Statique des fluides

Exercice 1

Analyse physique. Nous avons affaire ici à une situation où va intervenir la poussée d'ARCHIMÈDE puisque l'objet plongé dans l'eau est maintenu entre deux eaux, nous ne tiendrons donc pas compte des forces pressantes qui s'exercent entre le flotteur et l'eau. Ici, de par les forces en présence, nous pouvons dire que les grandeurs pertinentes sont m, V (description de l'objet), ρ (masse volimique de l'eau) et g (poids).

$\boxed{1.}$ *Analyse technique. Pour pouvoir bien comparer les deux situations, il est nécessaire de prendre le même système dans les deux situation « avec » et « sans flotteur ». Le plus naturel reste de prendre « ce qu'il y a sur la balance ».*

Considèrons le système { eau + bécher }.

Lorsque le flotteur y est plongé, ce système subit une force supplémentaire par rapport à la situation initiale : il s'agit de la force que le flotteur exerce sur l'eau (notons que nous ne comptons pas la force que l'opérateur exerce sur le flotteur parce que, précisément, cette force ne s'exerce pas sur le système considéré).

Avec la troisième loi de NEWTON, nous savons que cette force est l'opposée de la poussée d'Archimède ; elle est donc dirigée vers le bas.

Ainsi avec le flotteur, tout se passe comme si nous appuyions davantage sur le plateau : il faudra donc rajouter des masses marquées pour conserver l'équilibre.

Ainsi $\boxed{\Delta m > 0}$.

$\boxed{2.}$ Le raisonnement précédent est tout aussi valable pour une bille de plomb : la densité de l'objet introduit dans l'eau n'intervient nulle part.

Nous avons donc, ici aussi, $\boxed{\Delta m > 0}$.

$\boxed{3.}$ Il faut compenser la force que le flotteur exerce sur l'eau, soit une intensité égale au poids du volume d'eau déplacée : $\boxed{\Delta m = \rho V}$.

En faisant un bilan de forces sur le flotteur à l'équilibre ($\vec{F}$, le poids $\vec{P} = V \rho^\star \vec{g}$ et la poussée d'ARCHIMÈDE $\vec{\Pi} = -\rho V \vec{g}$), nous trouvons : $\boxed{\vec{F} = (\rho^\star - \rho)\, V\, g\, \vec{u}_z}$ où $\vec{u}_z$ est l'axe vertical vers le haut.

Comme il s'agit d'un flotteur, nous avons $\rho^\star < \rho$ et ous constatons bien que la force $\vec{F}$ est dirigée vers le bas, *ie.* qu'il faut appuyer pour faire tenir un flotteur en équilibre sous l'eau.

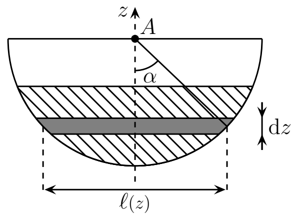
Exercice 2

$\boxed{1.}$ *Analyse physique. Il s'agit ici d'un équilibre. Le cylindre va subir, en plus de son poids les forces exercées par le liquide. Comme tout est immobile, nous pouvons utiliser les résultats de la statique des fluides. Les grandeurs pertinentes sont R, ρ et g.*

Analyse technique. Pour déterminer la résulante des forces de pression exercées par le liquide, nous pouvons soit faire le calcul « brut » soit utiliser le théorème d'ARCHIMÈDE. Ici bien que le corps ne soit pas totalement immergé, il est flottant ce qui nous autorise à utiliser ARCHIMÈDE, ce qui est d'autant plus agréable qu'il est toujours plus facile de calculer une somme de nombres (pour trouver un volume) qu'une somme de vecteurs (pour trouver une force).

À l'équilibre, le poids est compensé par la poussée d'ARCHIMÈDE dont la norme vaut $\rho\, V_{\text{immergé}}\, g$.

Pour déterminer le volume immergé, hachuré sur la figure ci-dessous, nous allons le découper en tranches horizontales de volume $\mathrm{d}V$ où $\mathrm{d}V = h\,\ell(z)\,\mathrm{d}z$ est le volume grisé, h étant la longueur du demi-cylindre.



Géométriquement, nous avons $\ell(z) = 2\,R\,\sin\alpha$.

