

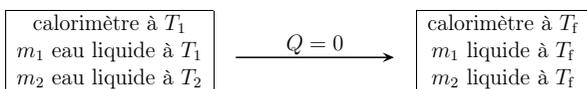
Autour du premier principe

☛ Exercice 1

1. Analyse physique. Il s'agit de calorimétrie, il ne va donc n'y avoir à faire que des bilans thermiques. L'eau rajoutée va se refroidir alors que celle déjà présente va se réchauffer. Ici le calorimètre est idéal, il ne va pas intervenir dans l'évolution. Grandeurs pertinentes : m_1, m_2 , (extensivité), c_ℓ (comportement thermique), T_1, T_2 (conditions initiales).

Analyse technique. Nous allons utiliser choisir m et T pour décrire l'évolution. Choisissons comme système { toute l'eau + calorimètre }.

Le système évolue à pression constante. Comme la transformation a lieu dans un calorimètre, les échanges thermiques sont nuls et donc pour cette transformation : $\Delta H = Q_P = 0$.



Notons 0 le sous système { calorimètre }, 1 le sous système { eau initialement contenue dans le calorimètre } et 2 le sous système { eau rajoutée dans le calorimètre }.

Comme H est une fonction extensive, nous pouvons écrire $\Delta H = \Delta H_0 + \Delta H_1 + \Delta H_2$.

Constataons que les températures initiales de 1 et de 0 sont identiques, de même que les températures finales de l'ensemble (équilibre thermique de la fin).

De plus, parce que les trois sous-systèmes sont des phases condensées, nous avons :

$$\Delta H_1 = m_1 c_e (T_f - T_1) ; \quad \Delta H_2 = m_2 c_e (T_f - T_2) \quad \text{et} \quad \Delta H_0 = C (T_f - T_1)$$

En négligeant la contribution de 0, donc en considérant ΔH_0 négligeable, ie. que le calorimètre est idéal, nous obtenons :

$$m_1 c_e (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad T_f = \frac{m_2 T_2 + m_1 T_1}{m_1 + m_2}$$

Numériquement : $T_f = 32,83133 \text{ }^\circ\text{C}$.

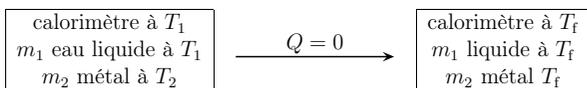
2. Ici, la contribution calorimètre n'étant plus négligeable mais tout le reste est identique.

En reprenant la démarche précédente, nous arrivons à :

$$m_1 c_e (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2) + C (T_f - T_1) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad C = m_2 c_e \frac{T_2 - T_f}{T_f - T_1} - m_1 c_e$$

La valeur en eau s'en déduit : $m_{\text{éq}} = \frac{C}{c_e} = m_2 \frac{T_2 - T_f}{T_f - T_1} - m_1 = 22,49558 \text{ g}$.

3. Nous pouvons utiliser le même raisonnement qu'à la question 1.



Les sous systèmes sont 0 : { calorimètre }, 1 : { eau initialement présente dans le calorimètre }, 2 : { métal }.

Nous avons alors :

$$\Delta H_0 = m_{\text{éq}} c_e (T_f - T_1) ; \quad \Delta H_1 = m_1 c_e (T_f - T_1) \quad \text{et} \quad \Delta H_2 = m c (T_f - T_2)$$

Comme $\Delta H = \Delta H_0 + \Delta H_1 + \Delta H_2 = Q_P = 0$ (transformation monobare adiabatique), nous arrivons finalement à :

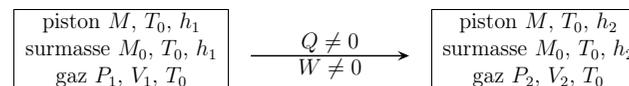
$$c = \frac{(m_{\text{éq}} + m_1) c_e (T_f - T_1)}{m (T_2 - T_f)} = 0,4446761 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$$

☛ Exercice 2

1. Analyse physique. Une fois la masse posée, « brutalement », le piston va s'enfoncer, comprimer le gaz dont la température va alors sûrement augmenter et ensuite les transferts thermiques à travers la paroi vont rééquilibrer les températures avec l'atmosphère. Les grandeurs pertinentes ici sont M, M_0 , (extensivité), P_0, T_0, V_1 (extensivité du gaz), S (géométrie), g, γ (comportement thermique). Ici, les grandeurs pertinentes sur les conditions initiales ou les contraintes ont déjà été citées.

