Optique

Chapitre 3

Manipuler la lumière

Manipuler la lumière

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser aux fondements de l'optique, c'est-à-dire aux lois qui permettent de retrouver toutes les relations que nous avons utilisées jusque là. Ainsi, dans la première partie, nous allons nous concentrer sur la manière de manipuler la lumière rayon par rayon : il s'agit des lois bien connues de Snell – Descartes. Dans la deuxième partie, nous étudierons dans quelles conditions ces lois permettent la réalisation de systèmes optiques, *ie.* de systèmes qui permettent de voir ou d'observer quelque chose.

I – Manipuler la lumière pour seulement la dévier

I·1 – Nature physique de la lumière

I·1·*i* – dualité onde – corpuscule

✧ Ce fut très longtemps un débat parmis les physiciens, notamment Huygens et Newton. Certains étaient partisans du caractère ondulatoire de la lumière (Huygens), d'autre de son caractère corpusculaire (Newton).

✧ Sans retracer tout le débat qui eu lieu à coups d'expériences, de théories et de contre-expériences dites « décisives » qui ne l'étaient que pour ceux que cela arrangeait, ce n'est qu'au début du XX^e^ siècle qu'une réponse jusqu'à présent définitive fut apportée : la lumière n'est ni onde ni corpuscule, elle est les deux **en même temps.** Pas « parfois l'un, parfois l'autre », mais bel et bien les deux en même temps. Le phénomène étrange est surtout que l'on perçoit plutôt les conséquences de l'une ou l'autre description suivant les expériences.

I·1·*ii* – la lumière est composée de corpuscules

La lumière est composée de *photons*, particules :
- ➜ de masse rigoureusement nulle
- ➜ de quantité de mouvement $p = \dfrac{h\,\nu}{c}$
- ➜ d'énergie $E = h\,\nu$

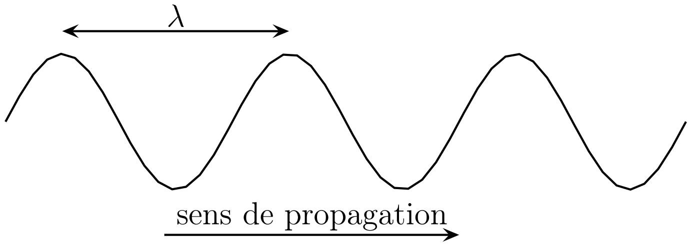
où h est la constante de Planck : $h = 6{,}6261.10^{-34}$ J.s^{-1}.

✧ Comme son nom l'indique, la « quantité de mouvement » d'un photon caractéristique le fait non seulement qu'il bouge, mais aussi qu'il peut faire bouger d'autres choses en lui donnant cette quantité de mouvement : c'est le principe des voiles solaires (fin de l'épisode 2 de Star Wars)

✧ L'aspect énergétique transporté par la lumière nous est bien plus familier, surtout pendant les vacances : lorsque nous nous exposons au Soleil, ça « chauffe ». En fait, c'est l'énergie transportée par la lumière qui est absorbée par le corps et qui se traduit par une élévation de température. Quelques fois, cette énergie est utilisée : par les plantes. C'est pour cette raison que l'herbe paraît fraîche au toucher, même en plein Soleil, alors que tout morceau de pierre, de plastique, ... paraît très chaud.

I·1·*iii* – la lumière est une onde

✧ Sans entrer dans les détails que vous verrez en spé, la lumière est un onde électromagnétique qui se propage.

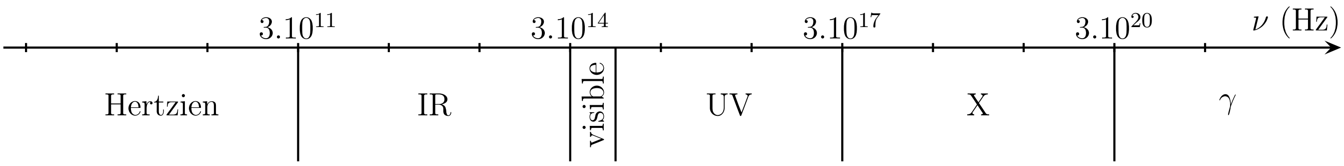


> Pour une onde sinusoïdale, nous pouvons définir :
> ➜ la *fréquence* des oscillations, notée ν en Hertz (Hz)
> ➜ la vitesse de propagation, appelée *célérité* notée v ($\mathrm{m.s^{-1}}$)
> ➜ la *longueur d'onde*, longeur parcourue durant une période : $\lambda = v\,T = \dfrac{v}{\nu}$ (m)

✧ Il est préférable de parler de célérité d'une onde et non de vitesse de manière à ne pas confondre avec vitesse d'un objet ou d'une chose.

✯ la fréquence ne dépend pas du milieu traversé ...

✧ La fréquence des ondes électromagnétiques peuvent varier sur de très nombreux ordres de grandeurs. Les phénomènes associés à ces ondes dépendant en grande partie de leur fréquences, des noms ont été donnés à chaque grand domaine.



➜ le rayonnement hertzien est celui utilisé pour les communications (radio, satellite, portable) : il y a trop peu d'énergie transportée pour que cela soit utilisable (sauf four à micro-onde)
➜ le rayonnement IR est celui émis naturellement par les corps à température ambiante (lunette IR pour voir dans la nuit ou mode de cuisson au barbecue) : du point de vue énergétique, cela se sent.
➜ le visible, c'est le visible
➜ les UV sont des rayonnements plus énergétique donc potentiellement plus dangereux, c'est pour cela que notre peau essaie de s'en prémunir en bronzant
➜ les rayons X sont des rayons très pénétrant permettant de faire des radiographies. Ils sont suffisamment énergétiques pour que des précautions soient prises à chaque radio
➜ mieux vaut ne pas être exposé à des rayon γ : très énergétiques, ils peuvent pénétrer à l'intérieur des cellules et détruire des morceaux d'ADN qui, s'ils ne sont pas naturellement réparés, donnent naissance à des cellules cancéreuses.

✯ ... mais la célérité si ...

> La célérité de la lumière dépend du milieu traversé.

> *L'indice optique* n d'un milieu est défini par $n = \dfrac{c}{v}$ où :
> ➜ $c = 299\,792\,458\ \mathrm{m.s^{-1}}$ est la célérité de la lumière dans le vide
> ➜ v est la célérité de la lumière dans le milieu considéré

L'indice optique caractérise la *réfringence* d'un milieu.

✧ Par définition du mètre, la célérité de la lumière est une valeur rigoureusement exacte.

Rien ne peut aller plus vite que la propagation de la lumière dans le vide.
Tout indice optique n est tel que $n \geqslant 1$.

✧ Il est donc tout à fait possible d'aller plus vite que la lumière, pourvu seulement que la lumière n'aille pas trop vite. Une expérience a ainsi fait propager de la lumière à quelques centimètres par secondes.

Quelques valeurs :

➜ $n_{\text{vide}} = 1$
➜ $n_{\text{air}} = 1 + 3.10^{-4} \simeq n_{\text{vide}}$
➜ $n_{\text{eau}} = 1{,}33$
➜ $n_{\text{verre}} = 1{,}5$

✧ D'un point de vue optique, l'air est équivalent au vide.
✧ Dans les indices élevés, nous avons : $n_{\text{diamant}} = 2{,}4$.

Distribuer le tableau des indices optiques.

✧ Comme nous pouvons le voir sur le tableau distribué, les indices varient un peu en fonction de la longueur d'onde (nous y reviendrons), mais seulement un peu. De plus les indices sont de l'ordre de 1 ou 2.

✯ ... et donc la longueur d'onde aussi

✧ Autrement dit : $\lambda = v\,T = \dfrac{c}{n\,\nu} = \dfrac{\lambda_0}{n}$ où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide.
✧ Étant donné que l'indice optique de l'air est quasi-égal à celui du vide, nous dirons souvent « longueur d'onde » en lieu et place de « longueur d'onde dans le vide ».

Pour le domaine visible :

$$400 \text{ nm} \lesssim \lambda_0 \lesssim 800 \text{ nm}$$

✧ Les limites précédentes sont approximatives.

Regarder le tableau des longueurs d'ondes.

✧ Constatons avec le tableau que les couleurs sont inégalement présentes entre 400 et 800 nm.

Longueur d'onde du laser Helium – Néon de TP : 632,8 nm.
Longueur d'onde du doublet du sodium : 589 nm

I·1·*iv* – isoler un unique rayon n'est pas possible, mais . . .

- Bien que l'on puisse définir un rayon lumineux comme le trajet suivi par la lumière, il est, en fait, impossible d'isoler un rayon lumineux (*ie.* un photon).
- Plus l'espace dans lequel la lumière doit se propager est restreint, plus son caractère ondulatoire se fait ressentir.
- Ainsi, en limitant très fortement un faisceau lumineux, au lieu de restreindre ce dernier, il s'élargit.

Montrer la diffraction avec un laser.

- Ces phénomènes seront étudiés en deuxième année et, pour notre part, étant donné les dimensions des miroirs et des lentilles que nous utiliserons, nous ne serons jamais limité par ce phénomène.
- Dans ces conditions, nous pourrons parler de rayon lumineux, comme nous l'avons toujours fait : en le représentant par une ligne muni d'une flèche indiquant le sens de propagation.

I·1·*v* – loi fondamentale : la lumière est allée au plus vite

- En plus du principe de retour inverse et de l'indépendance des rayons lumineux, une autre grande loi régit la propagation de la lumière.
- Cette loi est un peu compliquée, c'est pourquoi nous en retiendrons seulement une version très édulcorée.

La lumière est allée au plus vite.

- Cette loi est étrange dans sa formulation, pourtant elle signifie exactement ce qu'elle veut dire : si la lumière passe par deux pionts A et B, alors, entre ces deux points, la lumière a parcouru le chemin le plus rapide pour elle.
- Cette loi nous permet de retrouver le comportement de la lumière dans des situations usuelles et d'expliquer certains phénomènes dans d'autres situations.

I·2 – Comportement au milieu d'un milieu

I·2·*i* – milieu homogène et isotrope

Un milieu *homogène* est un milieu qui est en chaque point le même : même température, même indice optique, même masse volumique, . . .

- Dans la quasi totalité des cas, les milieux seront considérés comme homogènes ou comme la réunion de milieux homogènes.
- Exemple de milieu non homogène : les coktails.

Un milieu *isotrope* est un milieu qui a les mêmes propriétes quel que soit la direction.

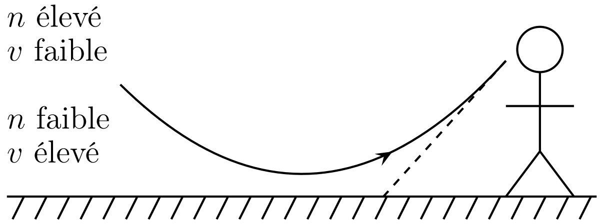
- Exemples de milieux non isotropes : les rubans de cadeaux, le bois, . . . Et dans un registre plus optique : les cristaux liquides.

Dans un milieu homogène, la lumière se propage en ligne droite.

✧ En effet dans un milieu homogène la célérité est constante, donc le chemin le plus rapide doit être géométriquement le plus court : c'est la ligne droite.

I·2·*ii* – milieu inhomogène

✧ Considérons la situation suivante : de l'air plus chaud près du sol que loin du sol (comme par exemple dans le désert). Alors l'air n'est plus homogène et il y a des différences d'indices.