Le volume s'écrit donc : $V = \displaystyle\int h\,2\,R\,\sin\alpha\,\mathrm{d}z$.

Le problème pour calculer c'est que α dépend de z et réciproquement. Nous allons procéder à un changement de variable : nous allons tout écrire en fonction de α.

Nous avons ainsi :

$$z = -R\cos\alpha \quad \rightsquigarrow \quad \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\alpha} = R\sin\alpha \quad \rightsquigarrow \quad \mathrm{d}z = R\sin\alpha\,\mathrm{d}\alpha$$

En remplaçant dans l'intégrale **et en mettant « enfin » les bornes**, nous arrivons, en notant α_0 l'angle correspondant à une cote de $\dfrac{R}{2}$ à :

$$V_{\text{imm}} = \int_0^{\alpha_0} 2\,h\,R^2\,\sin^2\alpha\,\mathrm{d}\alpha = h\,R^2\left(\alpha_0 - \frac{\sin(2\,\alpha_0)}{2}\right)$$

Nous en déduisons, puisque $\alpha_0 = \dfrac{\pi}{3}$, que $\boxed{m = \rho\,h\,R^2\left(\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)}$.

$\boxed{2.}$ *Analyse physique. Il s'agit ici d'un problème mécanique. Le mouvement sera uniquement vertical ou, du moins, nous nous contenterons d'étudier uniquement les oscillations verticales. Le problème pour calculer la poussée d'ARCHIMÈDE c'est que le volume immergé dépend du mouvement, autrement dit la force n'est pas constante.*

Lors de petits mouvements, nous savons que nous pouvons toujours considérer le théorème d'ARCHIMÈDE est valide.

La deuxième loi de NEWTON s'écrit alors, en projection sur (Oz) vertical vers le haut, en notant $z(t)$ la cote du point A (cf. figure)

$$m\,\ddot{z}(t) = -m\,g + \rho\,g\,V_{\text{imm}}(t)$$

Pour pouvoir trouver l'équation différentielle complète, il faut exprimer le volume V_{imm} en fonction de la grandeur de description, à savoir ici z.

Notons $\theta(t)$ l'angle défini comme α repérant la position de la surface de l'eau sur la demi-sphère, nous avons $z(t) = R\cos(\theta(t))$ (l'origine des cotes est choisie à la surface de l'eau).

Cela donne :

$$\dot{z}(t) = -R\,\dot{\theta}(t)\,\sin(\theta(t)) \quad \text{et} \quad \ddot{z}(t) = R\left[-\ddot{\theta}\,(t)\sin(\theta(t)) - \dot{\theta}^2(t)\,\cos(\theta(t))\right]$$

En écrivant que $\theta(t) = \dfrac{\pi}{3} + \varepsilon(t)$, nous avons, au premier ordre en $\varepsilon(t)$: $\ddot{z}(t) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,R\,\ddot{\varepsilon}(t)$.

Nous avons aussi (cf. question précédente) :

$$V_{\text{imm}}(t) = h\,R^2\left(\theta(t) - \frac{\sin(2\,\theta(t))}{2}\right)$$

Cette expression se réécrit au premier ordre en $\varepsilon(t)$:

$$\rho V_{\text{imm}}(t) = \rho\,h\,R^3\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sin(2\,\pi/3)}{2}\right) + \rho\,h\,R^2\left(\varepsilon(t) - \varepsilon(t)\,\cos\frac{2\,\pi}{3}\right) = m\,g + \frac{3\,\rho\,h\,R^2}{2}\,\varepsilon(t)$$

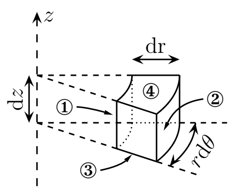
En rassemblant les résultats, nous obtenons :

$$\ddot{\varepsilon}(t) + \left(\frac{\sqrt{3}\,\rho\,h\,R\,g}{m}\right)\varepsilon(t) = 0$$

Il s'agit bien là de l'équation d'un oscillateur harmonique $\boxed{\ddot{\varepsilon}(t) + \Omega^2\,\varepsilon(t) = 0}$ de pulsation propre $\Omega = \sqrt{\dfrac{\sqrt{3}\,\rho\,h\,R\,g}{m}}$ et de période $\boxed{T = 2\,\pi\sqrt{\dfrac{m}{\sqrt{3}\,\rho\,h\,R\,g}}}$.