Analyse technique. Nous allons utiliser les grandeurs P, h et $V = S h$ pour décrire l'évolution. Ici nous allons utiliser le premier principe car il y a des mouvements verticaux : le poids agit et pas de manière anodine.

Ici, nous cherchons le travail reçu par le gaz et uniquement le gaz. Pour cela il faudra faire un premier principe sur le gaz, sauf que la force qu'exerce le piston sur le gaz n'est pas connue et cela risque de ne pas être simple. Comme nous pouvons le voir avec l'analyse physique, c'est le mouvement de l'ensemble { piston + surmasse } qui comprime le gaz et donc, d'une certaine manière, fournit de l'énergie au gaz. C'est pourquoi nous allons étudier l'ensemble du dispositif d'un point de vue énergétique.



Pour déterminer l'état final, faisons un bilan de forces sur le système { piston + surmasse }.

En projection sur l'axe \vec{u}_z orienté vers le haut, nous obtenons (en notant s la surface de la surmasse et S celle du piston) :

$$-M g - M_0 g + P_2 S - P_0 (S - s) - P_0 s = 0 \quad \rightsquigarrow \quad P_2 = P_0 + \frac{M + M_0}{S} g$$

Pour déterminer P_1 , nous trouvons de même $P_1 = P_0 + \frac{M g}{S}$.

Le premier principe appliqué au gaz donne $\Delta U_g = W_T + Q_g$ (⚡).

Le premier principe appliqué à { gaz + piston + surmasse } donne :

$$\Delta U_g + \Delta E_{\text{tot,piston}} + \Delta E_{\text{tot,surm}} = W_{\text{pression atmo}} + Q \quad (\text{⚡})$$

En ce qui concerne le transfert thermique, seul le gaz en reçoit donc $Q = Q_g$.

De plus $W_{\text{pression atmo}} = \vec{f}_e \cdot \vec{AB}$ où \vec{AB} est le déplacement du piston. Nous obtenons donc (attention au signe) : $W_{\text{pression atmo}} = -P_0 S (h_2 - h_1)$ (la pression atmosphérique est constante).

De plus, comme le piston et la surmasse sont au repos au début et à la fin de la transformation nous avons :

$$\Delta E_{\text{tot,piston}} = \Delta E_{\text{pot,piston}} = M g (h_2 - h_1) \quad \text{et} \quad \Delta E_{\text{tot,surm}} = \Delta E_{\text{pot,surm}} = M_0 g (h_2 - h_1)$$

En faisant $(\star\star)$ -(\star) et en utilisant les expressions trouvées, nous arrivons à :

$$W_T = -P_0 S (h_2 - h_1) - (M + M_0) g (h_2 - h_1) \quad \rightsquigarrow \quad W_T = -P_2 (V_2 - V_1)$$

Ce résultat se réécrit $W_T = P_2 V_1 - P_2 V_2 = V_1 (P_2 - P_1)$ car $P_2 V_2 = n R T_0 = P_1 V_1$ et ainsi :

$$W_T = M_0 g h_1 = \underline{9,81 \times 10^2 \text{ J}}$$

2. La transformation est dite lente, donc le système est toujours dans un état d'équilibre thermodynamique.

Ainsi, comme les parois sont diathermanes, le système est toujours à la température T_0 ce qui signifie que la transformation, en plus d'être monotherme est isotherme.

L'état final est identique à la question précédente. Il est donc tout à fait justifié d'utiliser la même notation pour la pression finale.

Pour déterminer W'_T nous allons pouvoir utiliser $\delta W'_T = -P_{\text{ext}} dV = -P dV$ car le gaz est bien confiné tout le temps à l'équilibre.

Avec l'équation des gaz parfaits $P V = n R T$, nous trouvons : $\delta W'_T = -\frac{n R T}{V} dV$.