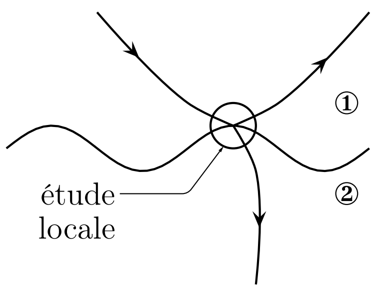
✧ Un rayon lumineux issu du ciel peut donc parfaitement arriver dans l'œil d'une personne qui regarde vers le bas. Cette personne interprète ce rayon comme venant de tout droit et, donc, croit voir du bleu (de l'eau) quelque part au loin. C'est un mirage.

I·3 – Comportement à l'interface de deux milieux : lois de Snell – Descartes

✧ Partout dans le monde, ces lois s'appellent les lois de Snell. En France, elles s'appellent les lois de Descartes. Nous les appellerons les lois de Snell – Descartes.

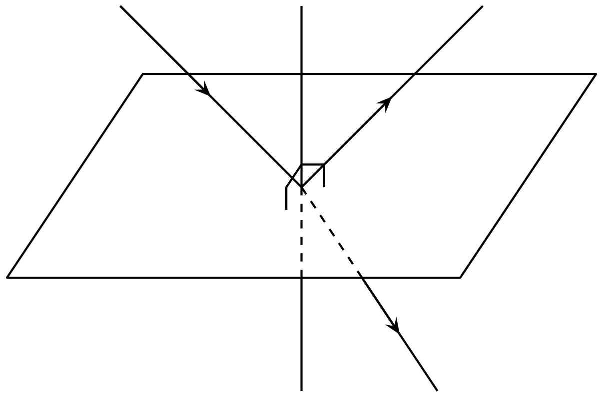
I·3·*i* – situation étudiée

✧ Nous allons décrire ce qui se passe lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu ① à un milieu ②.



✧ La surface de séparation entre les deux milieux n'est pas forcément plane. Ceci dit, en regardant de très près, il est toujours possible de considérer que :
- ➜ la surface de séparation est plane
- ➜ les milieux sont homogènes au niveau de la zone étudiée

✧ Nous représenterons donc la situation étudiée sous la forme suivante :



I·3·*ii* – loi de la réflexion

✧ Une définition utile pour la suite.

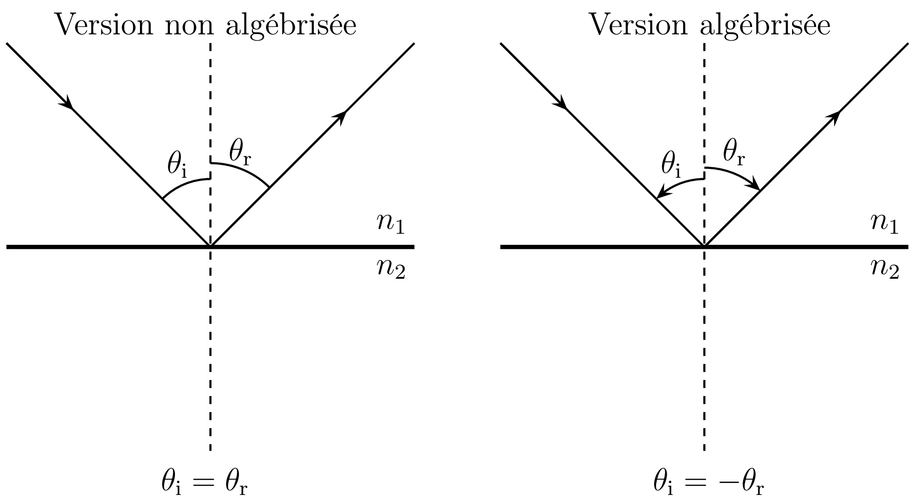
> Le plan défini par le rayon incident et la normale au plan de séparation au point où le rayon incident arrive est appelé *plan d'incidence*.

✧ La loi de la réfléxion comporte deux partie. La première, souvent oubliée, est :

> Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence.

✧ La deuxième loi est :

> Le rayon réfléchi et le rayon incident sont situé de part et d'autre de la normale dans le plan d'incidence et forment avec la normale des angles égaux.



Les angles sont toujours comptés à partir de la normale.

✧ Nous pouvons constater que l'angle du rayon réfléchi ne dépend pas de l'indice des milieux, ce qui aura des avantages non négligeable lorsqu'il s'agira de former des images.

✧ Cette relation est valable aussi pour les miroirs qui ne sont pourtant pas des milieux transparents mais plutôt métalliques (la couche de verre sur les miroirs n'a qu'un but protecteur contre les rayures et la corrosion.)

En optique géométrique, il y a **toujours** un rayon réfléchi.

✧ Pour supprimer (partiellement) le rayon réfléchi, il faut faire appel au caractère ondulatoire de la lumière (cf. l'année prochaine avec l'incidence de Brewster.)

I·3·*iii* – loi de la réfraction

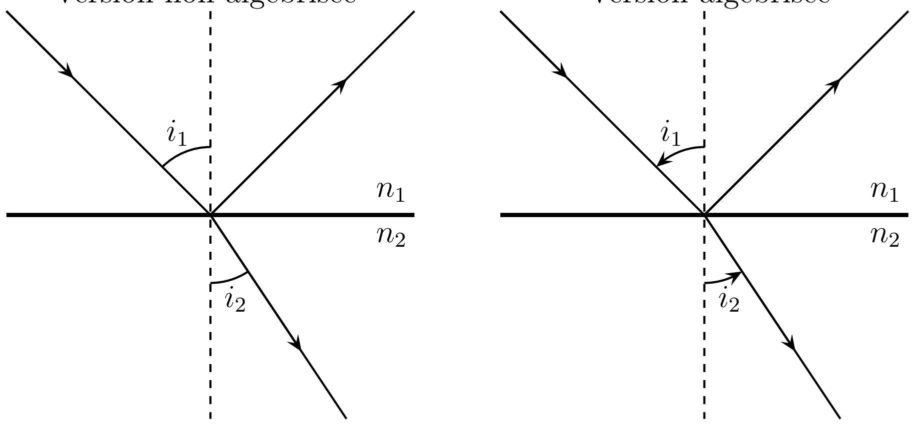
✧ La loi de la réfraction, comme la loi de la réflexion, comporte deux partie. La première, souvent oubliée, est :

Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence.

✧ La deuxième loi est :

Le rayon réfracté et le rayon incident sont situé de part et d'autre de la normale dans le plan d'incidence et forment avec la normale des angles dépendant de l'indice du milieu.

Version non algébrisée — Version algébrisée



$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ — $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

Les angles sont toujours comptés à partir de la normale.

✧ Contrairement à ce que l'on pourrait croire, la loi n'est pas la même dans les deux cas car la loi non algébrisée **ne dit pas** que les rayons incident et réfracté sont dans des cadrants opposés.

✧ Étant donné que les angles sont forcément compris entre 0 et $\dfrac{\pi}{2}$, ils seront d'autant plus petit que l'indice sera grand, *ie.* que le milieu sera réfringent.

Lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu faiblement réfringent à un milieu plus réfringent, il se rapproche de la normale.
Lorsqu'un rayon passe d'un milieu réfringent à un milieu moins réfringent, il s'écarte de la normale.

✧ Contrairement à la loi de la réfléxion, nous pouvons constater ici que l'angle de réfraction dépend de l'indice des deux milieux.

Quand il y a réfraction, il y a toujours réflexion en même temps : l'énergie du rayon incident est partagée (pas forcément de manière équitable) entre le rayon réfléchi et le rayon réfracté.

I·4 – Réflexion totale

I·4·i – origine

Il y a *réflexion totale* lorsque toute l'énergie du rayon incident est renvoyée dans le rayon réfléchi.

✧ Le contraire de réflexion totale, c'est « réflexion partielle ».

Il ne peut **jamais** y avoir réfraction totale en optique géométrique.

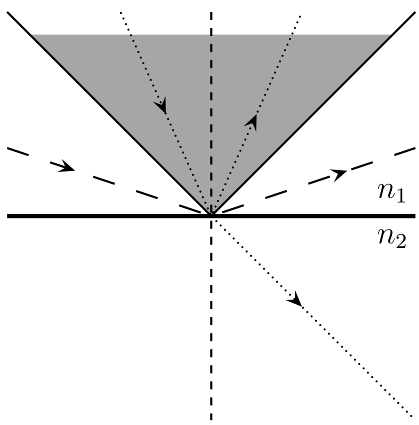
✧ Cherchons la condition d'existence du rayon réfraté. Pour qu'il existe, il faut $\sin i_2 \leqslant 1$ soit, avec la loi de Snell – Descartes :

$$\frac{n_1 \sin i_1}{n_2} \leqslant 1 \qquad \rightsquigarrow \qquad \sin i_1 \leqslant \frac{n_2}{n_1}$$

✧ Nous pouvons alors constater que si $n_2 > n_1$, c'est toujours vrai, quel que soit i_1.
✧ Ce résultat était prévisible : en passant d'un milieu peu réfringent à un milieu plus réfringent, le rayon se rapproche de la normale, *ie.* $i_2 < i_1$, ainsi, même avec $i_1 = \dfrac{\pi}{2}$, l'angle i_2 existe, *ie.* le rayon existe.
✧ En revanche, lorsque $n_2 < n_1$, nous pouvons constater que si $i_1 > \arcsin \dfrac{n_2}{n_1}$, alors $\sin i_2 = \dfrac{n_1 \sin i_1}{n_2} > 1$ et il ne peut y avoir d'angle i_2 vérifiant cette relation : l'angle i_2 n'existe pas, donc le rayon réfracté non plus.

Lorsqu'un rayon lumineux traverse un milieu réfringent n_1 et arrive sur un milieu moins réfringent n_2, il y a réflexion totale lorsque l'angle d'incidence est supérieur à un angle limite θ_0.

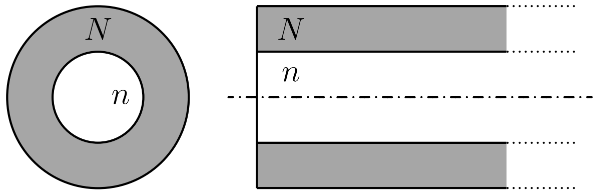
✧ Nous avons ici $\theta_0 = \arcsin \dfrac{n_2}{n_1}$.



I·4·*ii* – fibre optique à saut d'indice

◇ Une fibre optique est un dispositif permettant de guider la lumière sur une grande distance. Le but étant qu'il y ait le moins de perte possible.

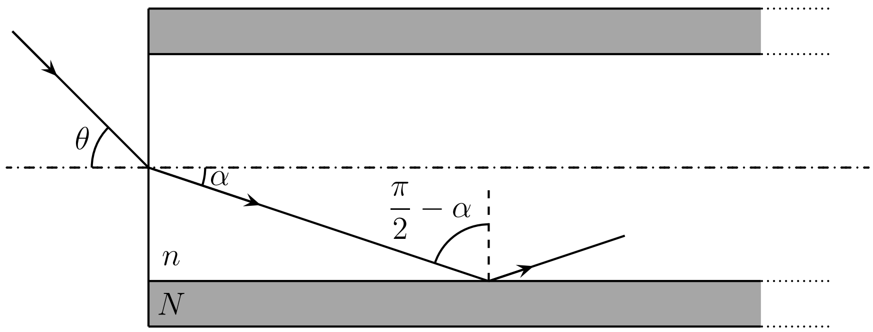
◇ Pour ce faire, un dispositif simple consiste en un cylindre d'un matériau transparent d'indice n entouré d'un matériau transparent d'indice N.



◇ Étudions un rayon lumineux entrant dans la fibre optique dans un plan contenant l'axe optique. Les lois de Snell – Descartes font faire que toute l'évolution ultérieure de ce rayon sera contenue dans le plan initial.

◇ Répondons à la question : avec quel angle θ_{max} peut-on envoyer un rayon lumineux pour qu'il soit guidé ?