Exercice 3

Analyse physique. Le fluide est en mouvement par rapport au référentiel terrestre, nous ne pouvons donc pas utiliser ce que nous savons : la mécanique des fluides c'est pour l'année prochaine. En revanche, comme le laisse suggérer l'énoncé, nous pouvons transformer ce problème de dynamique des fluides en problème de statique des fluides en se plaçant dans le référentiel qui va bien. Les grandeurs pertinentes ici seront donc R (géométrie), ρ (description du fluide), g (action de la pesanteur) et ω (rotation du récipient). Comme ici l'ensemble tourne autour d'un axe et que tout présente une symétrie de révolution, nous allons plutôt utiliser un repérage cylindro-polaire. Commençons par dessiner une particule de fluide en « cylindro-polaire ».



Analyse technique. Nous ne pouvons pas appliquer directement la relation de la statique des fluide qui n'est valable que dans le référentiel terrestre. Nous devons donc la trouver en appliquant la même méthode, celle qui consiste à étudier l'équilibre d'une particule de fluide.

➨ **Relation fondamentale de la statique des fluides.** Considérons une particule de fluide dans le référentiel $\mathscr{R}$ tournant par rapport au référentiel terrestre $\widetilde{\mathscr{R}}$ à la vitesse angulaire ω.

Dans ce référentiel $\mathscr{R}$ non galiléen, la particule de fluide est au repos et les forces subies sont :
- ➜ force à distance : le poids
- ➜ force d'inertie : la force d'inertie d'entraînement (celle de CORIOLIS est nulle étant donné que la particule est immobile dans $\mathscr{R}$)
- ➜ forces de contact : les 6 forces pressantes

Comme le problème est invariant par rotation autour de l'axe (Oz) nous pouvons dire que le champ de pression ne dépend que de r et de z, *ie.* que $P(r,z)$.

La situation est représentée sur le schéma ci-contre et les forces ayant des composantes sur $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_z$ s'écrivent :
- ➜ le poids $\mathrm{d}\vec{P} = -\rho\,g\,r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z\,\vec{u}_z$
- ➜ la force pressante sur ① : $\mathrm{d}\vec{f}_{①} = P(r,z)\,r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z\,\vec{u}_r$
- ➜ la force pressante sur ② : $\mathrm{d}\vec{f}_{②} = -P(r+\mathrm{d}r,z)\,r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z\,\vec{u}_r$
- ➜ la force pressante sur ③ : $\mathrm{d}\vec{f}_{③} = P(r,z)\,r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}r\,\vec{u}_z$
- ➜ la force pressante sur ④ : $\mathrm{d}\vec{f}_{④} = -P(r,z+\mathrm{d}z)r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r\vec{u}_z$
- ➜ la force d'inertie d'entraînement «$\vec{f}_{\text{ie}} = +m\,\Omega^2\,\overrightarrow{HM}$» ce qui donne $\mathrm{d}\vec{f}_{\text{ie}} = \rho\,r^2\,\omega^2\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z\,\vec{u}_r$

☕ *Remarque* : les forces sur les deux autres faces s'écrivent respectivement $\mathrm{d}\vec{f} = +P(r,\theta,z)\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}z\,\vec{u}_\theta$ et $\mathrm{d}\vec{f} = -P(r,\theta+\mathrm{d}\theta,z)\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}z\,\vec{u}_\theta$, ce qui aurait permis de montrer que $P(r,\theta,z) = P(r,\theta+\mathrm{d}\theta,z)$, *ie.* que la pression ne dépend pas de θ … au cas où ne nous l'aurions pas déjà vu.

La projection de $\sum\vec{f} = \vec{0}$ donne donc sur $\vec{u}_z$:

$$-\rho\,r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z + P(r,z)\,r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}r - P(r,z+\mathrm{d}z)\,r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}r = 0$$

Avec $P(r,z+\mathrm{d}z) - P(r,z) = \dfrac{\partial P(r,z)}{\partial z}\,\mathrm{d}z$, nous arrivons à $\dfrac{\partial P(r,z)}{\partial z} = -\rho\,g$.

