{CA}\cdot\overline{FC} + \overline{CA}\cdot\overline{CA'} = \cancel{\overline{CF}\cdot\overline{CF}}$$
$$\overline{CA}\cdot\overline{CA'} = -\overline{FC}\cdot\overline{CA'} - \overline{CA}\cdot\overline{FC}$$
$$\overline{CA}\cdot\overline{CA'} = \overline{CF}\cdot\overline{CA'} + \overline{CF}\cdot\overline{CA}$$

- Et le résultat en divisant l'égalité précédente par $\overline{CA}\cdot\overline{CA'}\cdot\overline{CF}$.
- Pour le grandissement, il suffit d'utiliser Thalès dans les triangles CAB et $CA'B'$.



I·3·*iii* – pour les hyperboles de conjugaison : vue du sommet

✫ énoncé

> Pour un miroir $\mathscr{M}$ de foyers F et F', qu'il soit convergent ou divergent, quel que soit le sens d'algébrisation, lorsque nous avons $A \xrightarrow{\mathscr{M}} A'$, nous pouvons écrire :
>
> $$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}} \qquad \text{et} \qquad \gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

✫ lecture

- Cette relation de conjugaison est dite « vue du sommet » car les points A et A' sont repérés par rapport au sommet S du miroir : $\overline{SA}$ et $\overline{SA'}$.
- Avec cette relation de conjugaison, nous retrouvons bien :
  - ➜ $\infty \xrightarrow{\mathscr{M}} F'$ car lorsque $\overline{SA} \to \pm\infty$, $\overline{SA'} \to \overline{SF'}$
  - ➜ $F \xrightarrow{\mathscr{M}} \infty$ car lorsque $\overline{SA} \to \overline{CF}$, $\overline{SA'} \to \pm\infty$
  - ➜ $C \xrightarrow{\mathscr{M}} C$ car lorsque $\overline{SA} = \overline{SC}$, $\overline{SA'} = \overline{SC}$
  - ➜ $S \xrightarrow{\mathscr{M}} S$ car lorsque $\overline{SA} \to 0$, $\overline{SA'} \to 0$
- Comme pour les relations de conjugaison vu du centre, cette relation de conjugaison est techniquement plus difficile à utiliser.
- Comme le titre l'indique, cette relation sera utile pour tracer les hyperboles de conjugaison. Elle nous sera aussi utile lorsque les positions des sommets seront une contrainte du problème et qu'il faudra chercher la distance focale.

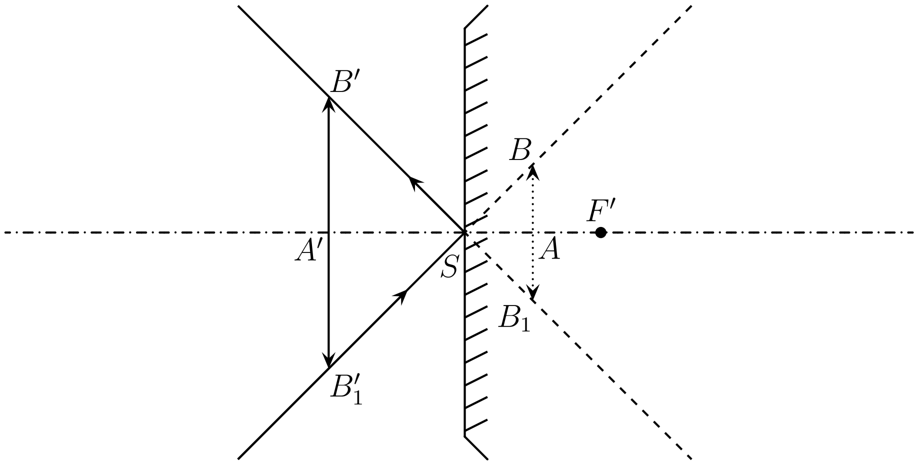
✫ démonstration

- Pour la relation de conjugaison, repartons de celle de Newton et utilisons le fait que $F = F'$. Cela nous donne :

$$\overline{FA}\cdot\overline{FA'} = \overline{FS}\cdot\overline{FS}$$
$$\left(\overline{FS}+\overline{SA}\right)\left(\overline{FS}+\overline{SA'}\right) = \overline{SF}\cdot\overline{SF}$$
$$\cancel{\overline{FS}\cdot\overline{FS}}+\overline{FS}\cdot\overline{SA'}+\overline{SA}\cdot\overline{FS}+\overline{SA}\cdot\overline{SA'} = \cancel{\overline{SF}\cdot\overline{SF}}$$
$$\overline{SA}\cdot\overline{SA'} = -\overline{FS}\cdot\overline{SA'}-\overline{SA}\cdot\overline{FS}$$
$$\overline{SA}\cdot\overline{SA'} = \overline{SF}\cdot\overline{SA'}+\overline{SF}\cdot\overline{SA}$$

✧ Et le résultat en divisant l'égalité précédente par $\overline{SA}\cdot\overline{SA'}\cdot\overline{SF}$.