◇ Analyse physique :
- ➜ grandeurs pertinentes : n et N
- ➜ grandeurs de description : tous les angles
- ➜ pour que la lumière soit guidée, il faut qu'il y ait réflexion totale à l'intérieur de la gaine d'où le schéma ci-dessous.



◇ Analyse technique :
- ➜ il y a des angles un peu partout et du Snell – Descartes, il faudra donc faire attention au placement des angles
- ➜ la condition de guidage porte sur le rayon qui se réfléchit à l'intérieur de la fibre alors que la question posée fait référence à l'angle d'entrée

◇ Cherchons d'abord la condition sur α.

◇ Pour qu'il y ait réflexion totale, il faut $\sin i > 1$ soit :

$$\frac{n\,\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)}{N} > 1 \quad \rightsquigarrow \quad \cos\alpha > \frac{N}{n} \quad \rightsquigarrow \quad \alpha < \arccos\frac{N}{n}$$

◇ Relation qui n'a de sens que pour $n > N$, comme cela était prévisible pour que le phénomène de réflexion totale puisse avoir lieu.

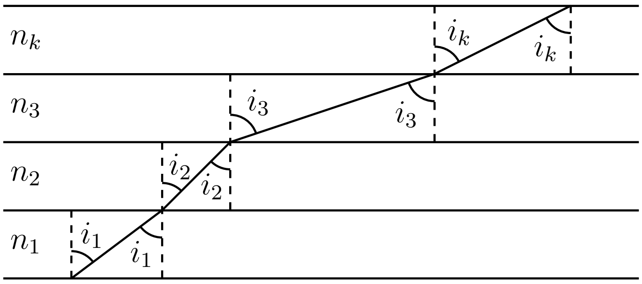
◇ Le lien entre α et θ étant la réfraction à l'entrée de la fibre, de la condition sur α, nous pouvons trouver une condition sur θ :

$$1\,\sin\theta = n\,\sin\alpha \quad \rightsquigarrow \quad \sin\theta < n\,\sin\left(\arccos\frac{N}{n}\right) = n\sqrt{1 - \frac{N^2}{n^2}} \quad \rightsquigarrow \quad \sin\theta < \sqrt{n^2 - N^2}$$

◇ Numériquement, avec $n = n_{\text{verre}} = 1{,}5$ et $N = n_{\text{eau}} = 1{,}33$, nous trouvons $\theta < 0{,}76\ \text{rad} = 44\ °$

I·4·*iii* – milieu stratifié

✧ De manière plus générale, une fibre optique peut être modélisée par un milieu stratifié, *ie.* par une succession de couches infinies d'indice différents.



✧ Comme pour la fibre optique précédente, nous pouvons constater rapidement que le problème, ici, se réduit à un plan car tous les rayons réfractés successivement sont dans le plan d'incidence initial.

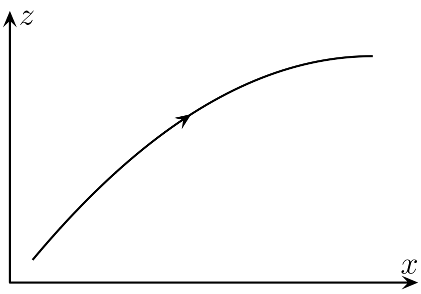
✧ La loi de réfraction donne :
- ➜ entre les milieux 1 et 2 : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$
- ➜ entre les milieux 2 et 3 : $n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3$
- ➜ entre les milieux k et $k+1$: $n_k \sin i_k = n_{k+1} \sin i_{k+1}$

✧ Nous pouvons donc en déduire, par une récurrence immédiate : $n_k \sin i_k = \mathrm{C^{te}}$

I·4·*iv* – effet mirage

✧ Considérons maintenant un milieu où l'indice n varie en fonction (et uniquement en fonction) de la cote z.

✧ Alors, un rayon lumineux pourrait avoir la trajectoire ci-dessous.



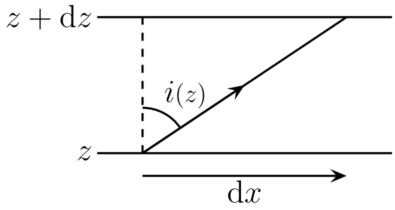
✧ À quelle loi obéit l'équation de la trajectoire ?

✧ Analyse physique :
- ➜ grandeur pertinente : la répartition des indices, *ie.* $n(z)$
- ➜ grandeur de description (du rayon lumineux) : la trajectoire $z(x)$
- ➜ c'est un phénomène de propagation de la lumière : les lois de Snell – Descartes sont à l'œuvre

✧ Analyse technique :
- ➜ le milieu n'est pas homogène, condition nécessaire pour les loi de Snell – Descartes
- ➜ une étude au niveau infinitésimal s'impose

✧ Considérons une tranche d'épaisseur $\mathrm{d}z$ comprise entre les cotes z et $z + \mathrm{d}z$.

✧ Dans cette tranche, homogène, le rayon lumineux va en ligne droite et la traverse sur une longueur $\mathrm{d}x$ en formant un angle $i(z)$ avec la normale.



✧ Pour des raisons purement géométriques, nous avons :

$$\tan i(z) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z} = \frac{\sin i(z)}{\cos i(z)}$$

✧ Or, étant donné que la propagation se fait dans un milieu stratifié, nous avons aussi, comme dans le sous-paragraphe précédent, $n(z)\,\sin i(z) = n_0\,\sin i_0$, ce qui donne :

$$\sin i(z) = \frac{n_0\,\sin i_0}{n(z)} \qquad \text{et} \qquad \cos i(z) = \sqrt{1-\sin^2 i(z)} = \sqrt{1-\frac{{n_0}^2\,\sin^2 i_0}{n^2(z)}}$$

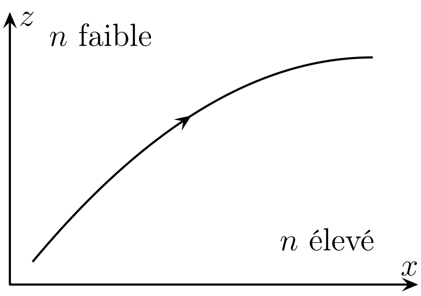
✧ Et en remplaçant dans l'expression initiale :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z} = \frac{\dfrac{n_0\,\sin i_0}{n(z)}}{\sqrt{1-\dfrac{{n_0}^2\,\sin^2 i_0}{n^2(z)}}} = \frac{n_0\,\sin i_0}{\sqrt{n^2(z)-{n_0}^2\,\sin^2 i_0}}$$

✧ Et « yapuka » intégrer pour obtenir $x(z)$ puis à « inverser » pour avoir $z(x)$.

✯ considération qualitative

✧ Posons-nous la question : « quelle condition doit respecter $n(z)$ pour que la courbe est l'allure représentée initialement ? »



✧ Remarquons que sur cette courbe, $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$ est de plus en plus petit. Or $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\sqrt{n^2(z)-{n_0}^2\,\sin^2 i_0}}{n_0\,\sin i_0}$.

✧ Il faut donc $n(z)$ de plus en plus petit le long du rayon, *ie.* lorsque z aumente. Ce qui signifie que la répartition des indices est telle que le rayon lumineux, entre son point initial et son point final, a passé plutôt par les zones d'indice faible, *ie.* par les zones rapides.

✧ Nous retrouvons bien là une des conséquences de la loi fondamentale « la lumière est allée au plus vite ».

I·5 – Loi phénoménologique de Cauchy

I·5·*i* – énoncé

Loi de Cauchy
La plupart des matériaux sont tels que l'indice dépend de la longueur d'onde de la manière suivante :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

avec A et B des constantes positives et λ la longueur d'onde dans le vide.

✧ C'est une loi phénoménologique au sens où :
- ➜ elle établit une propriété d'un matériau
- ➜ des coefficients caractéristiques du matériau apparaissent dans la loi
- ➜ ces coefficients peuvent être calculés à partir d'un modèle du phénomène

✧ Dans le cas de la loi de Cauchy, ces coefficients seront calculables en spé lorsque sera étudié le modèle de propagation de la lumière à travers les milieux transparents.

L'indice est d'autant plus faible que la longueur d'onde est élevée.

I·5·*ii* – visualisation

Regarder le tableau des indices et constater qu'effectivement l'indice varie faiblement mais sensiblement avec la longueur d'onde.

✧ La conséquence principale est que lors d'une réfraction d'un rayon lumineux contenant plusieurs longueurs d'ondes, ces dernières sont séparées.

Regarder simulation de dispersion de la lumière + distribuer document OptGéo 1.

✧ Nous pouvons constater que pour une lame à faces parallèles :
- ➜ la séparation est faible lors du passage air / verre
- ➜ la séparation devient quasi nul lors du passage inverse verre / air (tant mieux pour les vitre), ce qui est normal étant donnée la loi de Snell – Descartes
- ➜ la séparation est importante lorsque le rayon passe du verre à l'air

✧ Grâce à des tailles bien adaptées, il est possible d'amplifier l'effet de dispersion : c'est le cas des pierres précieuses.

Montrer la réfraction dans le diamant + distribuer document OptGéo 2.

✧ La constringence est une grandeur qui permet de caractériser la dispersion.

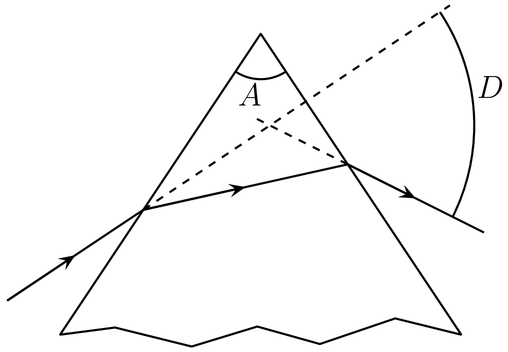
I·6 – Disperser la lumière avec un prisme

I·6·*i* – présentation et analyse

> Le *prisme* est un coin de matériaux dont l'utilité est de séparer les différentes longueurs d'ondes contenues dans une lumière.

> L'ensemble des longueurs d'ondes contenues dans une lumière s'appelle le *spectre* de la lumière.

✧ Nous allons étudier un prisme d'angle A.

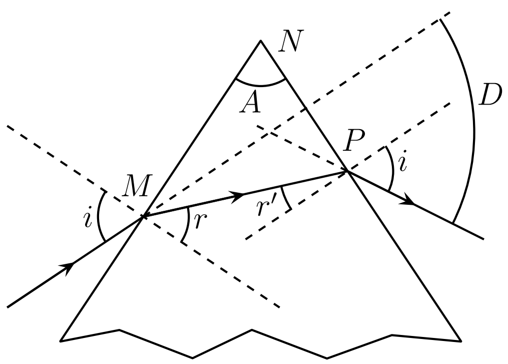


✧ Un rayon incident arrive sur le prisme en formant un angle i avec la normale à la surface.
✧ Les différentes radiations vont être séparées les unes des autres et vont arriver sur la 2e interface avec des angles différents, ce qui risque d'augmenter d'autant la séparation.

> L'angle que forment le rayon incident et le rayon émergent du prisme est appelé *angle de déviation*.

I·6·*ii* – relations de base

✧ Ce sont des relations purement géométriques, sans aucune intervention de la physique.
✧ Regardons le triangle MNP.



✧ Dans ce triangle :

$$\pi = A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) \qquad \leadsto \qquad \boxed{A = r + r'}$$

✧ De plus la déviation peut se voir comme la somme des déviations subies en M puis P :

$$D = (i - r) + (i' - r') \qquad \leadsto \qquad \boxed{D = i + i' - A}$$

I·6·*iii* – condition d'émergence sur A ...