Comme la température est constante (transformation isotherme T_0), l'intégration est aisée et nous trouvons $W'_T = \int \delta W' = -n R T_0 \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Encore à l'aide de l'équation d'état des gaz parfaits, cela se réécrit sous la forme :

$$W'_T = P_1 V_1 \ln \frac{P_2}{P_1} = \underline{9,39627 \times 10^2 \text{ J}}$$

Le travail reçu est légèrement différent de la question précédente. Cela prouve une fois de plus que le travail dépend bien du chemin (*ie.* de la transformation) considéré. Toutefois si la différence est parfaitement visible, il n'en demeure pas moins qu'elle reste relativement faible. En conséquence, il sera justifié, afin de faciliter les calculs, d'assimiler les transformations brutales en transformations lentes. Cette approximation entraîne moins d'écart à la réalité que l'hypothèse de non frottements entre pièces mécaniques.

Insistons sur le fait que la transformation précédente n'était pas tout le temps lente, notamment au moment où la masse M_0 heurte la surface du piston.

Exercice 3

Ici il s'agit de calculs de travaux. Le dispositif n'est pas précisé, mais nous avons mieux : nous avons l'évolution dans le diagramme de Watt du système! Ces questions sont dans l'esprit équivalentes à la question « $i(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$, $u(t) = U_0 e^{-t/\tau}$, quelle est l'énergie reçue par le dipôle en convention récepteur entre 0 et 3τ ? » Peu importe là aussi le dipôle ...

1. La transformation étant isotherme, nous pouvons définir T à chaque instant, c'est donc qu'il y a un équilibre thermodynamique à chaque instant.

Avec un gaz confiné toujours à l'équilibre thermodynamique, nous avons $\delta W = -P dV$ puis, en tenant compte du fait que le gaz est parfait : $\delta W = -n R T \frac{dV}{V}$.

Le travail total, somme des travaux infinitésimaux entre les états initial et final s'écrit :

$$W = \int_{A_i}^{A_f} -n R T \frac{dV}{V} = -n R T \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \rightsquigarrow W = n R T \ln \left(\frac{P_f}{P_i} \right) = \underline{4,014260 \text{ kJ}}$$

Remarque : le travail reçu est positif, c'est normal : pour comprimer un gaz à température constante, il faut fournir de l'énergie. $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ pour l'application numérique.

Le premier principe s'écrit, pour le gaz lors de la compression : $\Delta U = Q + W$.

Comme c'est un gaz parfait, nous avons en plus (première loi de Joule) : $\Delta U = C_V \Delta T$.

Or $\Delta T = 0$ (isotherme) donc $\Delta U = 0$ puis $Q = -W$.

Ainsi $Q = 4,014260 \text{ kJ}$: le gaz a fourni de l'énergie par transfert thermique au milieu extérieur.

Remarque : en langage courant on pourrait dire que le gaz a chauffé sans chauffer. Traduction : il a fourni de la « chaleur » sans élever sa propre température.

2. Lors de cette deuxième transformation, la pression et le volume sont constamment définis (sinon il aurait impossible d'en faire la représentation dans le diagramme de WATT), donc le système est constamment en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur et l'équation d'état des gaz parfaits est toujours valide.

La première étape $A_i E$ de la compression est une transformation isochore, donc $\delta W = -P_{\text{ext}} dV = 0$ soit $W = 0$.

La deuxième étape $E A_f$ est une transformation isobare. Ainsi $\delta W = -P_{\text{ext}} dV = -P dV$, et comme $P = P_f = C^{\text{te}}$, nous obtenons $W = -\int P_f dV = -P_f \int dV = -P_f (V_f - V_i)$.

Cela donne, en utilisant l'équation d'état des gaz parfaits (ce que, de toutes façons, nous avons toujours le droit de faire vu que les états initial et final sont bien définis *donc* à l'équilibre thermodynamique) :

$$W = n R T \left(\frac{P_f}{P_i} - 1 \right) = \underline{9,976800 \text{ kJ}}$$

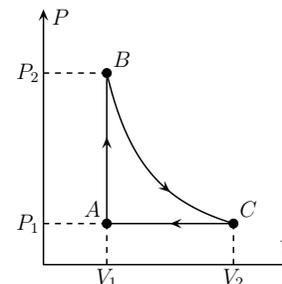
Avec le même raisonnement que ci-dessus, nous obtenons aussi : $Q = -W = \underline{-9,976800 \text{ kJ}}$.