De même la projection sur $\vec{u}_r$ donne :

$$P(r,z)\,r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z - P(r+\mathrm{d}r,z)\,r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z + \rho\,r^2\,\omega^2\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}z = 0 \qquad \rightsquigarrow \qquad \frac{\partial P(r,z)}{\partial r} = \rho\,r\,\omega^2$$

➨ **Équation de la surface.** *Commençons par trouver le champ de pression dans le fluide. Nous pourrons alors utiliser la continuité de la pression à l'interface entre deux fluides et dire alors qu'à la surface la pression vaut $P_0 = \mathrm{C^{te}}$.*

Commençons par primitiver l'équation en z :

$$\frac{\partial P(r,z)}{\partial z} = -\rho\,g \qquad \rightsquigarrow \qquad P(r,z) = -\rho\,g\,z + f(r)$$

La deuxième équation $\dfrac{\partial P(r,z)}{\partial r} = \rho\,r\,\omega^2$ donne :

$$\frac{\mathrm{d}f(r)}{\mathrm{d}r} = \rho\,r\,\omega^2 \qquad \rightsquigarrow \qquad f(r) = \frac{\rho\,r^2\,\omega^2}{2} + \mathrm{C^{te}}$$

Finalement nous obtenons $P(r,z) = -\rho\,g\,z + \rho\,\omega^2\,\dfrac{r^2}{2} + C$.

☕ *Remarque* : nous pouvons voir dans ce champ de pression une partie statique « $-\rho\,g\,z$ » et une partie due à la rotation du récipient « $\rho\,\omega^2\,\dfrac{r^2}{2}$ ».

Ce champ de pression est valable dans tout le fluide, en particulier à la surface où la pression vaut P_0 par continuité avec la pression atmosphérique.

Nous avons donc, pour cette surface :

$$P_0 = -\rho\,g\,z_{\text{surf}} + \rho\,\omega^2\,\frac{r^2}{2} + C \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{z_{\text{surf}} = \frac{\omega^2\,r^2}{2\,g} + a} \quad \text{avec} \quad a = \mathrm{C^{te}}$$

☕ *Remarque* : la surface trouvée est parabolique (ou forme plutôt un paraboloïde de révolution). Cela a une application pratique : la constitution de miroir parabolique « parfait » en prenant comme fluide du mercure. Ces miroirs paraboliques sont très utiles pour la constitution de télescopes. Ils ont néanmoins un inconvénient : leur axe est forcément vertical, ils ne peuvent donc pas observer une étoile toute une nuit car celle-ci, à l'instar du Soleil, tourne autour de la Terre.

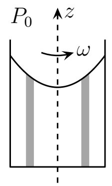
La suite n'est pas utile en tant que telle pour l'exercice. Elle n'est donnée qu'à titre formatif pour le raisonnement et la méthode de calcul.

➨ **Détermination de la constante.** *Posons-nous la question : qu'est-ce qui peut faire « au fond » que a soit grand ou petit, c'est-à-dire que le creux de la parabole, à ω fixé, soit haut ou bas ? La quantité de fluide, évidemment. Plus il y a de fluide, plus a sera grand.*

Pour déterminer la constante a, nous allons utiliser la conservation du volume total de l'eau.

Commençons par calculer le volume d'eau contenu dans le récipient en rotation.

Découpons par la pensée le fluide en petits volume compris entre r et $r+\mathrm{d}r$ de hauteur $z(r)$ (ces volumes ont la forme d'un tube creux).



Nous avons alors $V = \int \mathrm{d}V$ où $\mathrm{d}V$ est le volume d'un cylindre qui vaut «base × hauteur» *ie.* ici $\mathrm{d}V = 2\,\pi\,r\,z(r)\,\mathrm{d}r$.

Cela donne donne :

$$V = 2\,\pi \int_0^R z(r)\,r\,\mathrm{d}r = \int_0^R 2\,\pi\,r\,a\,\mathrm{d}r + \int_0^R \pi\,\frac{\omega^2\,r^3}{g}\,\mathrm{d}r$$

En utilisant le fait que le volume total, qui n'est autre que le volume initial, vaut $V = \pi\,R^2\,h$, la conservation du volume s'écrit :

$$\pi\,R^2\,h = \pi\,R^2\,a + \frac{\pi\,\omega^2\,R^4}{4\,g} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{a = h - \frac{\omega^2\,R^2}{4\,g}}$$

Nous retrouvons bien là le fait que plus il y a d'eau au départ (plus h est grand), plus a est grand. De même, plus la vitesse de rotation est grande, plus le trou se creuse, *ie.* plus a est petit.