✧ Cherchons s'il existe une condition, portant sur A pour que le rayon puisse émerger du prisme.
✧ Pour ce faire, il doit pouvoir y rentrer et en sortir.
✧ Rentrer dans le prisme ne pose aucune difficulté puisque comme $n > 1$, le rayon a tendance à se rapprocher de la normale. Ainsi :

$$\sin i = n \sin r \quad \leadsto \quad \sin r = \frac{\sin i}{n} \leqslant \frac{1}{n} \qquad \leadsto \qquad r \leqslant \arcsin \frac{1}{n} \overset{\text{not}}{=} \theta_0$$

✧ Autrement dit, r est de fait toujours inférieur à l'angle limite θ_0.
✧ En revanche, le rayon interne risque la réflexion totale. Pour que le rayon émerge, *ie.* pour qu'il n'y ait pas de réflexion totale, il **faut** que l'angle d'incidence r' soit inférieur à l'angle limite, *ie.* il faut $r' \leqslant \theta_0$.
✧ Ces deux conditions imposent que $\boxed{A \leqslant 2\,\theta_0}$.
✧ Dans le cas où $A > 2\,\theta_0$, alors il y aura **toujours** réflexion totale.
✧ Pour le verre, nous trouvons $\theta_0 \simeq 42\ ^\circ$ et donc il est nécessaire d'utiliser un prisme d'angle au sommet un angle inférieur à un droit.

I·6·*iv* – ... et sur i

✧ Ceci étant, cette condition nécessaire pour A n'est pas suffisante. Il faut surtout $r' \leqslant \theta_0$ soit :

$$\begin{aligned} A - r &\leqslant \theta_0 \\ r - A &\geqslant -\theta_0 \\ \frac{1}{n}\sin i &\geqslant A - \theta_0 \\ \sin i &\geqslant n\,(A - \theta_0) \\ i &\geqslant \arcsin\Big(n\,(A - \theta_0)\Big) \end{aligned}$$

✧ Peu importe la valeur, il faut surtout retenir que :

> Pour observer un rayon émergent, il faut que le rayon initial arrive avec une incidence rasante.

I·6·*v* – la déviation est fonction de l'indice ...

✧ Imaginons un rayon composé de multiples radiations parvenant sur le prisme. Ces rayons vont se séparer à cause, justement, de l'effet dispersif du prisme.
✧ Reprenons la formule $D = i + i' - A$ et faisons la parler : considérons i comme constant et regardons l'évolution de i' en fonction de λ.

loi de Cauchy	$n = A + \dfrac{B}{\lambda^2}$		d'où $\lambda \nearrow \rightsquigarrow n \searrow$
1re réfraction	$\sin i = n \sin r$	et ainsi $n \searrow \rightsquigarrow r \nearrow$	d'où $\lambda \nearrow \rightsquigarrow r \nearrow$
loi de base	$r + r' = A$	et ainsi $r \nearrow \rightsquigarrow r' \searrow$	d'où $\lambda \nearrow \rightsquigarrow r' \searrow$
2e réfraction	$\sin i' = n \sin r'$	et ainsi $r' \searrow \rightsquigarrow i' \searrow$	d'où $\lambda \nearrow \rightsquigarrow i' \searrow$
loi de base	$D = i + i' - A$	et ainsi $i' \searrow \rightsquigarrow D \searrow$	d'où $\lambda \nearrow \rightsquigarrow D \searrow$

Le rouge est le moins dévié par le prisme.

I·6·*vi* – . . . et de l'incidence

✧ Cette fois la longueur d'onde est fixée, donc n est fixé, et nous faisons varier l'incidence de la radiation.

✯ directement à partir de la formule

✧ Cherchons la formule de D en fonction de i uniquement :
- ➜ loi de Snell – Descartes : $r = \arcsin \dfrac{\sin i}{n}$
- ➜ loi de base $r' = A - r$
- ➜ 2e réfraction : $i' = \arcsin(n \sin r')$

✧ Et ainsi, avec $D = i + i' - A$:

$$D(i) = i + \arcsin\left(n \sin\left(A - \arcsin\left(\frac{\sin i}{n}\right)\right)\right) - A$$

✧ Pour trouver le minimum, il « suffit » de dériver. Sauf que cela n'est pas très engageant, . . .

✯ à partir de la formule, mais moins directement

✧ L'idée reste la même, à savoir déterminer la condition permettant d'obtenir $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}i} = 0$, mais procédons autrement.

✧ Au lieu de remplacer r, r' et i' par leurs expressions, considérons les comme des fonctions de i.

✧ Pour cela, dérivons chaque loi par rapport à i :

$$\begin{aligned}
D = i + i' - A \quad &\rightsquigarrow \quad \frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}i} = 1 + \frac{\mathrm{d}i'}{\mathrm{d}i} \\
\sin i = n \sin r \quad &\rightsquigarrow \quad \cos i = n \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}i} \cos r \\
r + r' = A \quad &\rightsquigarrow \quad \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}i} + \frac{\mathrm{d}r'}{\mathrm{d}i} = 0 \\
\sin i' = n \sin r' \quad &\rightsquigarrow \quad \frac{\mathrm{d}i'}{\mathrm{d}i} \cos i' = n \frac{\mathrm{d}r'}{\mathrm{d}i} \cos r'
\end{aligned}$$

✧ Et ainsi, en substituant :

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}i} = \left(1 - \frac{n \cos r'}{\cos i'} \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}i}\right) = \left(1 - \frac{\cos r' \cos i}{\cos r \cos i'}\right)$$

✧ Maintenant, il ne reste plus qu'à simplifier.

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}i} = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \cos r\, \cos i' = \cos r'\, \cos i$$

✧ Sauf que les lois qui relient les différents angles sont avec des sinus. Transformons donc les cosinus en sinus.

$$\begin{gathered}
\cos^2 r\, \cos^2 i' = \cos^2 r'\, \cos^2 i \\
(1-\sin^2 r)\,(1-\sin^2 i') = (1-\sin^2 r')\,(1-\sin^2 i) \\
\left(1-\frac{\sin^2 i}{n^2}\right)(1-\sin^2 i') = \left(1-\frac{\sin^2 i'}{n^2}\right)(1-\sin^2 i) \\
(n^2-\sin^2 i)\,(1-\sin^2 i') = (n^2-\sin^2 i')\,(1-\sin^2 i) \\
\cancel{n^2} - n^2\,\sin^2 i' - \sin^2 i + \cancel{\sin^2 i\,\sin^2 i'} = \cancel{n^2} - n^2\,\sin^2 i - \sin^2 i' + \cancel{\sin^2 i'\,\sin^2 i} \\
(n^2-1)\,\sin^2 i = (n^2-1)\,\sin^2 i' \\
\sin i = \sin i'
\end{gathered}$$

> Le minimum de déviation est atteint lorsque l'angle d'incidence et le dernier angle de réfraction sont égaux.

✧ Nous pouvons constater que si les mimina des différentes radiations sont atteints pour des valeurs sensiblement égales de i, les valeurs de ces minima sont, quant à eux, sensiblement différents.

✯ sinon de manière plus physique

✧ Comme nous l'aurait montré une étude expérimentale, ou comme nous le montre le graphique précédent, il n'existe qu'un seul minimum.

✧ Notons i_0 l'incidence correspondante et r_0, r'_0 et i'_0 les angles correspondants.

✧ Le principe de retour inverse nous permet de dire que si i'_0 était l'angle initial d'incidence, i_0 serait le dernier angle de réfraction. Et comme il s'agirait évidemment aussi d'un minimum de déviation. Nous pouvons donc en déduire, d'après l'unité de ce minimum que $i'_0 = i_0$.

✧ Le reste est identique.

I·6·*vii* – Déterminer un indice ou une longueur d'onde

✧ Comme nous le verrons en TP, il existe une méthode simple pour mesurer D_{m} et A. Dans ces conditions, cela permet soit de déterminer la longueur d'onde connaissant l'indice, soit l'indice connaissant la longueur d'onde.

✧ En effet, à la déviation minimale d_{min} : $i = i' = i_0$ et donc $i_0 = \dfrac{D_{\mathrm{min}}+A}{2}$.

✧ De plus, une des lois de base donne $r = r' = \dfrac{A}{2}$.

✧ Et ainsi la loi de la réfraction permet d'écrire :

$$\sin\left(\frac{D_{\mathrm{min}}+A}{2}\right) = n\,\sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

✧ D_{min} et A sont faciles à mesurer, il est donc facile de calculer $n(\lambda)$ de telle sorte que :

➜ avec plusieurs radiations connues, il soit possible de retrouver la loi de CAUCHY du matériau ;
➜ avec une loi de CAUCHY connue, il soit possible de retrouver la longueur d'onde d'une radiation inconnue.

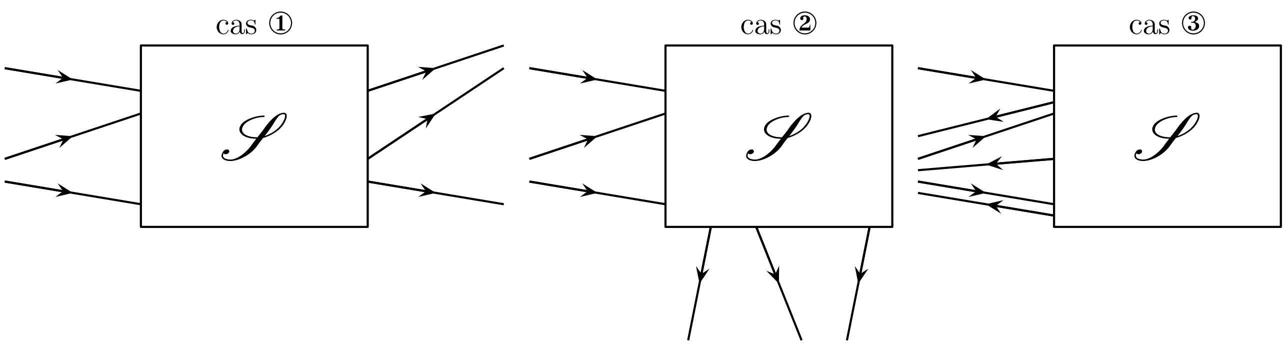
II – Manipuler la lumière pour voir des choses

✧ Dans cette partie, nous allons un peu généraliser les notions que nous avons déjà vues avec les lentilles et les miroirs et étudierons, en particulier, quelques conditions permettant la formation d'image de bonne qualité par un système optique.

II·1 – Qu'est-ce qu'un système optique ?

II·1·*i* – à peu près n'importe quoi

> *Un système optique* est un ensemble de composants transparents ou réfléchissant admettant de la lumière par une *face d'entrée* et la faisant ressortir par une *face de sortie*.



✧ Exemples rencontrés :
➜ cas ① : lentilles, lunette, télescope de CASSEGRAIN
➜ cas ② : télescope de NEWTON
➜ cas ③ : miroir simple

✧ Sont parfois faites les distinctions suivantes :
➜ lorsque le système optique ne fonctionne que par réfraction, il est appelé *dioptrique* ;
➜ lorsque le système optique ne fonctionne que par réflexion, il est appelé *catoptrique* ;
➜ lorsque le système optique fonctionne par réfraction et réflexion, il est appelé *catadioptrique* ;

> Lorsque la face d'entrée et la face de sortie sont confondues, le système optique est dit *mince*.

✧ Les lentilles et les miroirs étudiées sont minces. Nous préciserons plus tard quelles conditions sont nécessaires pour qu'il soit possible de confondre face d'entrée et face de sortie.

II·1·*ii* – il est centré la plupart du temps

✯ définition, exemples

Un système optique est dit *centré* lorsque ses propriétés optiques restent inchangées par une rotation autour d'un axe particulier appelé *axe optique*.

✧ Exemples :
- ➜ lentilles et miroirs sphériques, miroir plan
- ➜ lunette de Galilée, télescope de Cassegrain

✧ Contre-exemple : télescope de Newton. Et pourtant ce dernier est constitué uniquement de systèmes centrés.