✧ Pour le grandissement, introduisons les points B_1 et B_1' respectivement symétriques de B et B' par rapport à l'axe optique. Dès lors, nous pouvons écrire que le grandissement vaut $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{B'B_1'}}{\overline{BB_1}}$.



✧ Grâce à Thalès, nous pouvons alors constater immédiatement que, compte-tenu de l'algébrisation, nous avons bien $\gamma = -\dfrac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$.

I·4 – Les hyperboles de conjugaison

I·4·*i* – même combat que pour les lentilles

✧ Le but recherché par les hyperboles de conjugaison sera le même que celui recherché par les lentilles :
- ➜ avoir une idée *a priori* du résultat (tant en TP que pour les exercices)
- ➜ vérifier ses résultats

I·4·*ii* – tracer les hyperboles

✭ méthode analytique

✧ Pour que les hyperboles soient faciles à interpréter, il est nécessaire que objet et image soient repérées à partir du même point. Donc il va s'agir ici soit du centre, soit du sommet. Toutefois, comme nous avons déjà pu le constater, c'est la position par rapport au sommet qui est plus parlante : c'est grâce à elle que nous pouvons déterminer si un objet ou une image est « derrière » ou « devant » le miroir.

✧ Exprimons la position $\overline{SA'}$ en fonction de la position de l'objet $\overline{SA}$:

$$\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}} \quad\rightsquigarrow\quad \frac{1}{\overline{SA'}} = -\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{\overline{SA}-\overline{SF'}}{\overline{SA}\cdot\overline{SF'}} \quad\rightsquigarrow\quad \overline{SA'} = \frac{\overline{SA}\cdot\overline{SF'}}{\overline{SA}-\overline{SF'}}$$

✧ Pour tracer la représentation de cette fonction, nous pouvons constater que :

➜ $\overline{SA'} \longrightarrow \overline{SF'}$ quand $\overline{SA} \longrightarrow \pm\infty$
➜ $\overline{SA'} \longrightarrow +\infty$ quand $\overline{SA} \longrightarrow \overline{SF'}^{+}$
➜ $\overline{SA'} \longrightarrow -\infty$ quand $\overline{SA} \longrightarrow \overline{SF'}^{-}$

Distribuer les hyperboles de conjugaison des miroirs.

✯ méthode rapide

✧ Il s'agit tout d'abord de tracer les asymptotes et de compléter avec un point particulier :
➜ l'asymptote horizontale correspond à des images lorsque l'objet s'éloigne à l'infini : elle est en $f' \gtrless 0$
➜ l'asymptote verticale correspond à des images à l'infini donc lorsque l'objet est sur le foyer objet : elle est en $-f'$
➜ S est sa propre image, l'hyperbole passe par le centre du granphique
➜ il ne reste plus qu'à tracer

I·4·*iii* – faire parler une hyperbole

✯ point de fonctionnement optique

✧ C'est la même chose que pour les lentille : l'abscisse d'un point sur la courbe permet de donner la position de l'objet, son ordonnée, la position de l'image.

✧ Remarquons le point de fonctionnement optique particulier en $(2\,f',2\,f')$: il correspond à $C \xrightarrow{\mathscr{M}} C$.

✧ Connaître le point de fonctionnement optique c'est savoir où se situent objet et image.

Mettre un point de fonctionnement optique d'abscisse $-3\,f'$ et faire la construction avec un miroir convexe.

✯ caractère réel ou virtuel

✧ Rappelons qu'un point objet est réel si le faisceau correspondant est divergent à l'entrée du miroir. Pour cela, il faut que lepoint objet A soit *avant* le miroir dans le sens de la lumière soit, ici, pour $\overline{SA} < 0$.

✧ Avec un raisonnement identique, nous trouvons qu'un point objet virtuel correspond à $\overline{SA} > 0$.

✧ En ce qui concerne le point image, il est réel si le faisceau émergent est convergent *dans le sens de la lumière réfléchie*, *ie.* de la droite vers la gauche. Dans ces conditions, le point est situé *après* le miroir (toujours dans le sens de la lumière réfléchie) soit, ici, pour $\overline{SA'} < 0$.

✧ De même, si le point image est virtuel, nous aurons $\overline{SA'} > 0$.

Identifier chaque cadrant et vérifier avec l'exemple.

Le cadrant dans lequel se situe le point de fonctionnement optique permet de déterminer le caractère réel ou virtuel de l'objet et de l'image.