Remarque : ce résultat est différent de la première question ce qui, *a priori* comme *a posteriori*, n'est pas surprenant parce que travail et transfert thermique dépendent du chemin parcouru.

Exercice 4

Ici, une fois le cycle tracé, le calcul de travaux ne pose aucune difficulté puisque nous connaissons l'état du système à chaque instant.

1. Voir ci-dessous.



2. ► **Première étape** Nous avons directement $W_{AB} = 0$ car le piston ne bouge pas.
 ► **Deuxième étape** Pour toutes les autres transformations, le travail reçu par le piston est la somme du travail reçu par le gaz et du travail reçu de la part de l'atmosphère à la pression P_1 .
 Le travail fourni par l'atmosphère et reçu par le piston s'écrit toujours : $\delta W = \vec{f} \cdot d\vec{\ell}$.
 Avec $\vec{F} = -P_1 s \vec{u}$ et $d\vec{\ell} = d\ell \vec{u}$, nous avons :

$$\delta W_{\text{atm}} = -P_1 dV \quad \rightsquigarrow \quad W_{\text{atm}} = -P_1 (V_2 - V_1)$$

Pour déterminer le travail fourni par le gaz, nous allons juste dire qu'il s'agit de l'opposé du travail reçu.

Comme la transformation BC est adiabatique, le premier principe pour le gaz s'écrit $\Delta U_{\text{gaz}} = W_{\text{gaz}} + 0$.

Comme les gaz sont parfaits, ils obéissent à la première loi de JOULE, ie. $\Delta U = C_V \Delta T$.

Avec $C_P - C_V = nR$ (relation de MAYER) et $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ (définition de γ), nous trouvons :

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_P = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1}$$

Finalement : $W_{BC} = -W_{\text{gaz}} - P_1 (V_2 - V_1) = -\frac{nR}{\gamma - 1} (T_3 - T_2) - nR (T_3 - T_1)$.

► **Troisième étape** Le piston subit une résultante de force nulle puisque l'atmosphère et le gaz exercent la même force de chaque côté. Il ne reçoit donc aucune énergie : $W_{CA} = 0$.

► **Rassemblement** Finalement :

$$W = nR \left(\frac{T_2 - T_3}{\gamma - 1} + (T_1 - T_3) \right)$$

3. L'étape de combustion est l'étape AB , il faut donc chercher Q_{AB} .

La transformation AB est isochore, donc $Q_{AB} = \Delta U_{AB}$.

Et comme c'est un gaz parfait, $\Delta U_{AB} = C_V (T_2 - T_1) = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$.

Nous avons ainsi :

$$r = \frac{-T_3 + T_2 + (\gamma - 1)(T_1 - T_3)}{T_2 - T_1} = 1 - \gamma \frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1} \rightsquigarrow r = 1 - \gamma \frac{T_3/T_1 - 1}{T_2/T_1 - 1}$$

L'équation d'état des gaz parfaits écrite aux points A et C donne :

$$P_1 V_1 = nRT_1 \quad \text{et} \quad P_1 V_2 = nRT_3 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{T_3}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = a$$

Comme la transformation BC se fait de manière adiabatique et qu'à tout moment il y a équilibre thermodynamique interne, alors le gaz obéit à la loi de LAPLACE : $PV^\gamma = C^{\text{te}}$.

Ainsi $P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma$ et avec $PV = nRT$, cela donne :

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \quad \rightsquigarrow \quad \frac{T_2}{T_3} = a^{\gamma-1}$$

Ainsi $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2}{T_3} \times \frac{T_3}{T_1} = a^{\gamma-1} \times a = a^\gamma$.

Finalement : $r = 1 - \gamma \frac{a - 1}{a^\gamma - 1}$.

4. Numériquement : $r = 29,5822 \%$.

✪ **Exercice 5**

Comme toutes les situations dans lesquelles le diagramme de WATT des transformations est connu, il ne va y avoir aucune difficultés.

1. ► **En A.** Nous avons $V_A = 5,00$ L et $T_A = 301$ K ce qui donne, en utilisant l'équation d'état :

$$P_A = 4,951028 \times 10^5 \text{ Pa}$$

► **En B.** Nous avons $T_B = T_A$ (isotherme) donc $T_B = 301$ K.