✧ Cette définition ne tient pas compte de la taille réelle de l'objet. S'il en manque un morceau, c'est problématique. Mais comme cela a été dit, il en *manque* un morceau. Dans les cas piégeux où des morceaux de systèmes optiques seront manquant, il faudra faire « comme si » ils étaient là.

✧ Dans la suite, nous considérerons uniquement des systèmes centrés.

✯ un nouveau défaut de l'œil

✧ Un œil astigmate est un œil qui ne présente pas une symétrie de révolution : la distance focale n'est pas la même dans toutes les directions (haut / bas et droite / gauche par exemple.)

✧ Un œil astigmate voit bien de loin et de près, mais a de grande difficulté à voir les détails.

II·2 – Redéfinir objet et image

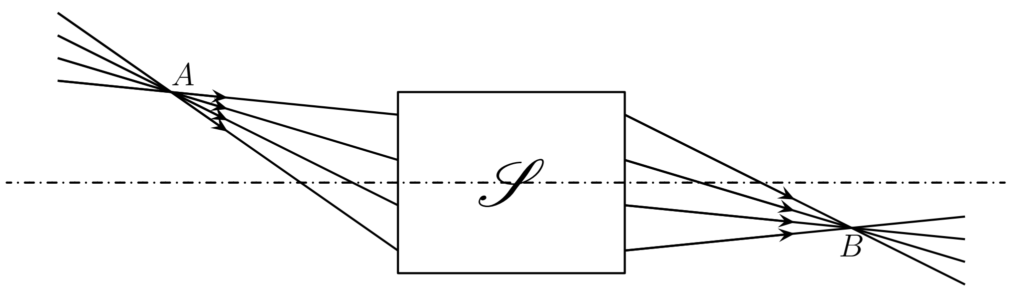
II·2·i – tout est relatif au système optique

✧ Tout est dit dans le titre.

Objet et *image* sont des notions relatives à un système optique : l'objet permet de parler de la lumière rentrant dans le système optique, l'image, de la lumière en sortant.

✧ Il faut donc dire « objet pour $\mathscr{S}$ » et « image donnée par $\mathscr{S}$ ».

Un point est dit *point objet* pour un système optique si un faisceau lumineux entrant a pour sommet ce point.



Un point est dit *point image* pour un système optique si un faisceau lumineux sortant a pour sommet ce point.

Lorsque le faisceau de lumière correspondant à un point objet donne lieu, après passage par un système optique, à un faisceau lumineux correspondant à un point image, les points objet et image sont dits *conjugués*.

Un faisceau de lumière parallèle, qu'il soit rentrant ou sortant, correspond à un *point à l'infini*.

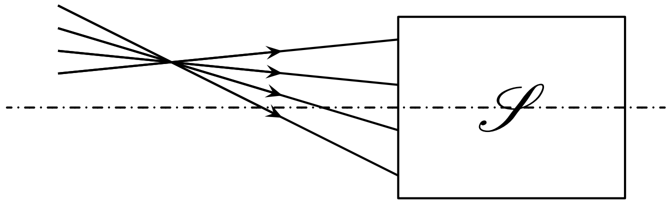
✧ Il ne faut pas oublier que le Soleil est optiquement à l'infini mais que ce n'est pas un point au sens optique du terme car il a une taille angulaire (env. 0,5 °).

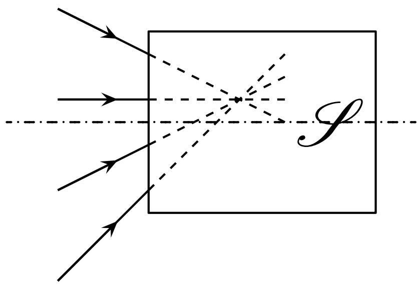
II·2·*ii* – réalité et virtualité

✫ pour les objets

Un faisceau de lumière divergeant lors de son entrée dans le système optique correspond à un *objet réel*.

Un faisceau de lumière convergeant lors de son entrée dans le système optique correspond à un *objet virtuel*.



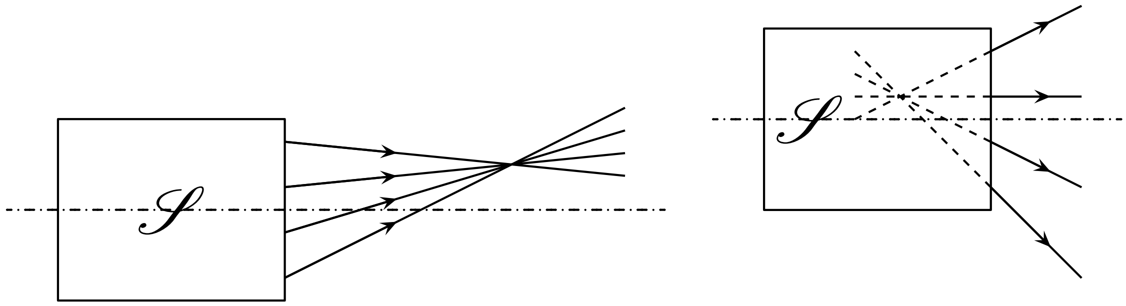


✧ Tous les objets concrets sont forcément réels puisqu'ils émettent par diffusion de la lumière dans toutes les directions.
✧ Pour « fabriquer » un objet virtuel, il faut utiliser un système optique supplémentaire : une lentille convergente la plupart du temps.

✫ pour les images

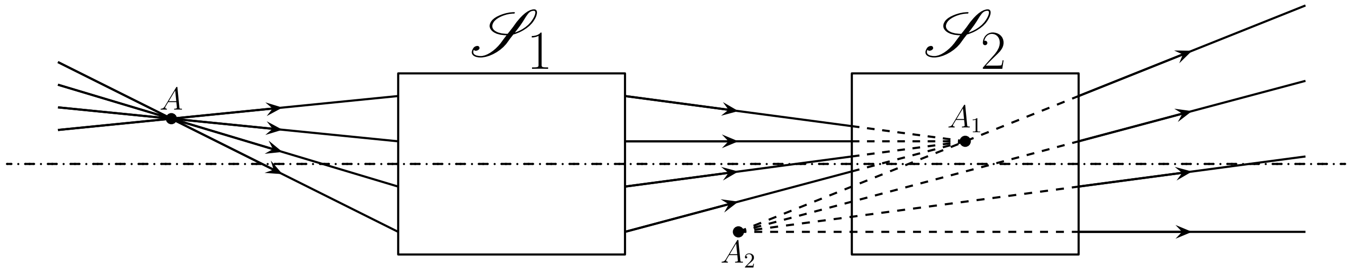
Un faisceau de lumière divergeant lors de sa sortie dans le système optique correspond à un *image virtuelle*.

Un faisceau de lumière convergeant lors de sa sortie dans le système optique correspond à un *image réelle*.



★ **système complexe**

✧ Considérons le système ci-dessous pour lequel : $A \xrightarrow{\mathscr{S}} A_2$ ou encore $A \xrightarrow{\mathscr{S}_1} A_1 \xrightarrow{\mathscr{S}_2} A_2$.



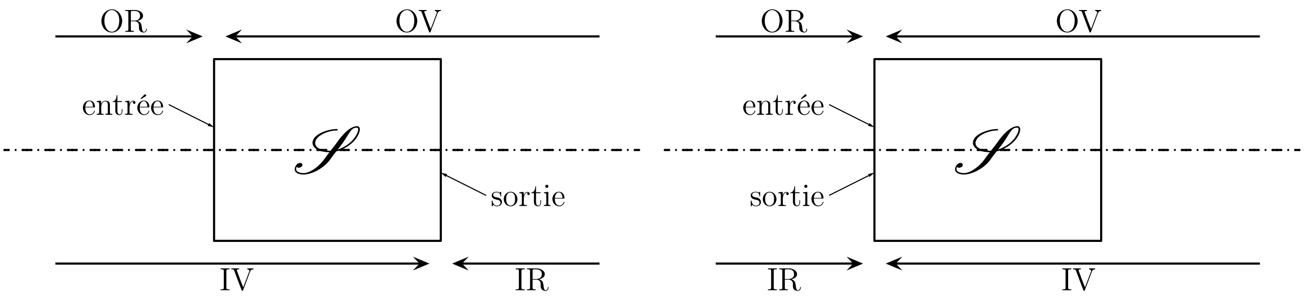
✧ Nous avons ainsi :

	$\mathscr{S}_1$	$\mathscr{S}_2$	$\mathscr{S}$
A	OR	rien	OR
A_1	IR	OV	rien
A_2	rien	IV	IV

★ **espaces associés**

✧ Nous pouvons aussi définir l'espace objet virtuel comme la zone de l'espace où peuvent se situer les objets virtuels.

✧ Schématiquement, cela donne les deux situations ci-dessous.

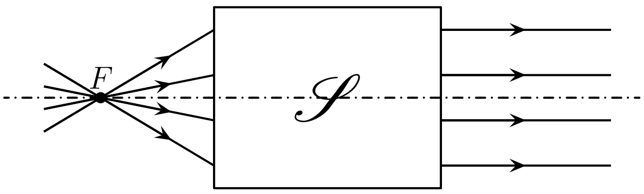


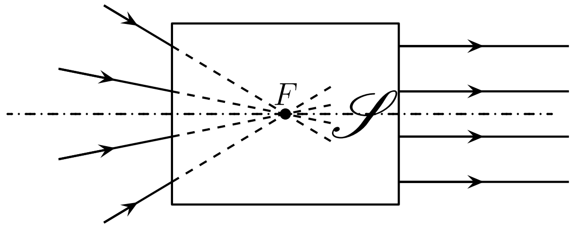
II·2·*iii* – points focaux

★ **foyers principaux**

> Le *foyer principal objet* est le point sur l'axe optique dont le point image est à l'infini.

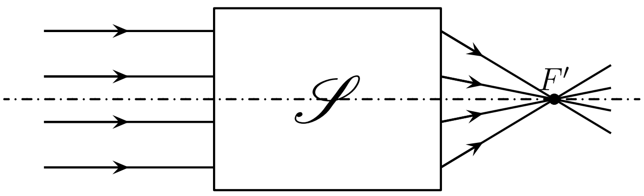
✧ Pour des raisons de symétrie (autour de l'axe optique), le point image *doit* être dans la direction de l'axe optique.

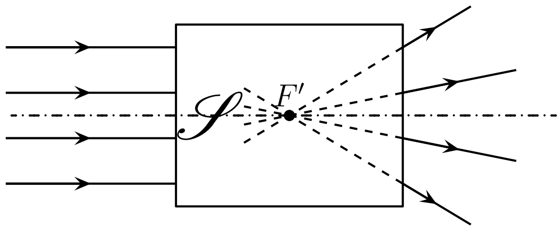




Le *foyer principal image* est le point image d'un point objet situé à l'infini dans la direction de l'axe optique.

✧ Là aussi, pour des raisons de symétrie, le foyer principal image *doit* être sur l'axe optique.

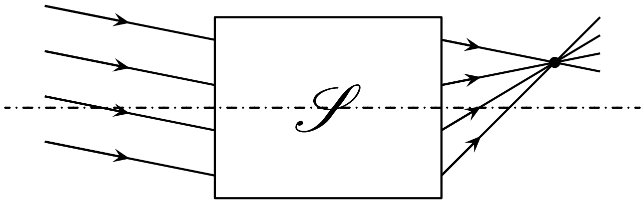




✯ foyers secondaires

Un *foyer secondaire objet* est un point qui n'appartient pas à l'axe optique et dont le point image est à l'infini.

Un *foyer secondaire image* est un point image d'un point objet à l'infini qui n'est pas dans la direction de l'axe optique.