Avec un miroir divergent, il n'est pas possible de faire une image réelle d'un objet réel.

✯ grandissement

✧ Le grandissement s'écrit, vu du sommet, $\gamma = -\dfrac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$.

✧ Traçons la droite passant par le point de fonctionnement optique et le centre du repère. Sa pente s'écrit $p = \dfrac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$ ce qui n'est autre que l'**opposé** du grandissement !

> La droite passant par le point de fonctionnement optique et le centre du repère permet de déterminer le grandissement.

Identifier chaque zone du plan et préciser les zones où l'image est réduite / agrandie, droite et renversée et vérifier avec l'exemple.

I·5 – Mesurer une distance focale

I·5·*i* – le problème . . .

✧ Il s'agit de la mesure expérimentale de la distance focale d'un miroir.

✧ Sur un banc d'optique sont placés sources, objet, écran et miroir et l'image de l'objet est nette sur l'écran. Nous pouvons donc dire que l'écran et l'objet sont dans des plans conjugués.

✧ Les pointés indiquent :

- ➜ $x_{\text{obj}} = 70{,}7$ cm
- ➜ $x_{\text{écran}} = 89{,}3$ cm
- ➜ $x_{\text{miroir}} = 112{,}4$ cm

✧ Quelle est la distance focale de ce miroir ?

I·5·*ii* – . . . se résout graphiquement . . .

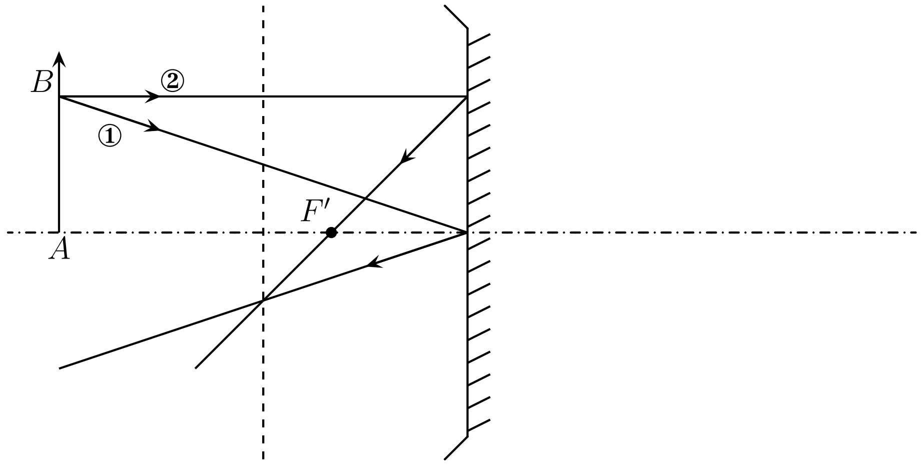
✧ Il est tout d'abord possible de faire une construction à l'échelle 1/4.

✧ Ainsi : $AS = x_{\text{m}} - x_{\text{o}} = 41{,}7$ cm $\rightarrow$ 10,4 cm et $AS = x_{\text{m}} - x_{\text{e}} = 23{,}1$ cm $\rightarrow$ 5,8 cm.

✧ Comment faire ? Sachant que nous connaissons le plan dans lequel se situe l'image, il est clair qu'il suffit d'un seul rayon lumineux pour déterminer l'image d'un objet. Avec ce rayon, nous pourrons, par stigmatisme, tracer tous les autres, y compris ceux qui concernent le foyer.

✧ Les rayons tracés ci-dessous sont :

- ➜ ① le rayon se réfléchissant au sommet
- ➜ ② le rayon issu de B parralèle à l'axe optique. Son intersection, après réflexion, avec l'axe optique fournit la position du foyer du miroir.



✧ Nous mesurons alors $FS = 3{,}75$ cm et pouvons en déduire $f' = -15$ cm (eh oui, c'est un miroir convergent donc $f' < 0$).

I·5·*iii* – ... et analytiquement

✧ Ici, étant donné que nous connaissons bien la position du sommet, l'utilisation de la relation de conjugaison vu du sommet s'impose. Il faut juste faire attention à l'algébrisation : $\overline{SA} < 0$ et $\overline{SA'} < 0$ si l'axe est orienté dans le sens de propagation initial de la lumière.

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF}} \qquad \rightsquigarrow \qquad \overline{SF} = -14{,}9 \text{ cm}$$

II – Voir à travers d'autres dispositifs réfléchissants

✧ Dans cette partie, nous allons étudier d'autres dispositifs réfléchissants : le miroir plan, le miroir le plus simple ainsi que des associations de miroirs : les télescopes.