Comme $V_B = 0,500$ L nous arrivons à :

$$P_B = 4,465028 \times 10^6 \text{ Pa}$$

► **En C.** $V_C = V_A$ et $(P_C = P_B)$ donne :

$$T_C = 2,688494 \times 10^3 \text{ K}$$

2. ► **Pour toutes les transformations.** Nous avons $\delta W = -P_{\text{ext}} dV$ mais comme l'évolution se fait à l'équilibre mécanique (comme le prouve le tracé dans le diagramme de WATT), $P = P_{\text{ext}}$ et donc $\delta W = -P dV$.

De plus, à partir de l'expression fournie de l'énergie interne, nous a directement, entre deux états d'équilibre :

$$\Delta U = \frac{3nR}{2} \Delta T - na \Delta \left(\frac{1}{V} \right)$$

► **De A à B.** En utilisant l'équation d'état du gaz (parce que le gaz est constamment à l'équilibre) nous avons :

$$\delta W = - \left(\frac{nRT}{V} - \frac{na}{V^2} \right) dV \rightsquigarrow W_{AB} = - \int_{V_A}^{V_B} \left(\frac{nRT_A}{V} - \frac{na}{V^2} \right) dV$$

Et ainsi :

$$W_{AB} = -nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} - \left(\frac{na}{V_B} - \frac{na}{V_A} \right) = 5,519251 \text{ kJ}$$

Comme (premier principe) $\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = -na \Delta \left(\frac{1}{V} \right)$ (isotherme), nous obtenons :

$$Q_{AB} = nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = -5,762251 \text{ kJ}$$

► **De B à C.** La transformation est isobare, donc $W_{BC} = \int_{V_B}^{V_C} P dV$ d'où :

$$W_{BC} = -P_B (V_A - V_B) = -20,09263 \text{ kJ}$$

Ici $Q_{BC} = \Delta U_{BC} - W_{BC}$ et ainsi :

$$Q_{BC} = \frac{3nR}{2} \Delta T - na \Delta \left(\frac{1}{V} \right) + P \Delta V = 50,11007 \text{ kJ}$$

► De C à A. La transformation est isochore donc $W_{CA} = 0$.

Nous avons donc $Q_{CA} = \Delta U_{CA} = \frac{3nR}{2} \Delta T = -29,77444 \text{ kJ}$.

► Sur un cycle. $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -14,57337 \text{ kJ}$, ainsi sur un cycle, le système a réellement fourni du travail au milieu extérieur : il s'agit donc d'un cycle moteur.

$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 14,57337 \text{ kJ}$. Sur un cycle, le système a reçu un transfert thermique exactement égal à l'énergie mécanique qu'il a fourni et ce en vertu du premier principe appliqué sur un cycle : $\Delta U = 0$ qui donne $Q = -W$.

☛ Remarque : il ne faut pas en conclure pour autant que le rendement est de 100 % car le transfert thermique ici pris en compte est le transfert thermique total reçu. Pour le calcul du rendement, il ne faut prendre en compte que le transfert thermique vraiment reçu par le système (ici Q_{BC} car c'est le seul positif). Nous avons alors $r = -\frac{W}{Q_{BC}} = 29,08273 \%$.

☛ Exercice 6

1. Étant donné que la résistance ne peut pas chauffer instantanément le gaz contenu dans le compartiment \mathcal{C}_1 , ce dernier se détendra suffisamment lentement de telle sorte que l'équilibre thermodynamique sera toujours atteint dans le compartiment \mathcal{C}_2 .

☛ Remarque : rappelons que, pour que l'équilibre thermodynamique ne soit pas atteint, il faut soit des vitesses de déplacement de l'ordre de la vitesse du son, soit des chocs contre une paroi entraînant l'apparition d'une onde (sonore).