✯ système afocal

Un système optique est dit *afocal* si le point conjugué de l'infini est un point à l'infini.

II·3 – De la qualité d'un système optique

II·3·*i* – stigmatisme

✯ stigmatisme rigoureux

Une image est dite *rigoureusement stigmatique* si **tous** le faisceau issu du point objet et traversant le système optique donne un faisceau dont le sommet est l'image.

✧ Cela revient à dire que tous les rayons image doivent passer par le point image.

Distribuer documents OptGéo 3 et 4.

✧ Nous pouvons visualiser :
- ➜ le stigmatisme rigoureux entre les deux foyers d'une ellipse
- ➜ le stigmatisme rigoureux entre le foyer d'une parabole et l'infini

✧ Le principe de retour inverse impose qu'il y stigmatisme rigoureux entre l'infini et le foyer d'une parabole. C'est la raison pour laquelle, pour capter des radiation provenant de l'infini (satellites), nous utilisons des paraboles.

✯ stigmatisme approché

Le stigmatisme d'une image est dit *approché* lorsque les rayons lumineux définissant l'image se croisent dans une zone restreinte de l'espace.

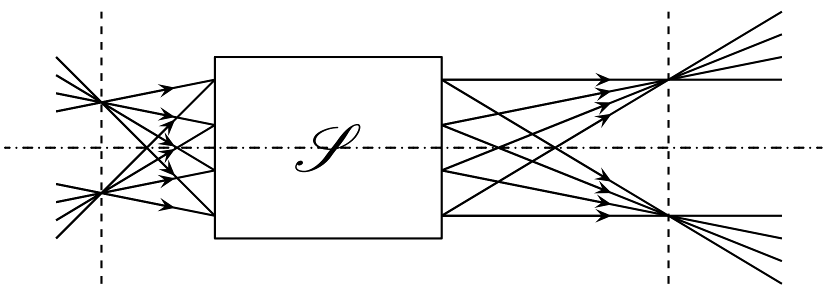
Distribuer les documents OptGéo 5 et 6.

✧ Nous pouvons visualiser :
- ➜ le stigmatisme approché entre un point proche du foyer de l'ellipse et son point image
- ➜ le stigmatisme approché pour la parabole

✧ Le stigmatisme approché peut malgré tout permettre la formation d'une image parfaite si le capteur qui observe l'image (caméra, œil) est constitué de détecteurs (cellule de la rétine, grain sur pellicule photo, cellule de caméra CCD), plus grands que la zone d'intersection.

II·3·*ii* – aplanétisme

Un système optique est dit *aplanétique* lorsque les images de points situés dans un plan perpendiculaire à l'axe optique sont dans un plan perpendiculaire à l'axe optique.



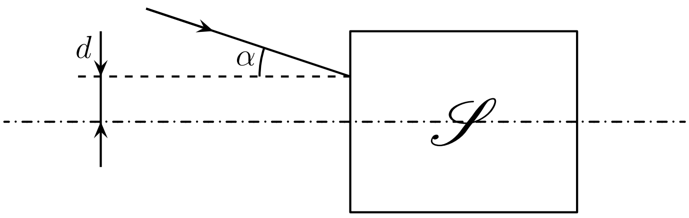
> Lorsque toutes les images de points dans un plan $\mathscr{P}$ sont situées dans un plan $\mathscr{P}'$, les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont dits *conjugués*.

✧ Pour certaines salles de cinéma, celles où l'écran est courbe, le projecteur est un système optique stigmatique mais non aplanétique.

II·4 – Des conditions particulières d'utilisation

II·4·*i* – ils s'appellent « paraxiaux », « rayons paraxiaux »

> Des rayons lumineux sont dits *paraxiaux* s'ils sont :
> ➜ proches de l'axe optique
> ➜ faiblement incliné par rapport à l'axe optique



✧ Ainsi, il faut :
- ➜ d petit
- ➜ $\alpha \ll 1$

✧ Si $\alpha \ll 1$ est très claire, la condition d petit est plus difficile à expliciter car elle dépend en fait de la constitution même du système optique.

II·4·*ii* – conditions de Gauss

> Un rayon lumineux respecte les *conditions de* Gauss lorsqu'il est paraxial.

✧ Sauf précision contraire (ce qui peut toujours arriver de temps en temps), les lentilles et les miroirs sont utilisées dans les conditions de Gauss.

✧ Comment faire en sorte que tous les rayons lumineux qui entrent dans le système optique respectent les conditions de Gauss ?
- ➜ pour qu'ils soient proches de l'axe, c'est facile, il suffit de mettre un diaphragme (les myopes peuvent essayer de mettre un diaphragme devant leurs yeux)
- ➜ pour qu'ils soient faiblement inclinés, c'est plus difficile. Il faut alors soit faire en sorte que le système optique fonctionne hors-Gauss (comme les objectifs grand angle), soit éliminer les rayons indésirables à l'intérieur du dispositif.

II·4·*iii* – conséquences sur les lois de Snell – Descartes

✧ Les surfaces sur lesquelles se réfléchissent ou à travers lesquelles se réfractent les rayons lumineux sont relativement perpendiculaires à l'axe optique, donc leurs normales sont plutôt parallèles à l'axe.

✧ C'est ainsi que tous les angles d'incidence, de réflexion ou de réfraction seront faibles, ce qui permettra de *linéariser* le problème :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \qquad \rightsquigarrow \qquad n_1\, i_1 = n_2\, i_2$$

II·4·*iv* – conséquences sur les qualités des systèmes optiques

> Tout système optique centré qui fonctionne dans les conditions de Gauss est aplanétique et stigmatique.

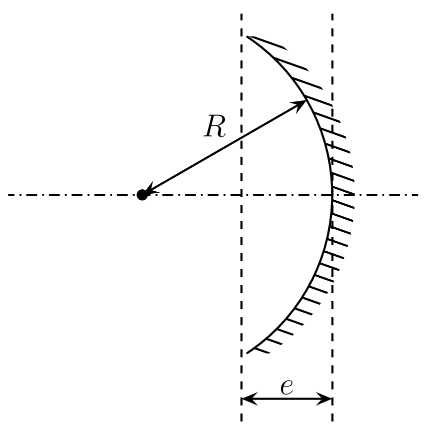
> Le grandissement transversal d'un couple objet / image conjugué par un système optique fonctionnant dans les conditions de Gauss ne dépend pas de la taille de l'objet.

✧ Autrement dit un objet deux fois plus grand donnera une image deux fois plus grande : le système optique est *linéaire*, ce qui est normal étant donné que les lois de fonctionnement (les lois de Snell – Descartes) ont été linéarisées.

II·4·*v* – conditions de minceur

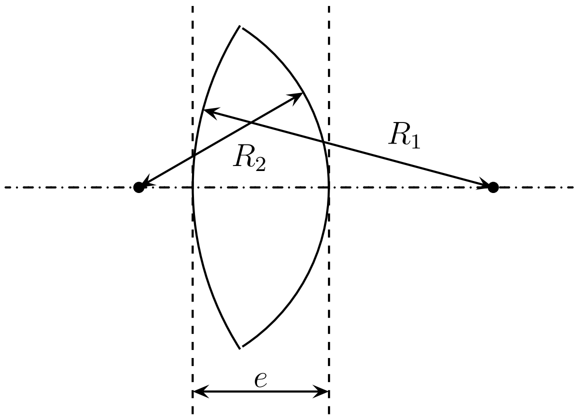
✯ pour les miroirs

✧ Pour qu'un miroir sphérique se comporte comme ceux que nous avons rencontrés jusque là, il faut que la zone réfléchissante soit quasiment plane, *ie.* que, avec les notations du schéma ci-dessous, $e \ll R$.



✯ pour les lentilles

✧ Pour les miroir, c'est la même chose : il faut $e \ll R_1$ et $e \ll R_2$.



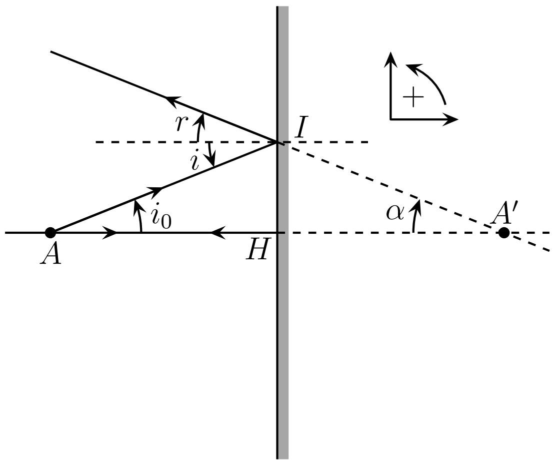
✧ Notons qu'une face plane est équivalente à une surface sphérique de rayon de courbure infini.

II·5 – Relations de conjugaison des miroirs

✧ Dans ce paragraphe, retrouvons les relations de conjugaison des miroirs à partir des lois de Snell – Descartes.

II·5·i – stigmatisme rigoureux pour le miroir plan

✧ Considérons un miroir plan et un point objet A.



✧ Analyse physique : seul AH est connu.
✧ Analyse technique :
- ➜ la relation de conjugaison est un lien entre point objet et point image, il faut donc chercher où se situe l'image
- ➜ les lois de Snell – Descartes vont jouer un rôle important

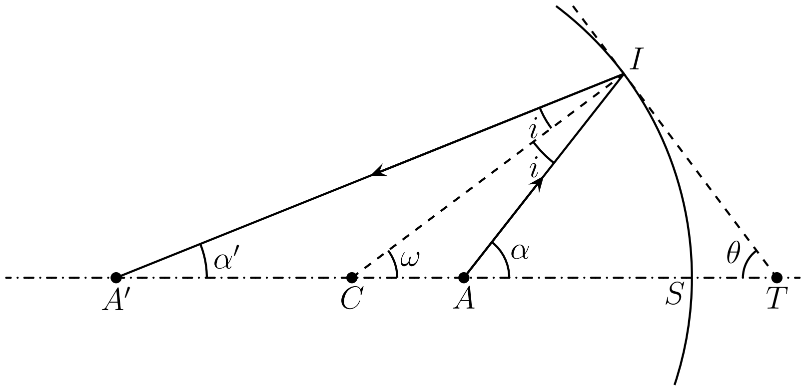
✧ Le rayon lumineux passant par A et orthogonal en H au miroir se réfléchit sur lui-même A' sera donc sur la droite AH (c'est l'axe optique du miroir).
✧ Choisissons un rayon lumineux quelconque issu de A et notons i_0 l'angle qu'il fait avec AH.
✧ Ainsi, dans le triangle AHI : $\overline{HI} = -\overline{HA}\,\tan i_0$.
✧ De plus, nous avons pour des raisons géométriques $i = +i_0$, avec les lois de Snell – Descartes $i = -r$ et pour des raisons géométriques $\alpha = +r$. Finalement $i_0 = -\alpha$.
✧ Et dans le triangle $A'HI$: $\overline{HI} = -\overline{HA'}\,\tan\alpha$ soit $\overline{HI} = +\overline{HA'}\,\tan i_0$.
✧ En rapprochant les deux expressions de $\overline{HI}$, nous retrouvons bien la relation de conjugaison connue $\boxed{\overline{HA} = -\overline{HA'}}$.

✧ Cette relation est extraordinaire car elle dit que la position du point A', donc de l'image, est *indépendante* du rayon initial choisi. En effet dans cette relation de conjugaison n'interviennent aucune caractéristique du rayon : ni i_0 ni I.
✧ L'image A' de A est donc rigoureusement stigmatique.

> Le miroir plan est le seul système optique à être parfaitement stigmatique quel que soit le point objet.

II·5·*ii* – stigmatisme approché pour le miroir sphérique ...

✧ Faisons de même avec un miroir sphérique.