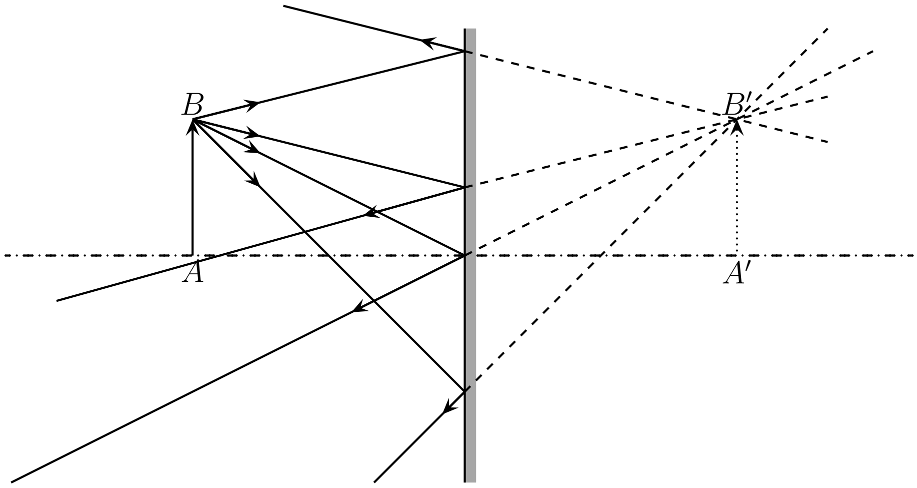
II·1 – Miroir plan

✧ Le miroir plan est peut-être un des plus utilisé dans la vie courante. Il n'en demeure pas moins un dispositif optique, *ie.* tel que nous puissions voir des images à travers lui.

II·1·*i* – construction de rayons

> Image et objet sont symétriques l'un de l'autre par rapport au plan d'un miroir plan.

✧ À partir de là, tracer des rayons est extrêmement facile en utilisant le stigmatisme.



✧ Nous pouvons constater que le faisceau issu de B qui se réfléchit sur le miroir n'est ni plus resseré, ni plus écarté : il reste identique à lui-même mais « dans l'autre sens ».

Un miroir plan n'est ni convergent ni divergent.

II·1·*ii* – approche analytique

Pour un miroir plan $\mathscr{M}$, lorsque nous avons $A \xrightarrow{\mathscr{M}} A'$, nous pouvons écrire :

$$\overline{HA} + \overline{HA'} = 0$$

où H est le projeté orthogonal de A sur le miroir.

Pour un miroir plan, le grandissement vaut toujours $+1$.

✧ La démonstration est immédiate étant donné la manière de tracer les rayons.

II·1·*iii* – intérêt

✧ Quel peut bien être l'intérêt d'un dispositif optique dont le grandissement vaut toujours $+1$?

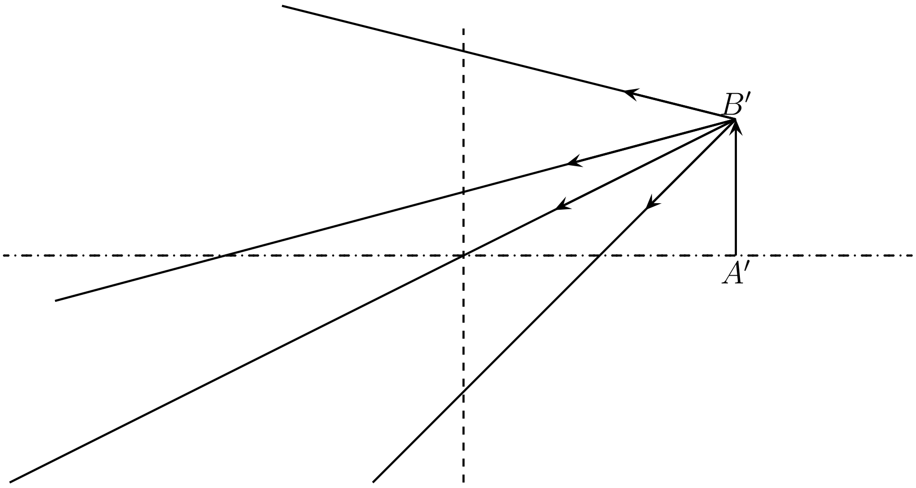
✧ Le rôle d'un miroir plan est essentiellement de dévier la lumière sans modifier les choses que cette dernière permet de voir.

✧ Nous pouvons dire alors que le miroir a un rôle totalement neutre puisqu'il ne modifie pas la taille de ce qui est vu, juste la position.

✯ déplier le miroir plan

✧ Lorsque nous avons affaire avec un miroir plan, il n'est pas toujours évident de travailler avec des rayons lumineux qui se réfléchissent un peu partout, c'est pourquoi, pour le miroir plan, nous allons le déplier, *ie.* considérer en fait que l'image donnée par le miroir est en fait un vrai objet. Cela revient à supprimer le miroir et, de manière purement géométrique, à déplier les rayons lumineux.