2. Analyse physique. Le compartiment \mathcal{C}_2 se voit lentement comprimé de manière adiabatique. La température va donc augmenter car son énergie interne augmente. Les grandeurs pertinentes sont ici P_0, V_0, T_0 (caractérisation du dispositif). Il n'y a pas d'autres grandeurs pertinentes parce que les conditions initiales sont contenues dans la description du dispositif et que la condition « finale » s'écrit avec P_0

Analyse technique :

→ Nous allons décrire le gaz contenu dans le compartiment \mathcal{C}_2 par P, V et T . Cela donne donc 3 inconnues à déterminer soit 3 lois. La loi des gaz parfait, évidemment. La loi traduisant l'équilibre mécanique ensuite. Mais comme nous ne pouvons pas utiliser la loi traduisant l'équilibre thermique (puisque les parois sont calorifugées) nous allons ajouter une loi propre à la thermodynamique, ici, ce sera la loi de LAPLACE.

→ L'évolution dans \mathcal{C}_1 peut aussi être décrite par P, V, T et à la fin nous aurons 2 inconnues (V_1 et T_1) il nous faudra donc deux lois. La loi des gaz parfait déjà. Au niveau des lois « d'équilibre », l'équilibre mécanique ne nous sert à rien puisque nous connaissons la pression quant à l'équilibre thermique il ne va rien nous apporter puisque nous ne connaissons pas la température du résistor. Reste les lois de conservation. Ici ça sera la loi de conservation du volume car comme nous ne connaissons pas l'énergie apportée par le résistor, nous ne pouvons pas utiliser le premier principe pour déterminer ces inconnues.

► Compartiment \mathcal{C}_2

La projection sur l'axe horizontal orienté vers la droite du PFD appliqué au piston mobile donne, à l'équilibre final : $P_1 S - P_2 S = 0$ où S est la surface du piston.

Nous avons donc immédiatement $P_2 = P_1 = 3 P_0 = 3,0 \text{ bar}$.

Comme le gaz contenu dans le compartiment \mathcal{C}_2 est considéré comme parfait et que, dans le même temps, il subit une transformation adiabatique quasistatique, nous pouvons utiliser la loi de LAPLACE $P V^\gamma = C^{te}$, ce qui donne ici :

$$P_0 V_0^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad \rightsquigarrow \quad V_2 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_2} \right)^{1/\gamma} = 1,03456 \text{ L}$$

Comme chacun des deux compartiments sont fermés, nous pouvons traduire la conservation de la quantité de matière par la loi des gaz parfaits $\frac{PV}{T} = C^{te}$, ce qui donne, pour le compartiment \mathcal{C}_2 :

$$T_2 = T_0 \times \frac{P_2 V_2}{P_0 V_0} = 4,23654 \text{ K}$$

☛ Remarque : la température a augmenté dans le compartiment \mathcal{C}_2 , ce qui est cohérent avec le fait que le gaz a été comprimé.

► Compartiment \mathcal{C}_1

Le volume total étant constant nous en déduisons $V_1 + V_2 = 2 V_0$ puis $V_1 = 2 V_0 - V_2 = 2,96544 \text{ L}$.

Ainsi la conservation de la quantité de matière dans le compartiment \mathcal{C}_1 donne :

$$T_1 = T_0 \times \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} = 1,21435 \times 10^3 \text{ K}$$

☛ Remarque : à cette température, nous pouvons légitimement douter de l'intégrité physique de la résistance! ☹

3. Connaissant parfaitement l'état final des gaz nous pouvons calculer sans difficulté variation de fonction d'état quelconque. Comme en plus nous savons quel type de transformation ils ont subi, nous pouvons tout calculer.

Représentons d'abord la situation :

$$\begin{array}{l} \mathcal{C}_1 : P_0, V_0, T_0 \\ \mathcal{C}_2 : P_0, V_0, T_0 \end{array} \quad \begin{array}{l} Q \neq 0, W = 0 \\ \text{adiab} \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathcal{C}_1 : 3 P_0, V_1, T_1 \\ \mathcal{C}_2 : 3 P_0, V_2, T_2 \end{array}$$

Et pour chaque compartiment :

$$\mathcal{C}_1 : P_0, V_0, T_0 \quad \begin{array}{l} Q \neq 0, W_1 \neq 0 \\ \text{adiab} \end{array} \quad \mathcal{C}_1 : 3 P_0, V_1, T_1$$

$$\mathcal{C}_2 : P_0, V_0, T_0 \quad \begin{array}{l} Q = 0, W_2 \neq 0 \\ \text{adiab} \end{array} \quad \mathcal{C}_2 : 3 P_0, V_2, T_2$$