✧ Analyse physique seuls sont connus CA et le rayon R de la sphère.
✧ Analyse technique :
 ➜ la relation de conjugaison est un lien entre point objet et point image, il faut donc chercher où se situe l'image
 ➜ les lois de Snell – Descartes vont jouer un rôle important ainsi que la géométrie du triangle
✧ Comme pour le miroir plan, nous pouvons dire, en considérant le rayon passant par A et C que l'image A' se situe, justement sur la droite AC.
✧ Prenons maintenant un autre rayon passant par A et faisant un angle α avec AC.
✧ Ce rayon se réfléchit en I en obéissant aux lois de Snell – Descartes et vient intersecter AC en A'.
✧ Notons ω et α' les angle que forment CI et $A'I$ avec CA.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{dans le triangle } ICA : & \dfrac{CA}{\sin i} = \dfrac{IA}{\sin\omega} \\ \text{dans le triangle } ICA' : & \dfrac{CA'}{\sin i} = \dfrac{IA'}{\sin(\pi-\omega)} = \dfrac{IA'}{\sin\omega}\end{array}\right\} \rightsquigarrow \quad \frac{CA}{CA'} = \frac{IA}{IA'}$$

✧ Notons T le point d'intersection de la tangente au cercle en I et θ l'angle entre TI et CA.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{dans le triangle } ITA : & \dfrac{IA}{\sin\theta} = \dfrac{TA}{\sin(\pi/2-i)} \\ \text{dans le triangle } ITA' : & \dfrac{IA'}{\sin\theta} = \dfrac{TA'}{\sin(\pi/2+i)} = \dfrac{IA'}{\sin\omega}\end{array}\right\} \rightsquigarrow \quad \frac{IA}{IA'} = \frac{TA}{TA'} \times \frac{\sin(\pi/2+i)}{\sin(\pi/2-i)} = \frac{TA}{TA'}$$

✧ En rassemblant les deux relations, nous trouvons :

$$\frac{TA}{TA'} = \frac{CA}{CA'} \qquad \rightsquigarrow \qquad \frac{\overline{TA}}{\overline{TA'}} = -\frac{\overline{CA}}{\overline{CA'}}$$

✧ Il ne reste plus qu'un peu de manipulation de manière à obtenir une écriture canonique :

$$\begin{gathered}
-\overline{CA}.\overline{TA'} = \overline{CA'}.\overline{TA} \\
-\overline{CA}\,(\overline{TC} + \overline{CA'}) = \overline{CA'}\,(\overline{TC} + \overline{CA}) \\
-\overline{CA}.\overline{TC} - \overline{CA}.\overline{CA'} = \overline{CA'}.\overline{TC} + \overline{CA'}.\overline{CA} \\
-\overline{CA}.\overline{TC} - \overline{CA'}.\overline{TC} = 2\,\overline{CA}.\overline{CA'} \\
\overline{CA}.\overline{CT} + \overline{CA'}.\overline{CT} = 2\,\overline{CA}.\overline{CA'} \\
\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CT}}
\end{gathered}$$

✧ Cette relation ressemble furieusement à la relation de conjugaison vu du centre (celle de Descartes), toutefois, ce n'est pas la exactement même à cause du second membre.

✧ Le second membre signifie beaucoup de choses et notamment que l'image n'est pas rigoureusement stigmatique. En effet, pour avoir la position de A', il faut la position de T qui dépend du rayon choisi : $CT = \dfrac{R}{\cos\omega}$.

✧ Finalement, le miroir n'est rigoureusement stigmatique que pour le point C (qui a pour image lui-même).

Distribuer le document OptGéo 7.

✧ Comme nous pouvons le voir sur l'exemple simulé, l'image n'est pas stigmatique du tout. La trace formée par l'accumulation de rayon s'appelle la caustique.

✧ D'ailleurs nous pouvons remarquer que la condition de minceur n'est pas respectée.

II·5·*iii* – ... sauf dans les conditions de Gauss ...

✧ Considérons désormais uniquement les rayons lumineux dans les conditions de Gauss.

✧ Alors cela implique $\omega \ll 1$ et en particulier $\overline{CT} = \overline{CS}$.

✧ La relation de conjugaison devient ainsi :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

✧ Lorsque $A \to \infty$, alors $\overline{CA'} \to \dfrac{\overline{CS}}{2} \overset{\text{not}}{=} \overline{CF'}$: le foyer principal image est au milieu de $[CS]$.

✧ Lorsque $A' \to \infty$, alors $\overline{CA} \to \dfrac{\overline{CS}}{2} \overset{\text{not}}{=} \overline{CF}$: le foyer principal objet est au milieu de $[CS]$.

Distribuer le document OptGéo 8.

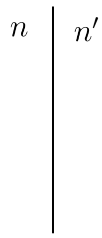
✧ Sur la simulation précédente, nous pouvons constater cette fois que non seulement l'image est bien stigmatique, mais aussi que la condition de minceur est bien respectée.

II·6 – Dioptre plan

✧ Il est un système optique fort simple, que nous pouvons rencontrer très fréquemment et qui est très souvent oublié : le dioptre plan.

II·6·*i* – une simple surface de séparation

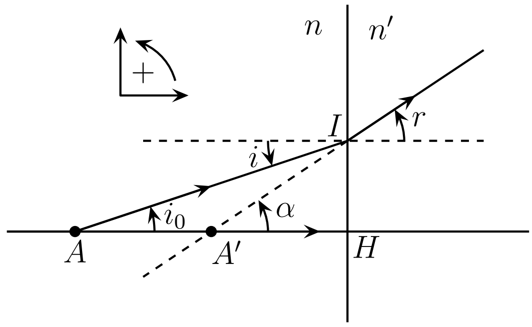
> Le *dioptre plan* est une surface plane qui sépare deux milieux d'incide optique différents.



✧ Quand le rencontrons-nous ?
- ➜ les vitres sont constituées de deux dioptres plans
- ➜ quand nous regardons au fond d'une casserole d'eau : ce qui est vu « dans » l'eau est vu en fait à travers un dioptre plan (ce n'est que le début de la physique de la cuisson des pâtes)

II·6·*ii* – un système pas vraiment stigmatique . . .

✧ Cherchons la relation de conjugaison pour un tel système optique.



✧ Les analyses sont identiques aux précédentes.
✧ Analyse physique : les indices n et n' sont connus, ainsi que la position du point A.
✧ Analyse technique :
- ➜ la relation de conjugaison est un lien entre point objet et point image, il faut donc chercher où se situe l'image
- ➜ les lois de Snell – Descartes vont jouer un rôle important ainsi que la géométrie du triangle

✧ Le rayon qui passe par A et qui arrive perpendiculairement sur le dioptre n'est pas dévié. L'image est donc située quelque part sur la droite AH où H est le projeté orthogonal de A sur le dioptre.
✧ Choisissons de manière arbitraire un autre rayon particulier et notons i_0 l'angle qu'il fait avec AH.
✧ Dans les triangles AHI et $A'HI$ nous avons :

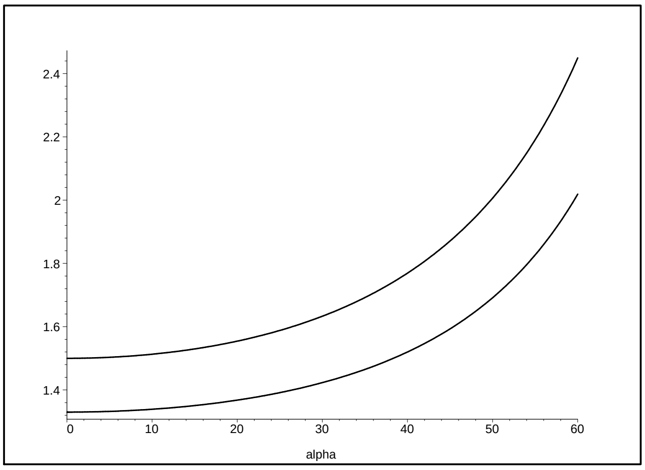
$$\overline{HI} = -\overline{HA}\,\tan i_0 = -\overline{HA'}\,\tan\alpha$$

✧ Or $i_0 = i$ et $r = \alpha$ pour des raisons géométriques et $n\,\sin i = n'\,\sin r$ d'après les lois de Snell – Descartes.
✧ En remplaçant, nous trouvons :

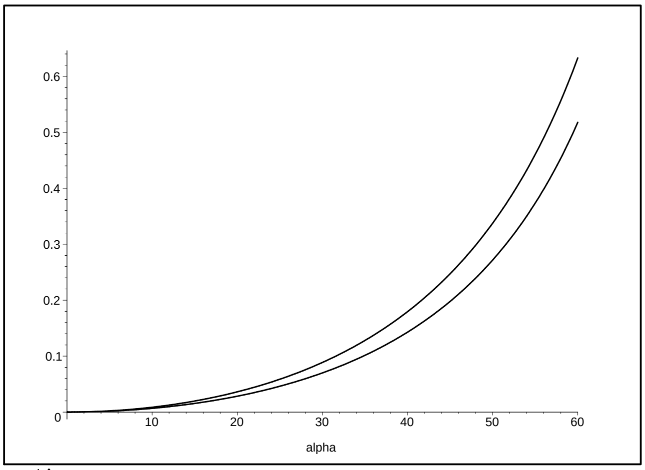
$$\overline{HA'} = \overline{HA} \times \frac{\tan i_0}{\tan\left(\arcsin\left(\dfrac{n}{n'}\,\sin i_0\right)\right)}$$

✧ Nous pouvons alors constater que l'image n'est pas rigoureusement stigmatique étant donné qu'elle dépend du rayon choisi (repéré par i_0).

Graphique 1



Graphique 2



✧ Sur le graphique 1, nous pouvons voir le rapport $\dfrac{HA'}{HA}$ en fonction de i_0 pour les dioptres air / eau et air / verre.

✧ Sur le graphique 3, nous pouvons voir l'écart relatif de $\dfrac{HA'}{HA}$ avec la limite de $\dfrac{HA'}{HA}$ aux petit angles.

✧ Nous pouvons constater que si les angles sont petits, $\dfrac{HA'}{HA} \simeq \mathrm{C^{te}}$, *ie.* que l'image est stigmatique.

II·6·*iii* – … sauf si on l'utilise dans les conditions de Gauss

✧ Vérifions théoriquement la constatation précédente.

✧ Supposons les angles petits, il reste alors :

$$\overline{HA'} = \overline{HA} \times \frac{\cancel{i_0}}{\dfrac{n}{n'}\,\cancel{i_0}} \qquad \rightsquigarrow \qquad \frac{n'}{\overline{HA'}} = \frac{n}{\overline{HA}}$$

✧ Nous constatons alors effectivement que cette relation devient indépendante du rayon choisi : l'image devient stigmatique.

La relation de conjugaison pour un dioptre plan où les rayons lumineux passent du milieu d'indice n au milieu d'indice n' est :

$$\frac{n'}{\overline{HA'}} = \frac{n}{\overline{HA}}$$

où A et A' sont les points objet et image et H le projeté orthogonal de A sur le dioptre plan.

✧ En acceptant une erreur de 5 % sur la position de l'image, nous pouvons voir, grâce au 2e graphique, que des rayon initialelement incliné jusqu'à 20 ° conviennent. Pour une tolérance de 10 %, les rayons peuvent être inclinés jusqu'à 30 °.

✧ En fait, lorsque nous observons quelque chose à travers un dioptre, les rayons lumineux ont tous à peu près la même direction à cause de la petitesse de la pupille. Ainsi, le dioptre (pour le capteur « œil ») sera toujours stigmatique. Le problème c'est que suivant l'angle d'observation, l'image peut « bouger » : regarder dans l'eau peut ainsi réserver quelques surprises.