☕ *Remarque* : nous avons utilisé la conservation du volume parce que nous avons considéré (à juste titre) que l'eau était incompressible, si tel n'était pas le cas (!!), il aurait plutôt fallu utiliser la conservation de la masse qui, elle, est toujours vraie.

➨ **Condition.** Comme $z > 0$ pour tout r, il faut $a \geqslant 0$. Si tel n'est pas le cas (nous n'aurions alors vraiment pas de chance !), par exemple parce que $\omega \geqslant \omega_{\max} = \sqrt{\dfrac{4\,g\,h}{R^2}}$, le calcul n'est plus valable. L'eau s'est trop creusée et il n'y a plus d'eau au fond du cylindre. Il faut alors reprendre le calcul du volume entre $R_{\min}$ tel que $z(R_{\min}) = 0$ et R … mais la surface de l'eau reste toujours parabolique.

❀ Exercice 4

Analyse physique. Il s'agit ici de l'étude d'un ballon sonde. Ce ballon monte grâce à la poussée d'ARCHIMÈDE : occupant un grand volume grâce à une « faible » masse d'Hélium, le poids du ballon et de tout ce qui doit monter sera inférieure à la poussée d'ARCHIMÈDE, c'est-à-dire au poids de l'air remplacé. Dans ces conditions, nous utiliserons directement le théorème d'ARCHIMÈDE pour déterminer la résulante des forces pressantes.

Les grandeurs pertinentes vont être ici toutes les grandeurs de description de l'atmosphère P_0, T_0, A, α et M (masse molaire) ainsi que toutes les grandeurs de description du ballon sonde m, D, $m_{\text{hydrogène}}$, …

$\boxed{1.}$ L'air est considéré comme un gaz parfait, il obéit donc à l'équation d'état « $P\,V = n\,R\,T$ ».

En considérant une particule de fluide, nous pouvons écrire la masse volumique sous la forme $\rho = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V} = \dfrac{M\,\mathrm{d}n}{\mathrm{d}V}$ avec M masse molaire de l'air et $\mathrm{d}V$ le volume de la particule. Cela donne :

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{R\,T}\,\frac{R\,T_0}{P_0} = (1 - A\,z)^{\alpha-1} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{\rho(z) = \rho_0\,(1 - A\,z)^{\alpha-1}}$$

$\boxed{2.}$ Le ballon sonde subit deux forces : son poids et la poussée d'ARCHIMÈDE.

Son poids se décompose en deux termes :

➜ le poids des accessoires $m\,g$

➜ le poids de l'hydrogène $g\,\rho'\,V = g\,\rho'\,\dfrac{\pi\,D^3}{6}$

Comme le volume V et la quantité de matière d'hydrogène sont constants, la masse volumique de l'hydrogène est constant : ρ'_0.

La poussée d'ARCHIMÈDE vaut $\vec{\Pi} = -\rho\,V\,\vec{g}$.

En projection de ces trois forces sur l'axe vertical ascendant, nous arrivons à :

$$\boxed{F_z = \left\{ \frac{\pi\,D^3}{6}\,\Big[\rho_0\,(1 - A\,z)^{\alpha-1} - \rho'_0\Big] - m \right\} g}$$

$\boxed{2.\ (a)}$ Tant que $F_z \geqslant 0$, le ballon sonde peut faire son office : élever une charge dans les air.