✧ Par exemple, la première construction sera dépliée de la manière suivante :



« Déplier » un miroir plan revient à oublier qu'il y avait quelque chose « avant » le miroir et à considérer comme réel les rayons réfléchis.

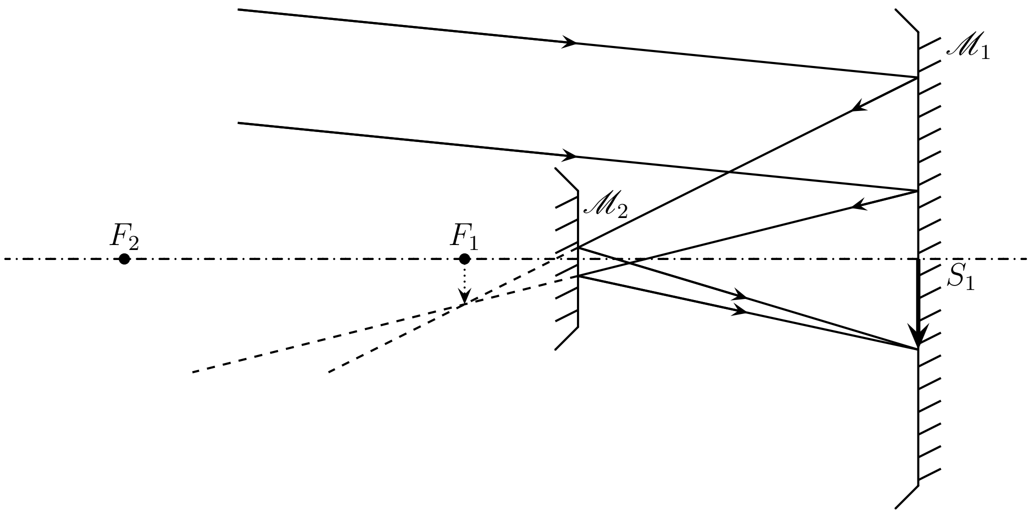
- L'avantage de déplier un miroir est que le sens de propagation de la lumière ne change pas, ce qui permet de clarifier les figures géométriques.
- *Remarque* : nous pourions aussi « déplier » des miroirs convergents ou divergents, mais l'opération est plus délicate car géométriquement c'est un peu plus qu'un dépliement par symétrie des rayons lumineux.

II·2 – Télescope de CASSEGRAIN

II·2·*i* – présentation du dispositif

- Considérons un télescope composé de deux miroirs sphériques : $\mathscr{M}_1$ concave et $\mathscr{M}_2$ convexe.
- Ce télescope est destiné à observer des astres à l'infini et à faire l'image résultante dans le plan de $\mathscr{M}_1$ au niveau de S_1. Cette image sera soit observée à la loupe (par un oculaire) soit recueillie par un capteur CCD (appareil photographique numérique).
- Le rôle de $\mathscr{M}_2$ est de faire une image plus grande que s'il n'y avait que $\mathscr{M}_1$ seul.

Montrer document 5 avec OptGéo.



II·2·*ii* – analyse et exposé du problème

✧ D'un point de vue optique, nous avons : $\infty \xrightarrow{\mathscr{T}} S_1$ soit, en décomposant les étapes, $\infty \xrightarrow{\mathscr{M}_1} A' \xrightarrow{\mathscr{M}_2} S_1$ ce qui permet de dire immédiatement que $A' = F_1'$.

✧ En ce qui concerne le télescope, les contraintes sont les suivantes :

- ➜ la distance S_1S_2 est imposée (encombrement) et vaut $a = 4{,}0$ m
- ➜ l'image finale en S_1 doit être $|\gamma| = 5$ fois plus grande que l'image avec $\mathscr{M}_1$ seul

✧ Le problème revient, ici, à déterminer les distances focales $f_1' < 0$ et $f_2' > 0$.

✧ Analyse physique :

- ➜ grandeurs connues : $a = \overline{S_2S_1}$
- ➜ grandeurs partiellement connues $\gamma = \pm 5$, $f_2' > 0$ et $f_1' < 0$.

✧ Analyse technique :

- ➜ deux inconnues, il faut deux équations, soit deux lois avec des =, sauf qu'il n'y en a qu'une, celle sur S_1S_2
- ➜ pour la deuxième contrainte, il faudra d'abord déterminer le signe du grandissement
- ➜ les contraintes sur les types de miroir nous permettront soit de conserver une seule solution lorsque plusieurs se présentent

II·2·*iii* – recherche des caractéristiques des miroirs

✯ première contrainte : la position des miroirs

✧ Le but ici va d'être de traduire une loi physique, une loi optique, qui dépend de la position des miroirs de telle sorte que cette contrainte soit prise en compte par la physique.