II·6·*iv* – entre réalité et virtualité

✧ En choisissant le sens positif dans le sens de propagation de la lumière, nous pouvons constater les correspondances suivantes :

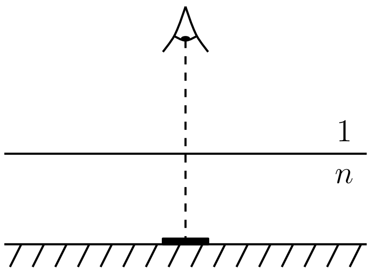
	>0	<0
$\overline{HA}$	OV	OR
$\overline{HA'}$	IV	IR

✧ Or la relation de conjugaison implique que $\overline{HA}$ et $\overline{HA'}$ sont de même signe : le dioptre transforme donc le caractère virtuel en réel et réciproquement.

II·6·*v* – un bras raccourci

✧ Petit exemple de ce qui pourrait arriver.

✧ Picsou voit une pièce de 5 centimes d'euros à 60 centimètre sous l'eau, il remonte sa manche pour l'attraper. Y arrivera-t-il ?



✧ Analyse physique :
- ➜ pièce $\xrightarrow{\text{dioptre eau / air}}$ image $\xrightarrow{\text{œil}}$
- ➜ seule est connue la distance (estimée) de l'image de la pièce avec la surface de l'eau et les indices de l'eau et de l'air.

✧ Analyse technique :
- ➜ il faudra utiliser la relation de conjugaison du dioptre eau / air en faisant attention au sens d'utilisation

✧ Étant donné que les rayons lumineux passent de l'eau à l'air, la relation de conjugaison s'écrit :

$$\frac{n_{\text{eau}}}{\overline{HA}} = \frac{n_{\text{air}}}{\overline{HA'}} \qquad \rightsquigarrow \qquad \overline{HA} = \overline{HA'} \times \frac{n_{\text{eau}}}{n_{\text{air}}} = 80 \text{ cm}$$

✧ Il faudra se mouiller.

✧ Un objet sous l'eau apparaît toujours plus près qu'il ne l'est en réalité.

Montrer photos du phénomène.

II·7 – Défauts des lentilles réelles

✧ Les images données par les lentilles peuvent souffrir de nombreux défauts.

II·7·*i* – parce qu'elles ne sont pas utilisées dans les conditions de Gauss

✧ Observons tout d'abord une simulation d'image donné par un point objet à travers une lentille réelle.

Distribuer les documents OptGéo 9 et 10.

✧ Sur le document 9, nous pouvons constater que l'image n'est pas stigmatique. Nous pouvons même voir des rayons qui ne traversent pas la lentille car ils subissent une réflexion totale lors de la 2e interface.
✧ En revanche, sur le document 10, lorsque nous limitons les rayons aux rayons paraxiaux, nous pouvons voir que l'image devient stigmatique, comme prévu.
✧ Ce défaut est commun aux miroirs et aux lentilles.

II·7·*ii* – parce qu'elles ne sont pas si minces que cela : aberrations géométriques

✧ Sur l'exemple précédent, la lentille n'était pas vraiment mince, ce qui augmente les déformations.
✧ Regardons maintenant ce qui se passe avec une lentille plus mince.

Distribuer le document OptGéo 11.

✧ Sur le document précédent, la lentille mince n'est pas utilisée dans les conditions de Gauss, malgré tout les images formées des trois points objets sont parfaitement stigmatiques ... mais il n'y a plus aplénétisme.
✧ Ainsi, si nous avions voulu projeter l'image de ces trois points simultanément, cela n'aurait pas été possible : dans un plan transversal, l'image totale de l'objet initial, est floue : c'est l'aberration géométrique.

L'*aberration géométrique* est une dégradation de la qualité de l'image (forme ou netteté) du à une utilisation hors Gauss d'un système optique.

✧ Comme nous l'avons déjà dit, il est possible d'avoir des système optiques qui fonctionnent bien hors-Gauss, mais au prix soit de l'aplanétisme (lentille de projecteur de salle de cinéma) soit au prix de la forme de l'image (grand angle en photographie).
✧ Remarquons aussi que ce défaut est commun aux lentilles et aux miroirs.

II·7·*iii* – parce qu'elles sont fabriquées avec un matériau transparent : aberrations chromatiques

✩ visualisation

✧ Si une lentille permet de former une image, c'est parce que les rayons lumineux sont réfractés conformément aux lois de Snell – Descartes.
✧ Or la loi de réfraction fait intervenir l'indice du matériau qui dépend de la longueur d'onde de la radiation réfractée. Cela signifie que toutes les radiations ne vont pas être réfractée de la même manière.
✧ Simulons cela.

Regarder document OptGéo 12.

✧ Comme nous l'avons montré avec le prisme, la radiation rouge est la moins déviée : c'est celle dont l'image est la plus loin.

✧ Dans un plan transverse l'image du point objet apparaîtrait irrisé de couleur : c'est l'aberration chromatique.

> L'*aberration chromatique* est une dégradation de la qualité d'une image par apparition d'irisation dû à l'effet dispersif du matériau constituant la lentille.

✧ Ce défaut n'appartient qu'aux lentilles, c'est une des raisons qui font que les miroirs sont privilégiés dans la réalisation de système d'observation du ciel.

✯ remède : un achromat

✧ Comme il est possible de le démontrer, la vergence d'une lentille s'écrit $V = K\,(n - n_{\text{ext}})$ où n est l'indice de la lentille et n l'indice du milieu extérieur (souvent l'air, $n_{\text{ext}} = 1$) et K un facteur purement géométrique qui est positif pour une lentille convergente et négatif pour une lentille divergente.

✧ Pour diminuer autant que possible l'aberration chromatique, une idée consiste à accoler deux lentilles différentes. Cette association s'appelle un *achromat*. Le nom servant à expliquer sa raison d'être.

✧ La loi d'association des lentilles accolées nous permet d'écrire $V = V_1 + V_2$ avec :

➜ $V_1 = K_1\,(n_1 - 1) = K_1\,\left(A_1 + \dfrac{B_1}{\lambda^2} - 1\right)$ d'après la loi de Cauchy ;

➜ $V_2 = K_2\,(n_2 - 1) = K_2\,\left(A_2 + \dfrac{B_2}{\lambda^2} - 1\right)$ d'après la loi de Cauchy mais pour un matériau différent.

✧ La vergence totale vaut donc :

$$V = V_1 + V_2 = K_1\,(A_1 - 1) + K_2\,(A_2 - 1) + \frac{K_1\,B_1 + K_2\,B_2}{\lambda^2}$$

✧ Le but est de faire en sorte que la distance focale, donc la vergence, soit indépendante de la longueur d'onde. Il faut donc $B_1\,K_1 + B_2\,K_2 = 0$.

✧ Or $B_1 > 0$ et $B_1 > 0$, il faut donc K_1 et K_2 de signes opposés.

✧ Imaginons $B_1 = B_2$ (les lentilles sont faites dans le même matériaux). Alors $K_1 = -K_2$ et nous trouvons que la vergence totale est nulle ! Le système optique réalisé n'est plus une lentille : c'est une simple vitre et n'a donc pas tellement d'intérêt.

✧ Un achromat est donc l'association de deux lentilles de matériaux et de nature différente.

✯ effets colatéraux

✧ Nous avons retrouvé le fait qu'une vitre est achromatique ! C'est ce que nous avions observé lors de la première simulation de ce chapitre. Et c'est bien pour cela que la simple observation à travers une vitre ne fait pas apparaître tout un tas de couleurs.

✧ Faisons parler la formule $V = K\,(n - n_{\text{ext}})$.

✧ Cette formule montre le fait que la distance focale dépend non seulement de l'indice, mais aussi du milieu extérieur !

✧ Cela signifie qu'une lentille plongée dans l'eau ne fonctionnera pas, optiquement parlant, de la même manière qu'à l'air libre.

✧ C'est pour cette raison que nous voyons trouble sous l'eau : pas parce que l'eau est physiologiquement gênant, mais parce que l'eau est optiquement gênant.

✧ Et donc, quand Harry Potter met ses lunettes sous l'eau pour mieux voir, nous pourrons admirer ses qualités de sorcier de pouvoir vaincre la physique sans formule magique !

✧ En revanche, des lunettes sous un masque de plongée, ça marche !

II·7·*iv* – un dernier inconvénient par rapport aux miroirs

✧ Nous terminerons en évoquant trois inconvénients qui font que les lentilles sont délaissées au profit des miroirs dans les dispositifs optiques.

✧ Le premier c'est le poids : une lentille est constituée de verre, alors qu'un miroir, dans le vide (ou sous atmosphère contrôlée) peut n'être constitué que d'une fine couche de métal, c'est bien plus léger.

✧ Le deuxième, c'est que les lentilles absorbent une partie du rayonnement qui les traverse. C'est pour cette raison qu'existe l'effet de serre bien connu dans les voitures au Soleil, l'été.

✧ Enfin le troisième et dernier, c'est que les lentilles font perdre de la luminosité par réflexion parasite sur les surfaces d'entrée ou sur les surfaces internes.

Manipuler la lumière

Au niveau du cours

✯ Les définitions

◇ Sont à savoir :
- ➜ longueur d'onde, célérité, indice optique, réfringence
- ➜ homogène, isotrope
- ➜ plan d'incidence, rayon incident / réfléchi / réfracté
- ➜ prisme, spectre, angle de déviation
- ➜ système optique, système optique mince / centré
- ➜ objet / image, point objet / point image, point à l'infini, réel / virtuel
- ➜ foyer principal objet / image, foyer secondaire objet / image, système optique afocal
- ➜ image rigoureusement stigmatique, stigmatisme approché, système aplanétique, plan conjugués
- ➜ rayons paraxiaux
- ➜ dioptre plan

✯ Les grandeurs

◇ Connaître :
- ➜ la valeur de grandeur de h
- ➜ la place des différentes radiations dans le spectre électromagnétique
- ➜ l'ordre de grandeur des longueurs d'onde des radiations visibles
- ➜ la valeur de la célérité de la lumière **à trois chiffres significatifs seulement**
- ➜ les indices optique du vide, de l'air, de l'eau et d'un verre usuel
- ➜ la longueur d'onde de la radiation du laser Helium - Néon

✯ Les lois

◇ Sont à connaître :
- ➜ l'expression de l'énergie transportée par un photon
- ➜ connaître permettant de déterminer la trajectoire d'un rayon lumineux
- ➜ l'allure de la trajectoire d'un rayon lumineux dans un milieu homogène isotrope, dans un milieu non homogène
- ➜ les lois de Snell – Descartes, **toutes les lois** de Snell – Descartes
- ➜ la loi de Cauchy
- ➜ les conditions de Gauss et leurs conséquences sur les systèmes optiques
- ➜ la propriété fondamentale du miroir plan vis à vis du stigmatisme
- ➜ la relation de conjugaison du dioptre plan

✯ la phénoménologie

◇ Connaître :
- ➜ la déviation qualitative d'un rayon lumineux lors d'un passage entre deux milieux
- ➜ les conditions d'existence du rayon réfléchi / du rayon réfracté en optique géométrique
- ➜ le phénomène de réflexion totale
- ➜ la variation de l'indice avec la longueur d'onde
- ➜ la phénoménologie du prisme (conditions de déviation, d'observation et de déviation minimale)

➜ ce que sont et les causes des aberrations géométriques et chromatiques

Au niveau de l'analyse

✯ Analyse physique

✧ Il faut savoir déterminer l'allure d'une trajectoire d'un rayon lumineux suite à une réfraction ou à une propagation dans un milieu non homogène.

Au niveau des savoir-faire

✯ exercices classiques

✧ Savoir refaire :
➜ la fibre optique à saut d'indice

Table des matières