La masse limite est donc obtenue pour $F_z = 0$ pour $z = 0$. Cela donne :

$$\boxed{M_0 = \frac{\pi D^3(\rho_0 - \rho'_0)}{6} = \underline{37},9000\text{ kg}}$$

$\boxed{2.\ (b)}$ Nous avons de même :

$$\boxed{M_1 = \frac{\pi\,D^3}{6}\,\Big[\rho_0\,(1 - A\,z_1)^{\alpha-1} - \rho'_0\Big] = \underline{9{,}03}339\text{ kg}}$$

☕ *Remarque* : rappelons que la poussée d'ARCHIMÈDE n'est autre que la résultante des forces pressantes qui s'exercent sur la ballon. Or pour que cette résultante soit non nulle, il est **impératif** de considérer que la pression atmosphérique varie sur la distance D. Ceci dit, pour calculer le poids de l'air remplacé, nous avons dit que la masse volumique (et donc la pression) était constante … Cet étrange paradoxe n'en est pas un car si pour la résultante des forces il faut tenir compte des variations de pression, c'est parce que des forces sont parfois vers le haut et parfois vers le bas ce qui fait intervenir des **différences** de pression. En revanche, pour calculer le poids total de l'air remplacé, nous n'avons fait « que » additionner des poids élémentaires.

$\boxed{3.\ (a)}$ Comme l'hydrogène (en fait le dihydrogène) est considéré comme un gaz parfait, il obéit à l'équation d'état : « $P\,V = n\,R\,T$ ».

Comme $V = \mathrm{C^{te}}$ parce que le ballon est indéformable et que $n = \mathrm{C^{te}}$ parce que la quantité de matière d'hydrogène dans le ballon n'est pas modifiée, nous avons $\dfrac{P_{\text{hyd}}}{P'_0} = \dfrac{T}{T_0}$.

Enfin comme l'hydrogène est constamment en équilibre thermique avec l'extérieur, cela donne $\boxed{\Delta P = P_{\text{hyd}} - P = P'_0\,(1 - A\,z) - P_0\,(1 - A\,z)^{\alpha}}$.

$\boxed{3.\ (b)}$ Le principe de fonctionnement de ce ballon, nous permet d'écrire $P' - P = \Delta P_0 = \mathrm{C^{te}}$.

Comme $P' = \rho'\,\dfrac{R\,T}{M}$, nous avons :

$$\frac{P'}{P_0} = \frac{\rho'\,T}{\rho'_0\,T_0} \qquad \rightsquigarrow \qquad P' = P'_0\,\frac{\rho'}{\rho'_0}\,(1 - A\,z)$$

Ainsi : $\Delta P_0 = P'_0 \,\dfrac{\rho'}{\rho'_0}\,(1 - A\,z) - P_0\,(1 - A\,z)^\alpha$ ce qui donne (sans oublier que $\Delta P_0 = P'_0 - P_0$) :

$$\boxed{\rho' = \rho'_0\,\frac{P_0\,(1 - A\,z)^\alpha + \Delta P_0}{P_0 + \Delta P_0} \times \frac{1}{1 - A\,z}}$$

3. (c) Pour le décollage, la masse est la même.

À 11 km, nous avons $\boxed{M_2 = \dfrac{\pi D^3}{6}\,\Big[\rho_0\,(1 - A\,z_1)^{\alpha-1} - \rho'(z_1)\Big] = \underline{10},9190 \text{ kg}}$.

3. (d) Comme les deux ballons sonde étudiés ont le même volume, ils subissent la même poussée d'ARCHIMÈDE.

Si, toutes choses étant égales par ailleurs, l'un est capable de transporter une masse δm supplémentaire, c'est qu'il a évacué, précisément, une masse $\delta m = M_2 - M_1 = \underline{1},8856$ kg d'hydrogène sur les 3,1 kg embarqués au départ.

Remarque : même en larguant tout le « lest » que constitue l'hydrogène (ce qui n'est pas possible vu que, pour que l'hydrogène s'échappe du ballon, il faut que la pression soit à l'intérieur soit supérieure à la pression atmosphérique locale), le ballon sonde pourra élever, au grand maximum, 12 kg jusqu'à l'altitude z_1.

Exercice 5

Faisons une régresion linéaire de $\ln N$ en fonction de z. Nous trouvons que la pente vaut :

$$-\frac{m\,g}{k_\mathrm{B}\,T} = -\underline{2,3}5848 \times 10^{-2}\ \mu\mathrm{m}^{-1} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{k_\mathrm{B} = \underline{6,6}0841 \times 10^{-23}\ \mathrm{J.K^{-1}}}$$

Cette estimation correspond à un ordre de grandeur acceptable mais la valeur est surévaluée d'un facteur à peu près 5.