✧ Le fait que $F_1 \xrightarrow{\mathscr{M}_2} S_1$ va être utile. Traduisons la relation de conjugaison de Newton et utilisons Chasles :

$$\overline{F_2F_1}.\overline{F_2S_1} = {f_2'}^2 \qquad \rightsquigarrow \qquad \left(\overline{F_2S_2} + \overline{S_2S_1} + \overline{S_1F_1}\right)\left(\overline{F_2S_2} + \overline{S_2S_1}\right) = {f_2'}^2$$

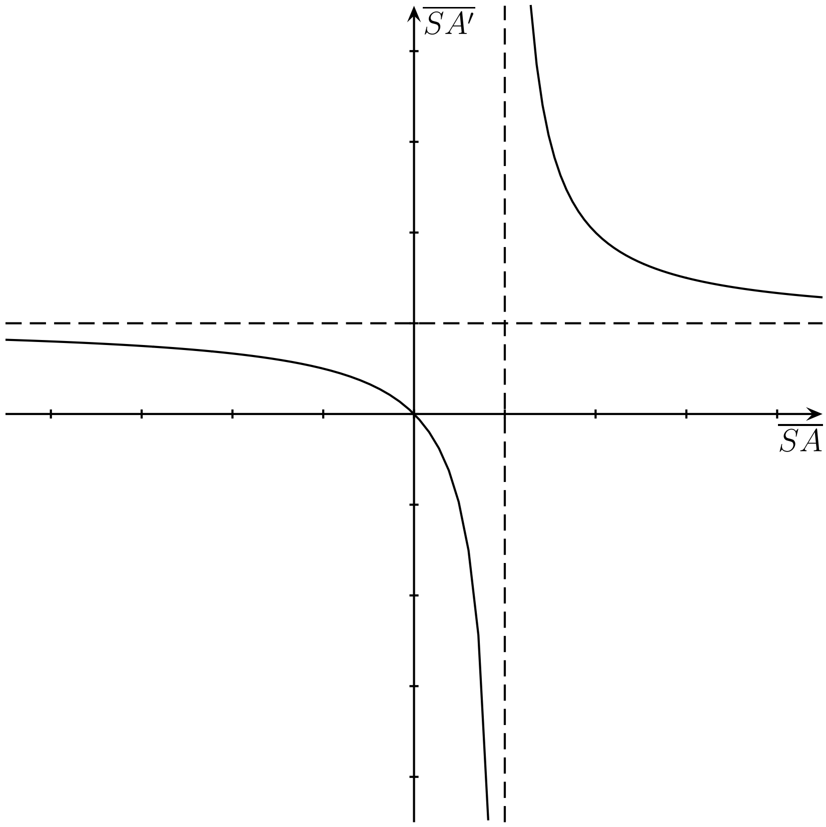
✧ Pour remplacer les grandeurs algébriques, il faut faire très attention aux signes : $a > 0$, $f_1' < 0$ et $f_2' > 0$:

$$(f_2' + a + f_1')\,(f_2' + a) = {f_2'}^2 \quad \rightsquigarrow \quad \cancel{{f_2'}^2} + f_2'\,a + a\,f_2' + a^2 + f_1'\,f_2' + f_1'\,a = \cancel{{f_2'}^2}$$

✧ Et ainsi $a^2 + 2\,f_2'\,a + f_1'\,f_2' + f_1'\,a = 0$

✯ deuxième contrainte : le grandissement

✧ Cherchons d'abord si le grandissement doit être positif ou négatif. Pour cela, traçons l'hyperbole de conjugaison du miroir $\mathscr{M}_2$, *ie.* d'un miroir convexe.



✧ Ici, l'image donnée par le miroir divergent doit être réelle, ce qui correspond à $\overline{SA'} < 0$ sur les hyperboles car ce n'est pas la convention utilisée dans le problème. Dans ces conditions, nous pouvons voir que le point de fonctionnement optique est tel que la pente de la droite passant par lui et l'origine du repère sera négative, ce qui implique un grandissement positif.

✧ Nous avons donc $\gamma = +5$.

✧ Écrivons le grandissement avec origine au sommet pour $F_1 \xrightarrow{\mathscr{M}_2} S_1$:

$$\gamma = -\frac{\overline{S_2S_1}}{\overline{S_2F_1}} = -\frac{\overline{S_2S_1}}{\overline{S_2S_1} + \overline{S_1F_1}} = -\frac{a}{a + f_1'} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{f_1' = -\frac{a}{\gamma} - a = -4{,}8 \text{ m}}$$

★ **finalement**

✧ La première relation permet d'écrire directement f_2' en fonction de f_1' :

$$\boxed{f_2' = -\frac{a^2 + a\,f_1'}{2\,a + f_1'} = 1{,}0 \text{ m}}$$

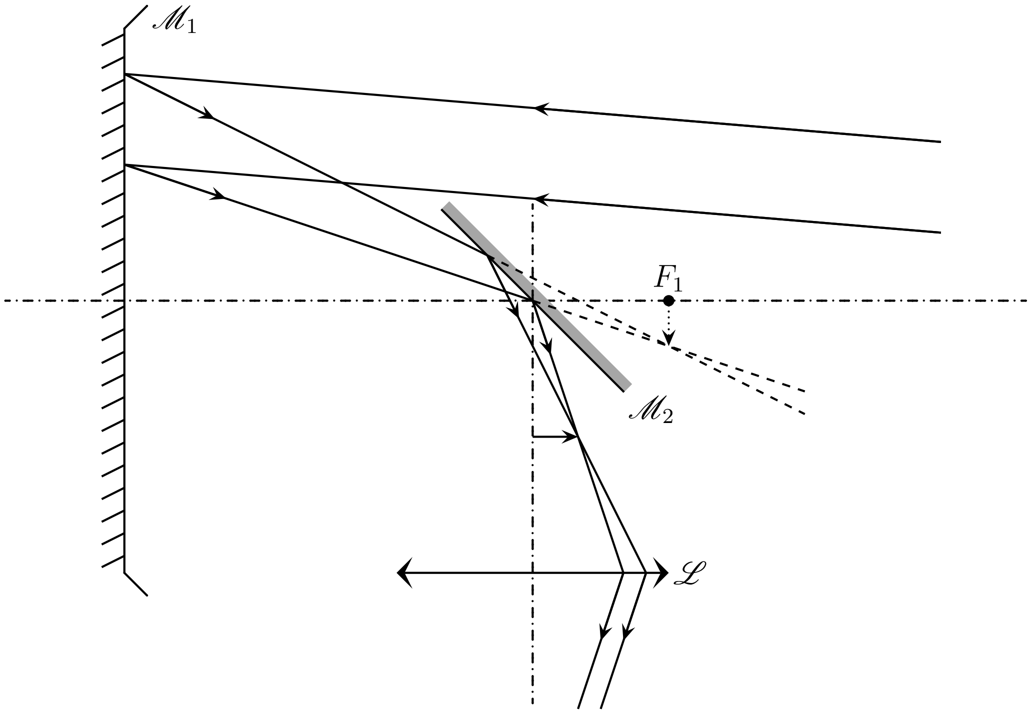
II·3 – Télescope De Newton

II·3·*i* – présentation du dispositif

✧ Considérons un télescope composé d'un miroir sphérique $\mathscr{M}_1$ concave et d'un miroir $\mathscr{M}_2$ plan.

✧ Ce télescope est destiné à observer des astres à l'infini à travers un oculaire modélisé par une simple lentille $\mathscr{L}$.

Montrer document 6 avec OptGéo.



II·3·*ii* – analyse et exposé du problème

- Étant donné que l'observation se fait à l'œil, il est normal de poser que l'image soit finale soit rejetée à l'infini, ce qui donne : $\infty \xrightarrow{\mathscr{T}} \infty$ ou encore, en décomposant : $\infty \xrightarrow{\mathscr{M}} A_1 \xrightarrow{\mathscr{M}} A_2 \xrightarrow{\mathscr{L}} \infty$.
- Étant donné que l'objet de $\mathscr{M}_1$ est à l'infini et que l'image de $\mathscr{L}$ est à l'infini aussi, nous avons immédiatement : $A_1 = F_1'$ et $A_2 = F_3$.
- Les caractéristiques sont les suivantes :
  - ➜ l'objectif $\mathscr{M}_1$ est de distance focale $f_1' = -1{,}0$ m
  - ➜ le miroir $\mathscr{M}_2$ est placé à la distance a du sommet S_1 et forme un angle de 45 ° avec l'axe de $\mathscr{M}_1$
  - ➜ le centre O_3 de la lentille $\mathscr{L}$ de vergence $V = 50\ \delta$ est situé à la distance $d = 12$ cm de l'axe
- La question se pose de savoir quel est l'encombrement de l'ensemble du dispositif, ce qui revient à déterminer la distance S_1S_2.
- Analyse physique :
  - ➜ sont connues toutes les grandeurs sauf l'encombrement
  - ➜ le fonctionnement est parfaitement connu
- Analyse technique :
  - ➜ le fait que cela soit un objet à l'infini a déjà été traduit
  - ➜ le fait que l'image finale soit à l'infini a déjà été traduit
  - ➜ il n'y a que le rôle de $\mathscr{M}_2$ qui n'a pas été traduit.
- Le rôle du miroir est tel que $S_2F_1' = S_2F_3$ et comme $O_3F_3 = \dfrac{1}{V} = 2{,}0$ cm, nous en déduisons qu'il faut que $S_2F_3 = 10$ cm et donc $S_2F_1' = 10$ cm, ce qui implique $\boxed{a = 90 \text{ cm}}$.

II·3·*iii* – observation de la Lune

- La lune est un astre de $1{,}74.10^6$ m situé à une distance d'environ $3{,}8.10^8$ m. Quelle proportion peut-on en voir à en regardant à travers l'oculaire sachant que les rayons lumineux font, en sortie, au maximum un angle de $\theta_0 = 10$ ° avec l'axe de la lentille ? Quelle est la taille réelle des plus petits détails visibles à l'œil ?

✧ Analyse physique :
  ➜ un télescope sert à voir des objets en plus gros, ce qui se caractérise par un grossissement
  ➜ avec le grossissement, un angle de sortie correspond à un angle d'entrée, nous avons les angles de sortie (soit par une donnée, soit par notre connaissance de l'acuité visuelle de l'œil), nous pouvons donc retrouver les angles d'entrée et remonter à des tailles si besoin est.

✧ Analyse technique :
  ➜ les angles d'entrée et de sortie sont à repérer par rapport aux axes optiques d'entrée et de sortie
  ➜ le rôle de $\mathscr{M}_2$ peut être passé sous silence puisque le grandissement entre A_1B_1 et A_2B_2 vaut 1

✧ Ainsi l'angle d'entrée vaut $\alpha = \dfrac{A_1B_1}{-f'_1}$ et l'angle de sortie vaut $\alpha' = \dfrac{A_2B_2}{f'_2}$ ce qui donne un grossissement $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{f'_1}{f'_2} = -50$.

✧ Le signe ici n'a pas grand intérêt puisque l'observation ne se fait pas face à l'objet. Il est donc difficile de dire que l'image est renversée.

✧ Comme l'angle maximum que font les rayons lumineux sortant avec l'axe de la lentille vaut θ_0, nous pouvons dire que l'angle maximum entre des rayons sortant est $2\,\theta_0$, ce qui correspond à un angle maximal entre rayons entrants de $\dfrac{2\,\theta_0}{G_\mathrm{c}} = 0{,}4\ ^\circ$.

✧ L'angle sous lequel est vu la Lune vaut $\theta_\mathrm{L} = \dfrac{2\,R_\mathrm{L}}{d_\mathrm{L}} = 9{,}2.10^{-3}$ rad $= 0{,}52\ ^\circ$. Il sera donc possible de voir environ $\dfrac{4}{5}$ de son diamètre soit $\dfrac{16}{25} = 64$ % de sa surface.

✧ L'acuité normale est définie comme la possibilité de distinguer des détails séparés par un angle $\theta_\mathrm{ac} = 1'$. Cela correspond à un angle d'entrée G_c fois plus petits et donc à des détails sur la lune d'une taille $D = \dfrac{\theta_\mathrm{ac}}{G_\mathrm{c}} \times d_\mathrm{L} = 42.10^5$ m $= 42$ km.

Voir par réflexion

Au niveau du cours

✯ Les définitions

✧ Sont à savoir : miroir sphérique, distance focale, rayon de courbure

✯ Les lois

✧ Sont à connaître :
- ➜ les lois de construction des rayons lumineux se réfléchissant sur les miroirs sphérique, sur un miroir plan
- ➜ les relations de conjugaison des miroirs sphériques et du miroir plan

✯ la phénoménologie

✧ Connaître le comportement de faisceaux se réfléchissant sur des miroirs sphériques, sur un miroir plan

Au niveau de l'analyse

✯ Analyse physique

✧ Il faut savoir déterminer quel miroir intervient quand et quels sont les objets et images associés.

✯ Analyse technique

✧ Il faut savoir réserver la relation de conjugaison vu du sommet aux rares cas où elle est utile.

Au niveau des savoir-faire

✯ petits gestes

✧ Savoir :
- ➜ retracer les hyperboles de conjugaison des miroirs sphériques
- ➜ exploiter les hyperboles de conjugaison tant *a priori* pour deviner ce qui va se passer qu'*a posteriori* pour vérifier les tracés réalisés
- ➜ tracer l'objet d'une image, l'image d'un objet et le devenir d'un rayon quelconque pour un miroir quelconque
- ➜ savoir « déplier » des rayons se réfléchissant sur un miroir plan

✯ exercices classiques

✧ Savoir refaire : tout sur les télescopes

Table des matières