Étant donné que les gaz contenus dans les deux compartiments sont parfaits, nous pouvons tout de suite écrire, avec $i = 1$ ou $i = 2$:

$$\Delta U_i = \mathcal{C}_V \Delta T_i \quad \rightsquigarrow \quad \Delta U_i = \frac{n_i R}{\gamma - 1} (T_i - T_0) = \frac{P_i V_i - P_0 V_0}{\gamma - 1}$$

Cela donne :

$$\Delta U_1 = 1,03445 \text{ kJ} \quad \text{et} \quad \Delta U_2 = 1,65554 \times 10^2 \text{ J}$$

Le premier principe appliqué au gaz contenu dans le compartiment \mathcal{C}_2 s'écrit, puisque toutes les parois sont calorifugées $\Delta U_2 = W_2 + 0$ et ainsi $W_2 = 1,65554 \text{ J}$.

Le premier principe appliqué au piston s'écrit $\Delta E_{\text{piston}} = (-W_1) + (-W_2) + 0$ car $(-W_i)$ est le travail fourni par le gaz contenu dans le compartiment i au piston.

Comme $\Delta E_{\text{piston}} = 0$ car le piston ne change pas d'état thermodynamique (même température, variation d'énergie cinétique nulle, ...) nous en déduisons $W_1 + W_2 = 0$ et $W_1 = -1,65554 \text{ J}$, i.e. le gaz a fourni de l'énergie au piston.

Le premier principe appliqué au gaz contenu dans le compartiment \mathcal{C}_1 s'écrit $\Delta U_1 = W_1 + Q_1$ puis $Q_1 = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 1,20000 \text{ kJ}$.

⊛ **Exercice 7**

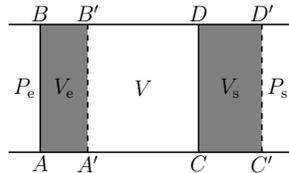
Il s'agit ici d'une machine à écoulement. La méthode, basée sur la détente de JOULE - THOMSON, est toujours la même et permet d'arriver à la relation demandée.

Ici nous allons étudier un turboréacteur, c'est une machine dont le rôle est d'éjecter à grande vitesse des gaz de manière à assurer une propulsion. Nous ne pouvons donc pas négliger l'énergie sous forme cinétique.

1. **Découpage du système.** Précisons le système \mathcal{S} :

→ à l'instant t : $\mathcal{S} = ABCD = A'B'DC + ABB'A' = \mathcal{S}_e + \mathcal{S}^*$

→ à l'instant $t + dt$, $\mathcal{S} = A'B'D'C' = A'B'DC + CDD'C' = \mathcal{S}^* + \mathcal{S}_s$



► **Première simplification.** Le régime est stationnaire, donc $m(A'B'DC) = C^{te}$. Comme \mathcal{S} est un système fermé, $m(\mathcal{S}) = C^{te}$. Nous en déduisons que :

$$dm_e = m(\mathcal{S}_e) = m(\mathcal{S}_s) = dm_s \stackrel{not}{=} dm$$

► **Expression du premier principe.** Entre les instants t et $t + dt$, nous pouvons écrire pour le système fermé \mathcal{S} : $\Delta E_{tot} = W + Q$.

► **Expression du membre de droite.** Par définition de q nous pouvons écrire $Q = q dm$ car Q correspond au transfert thermique reçu par le système lorsque la masse dm traverse l'étage considéré.

Décomposons W sous la forme de deux termes : $W = W_u + W_p$ où W_p est le travail pneumatique et W_u est le travail des autres forces. Par définition de w , on a aussi $W_u = w dm$.

Du côté de l'entrée, le travail des forces de pression vaut $W_e = \vec{f}_e \cdot A\vec{A}'$ car la force de pression est constante. En notant S la surface de la section de l'écoulement, nous arrivons à :

$$W_e = +P_e S AA' = P_e V_e = P_e v_e dm \quad \text{où } v_e \text{ est le volume massique de l'air à l'entrée.}$$

De même, du côté de la sortie, le travail des forces de pression s'écrit de même :

$$W_s = \vec{f}_s \cdot \overrightarrow{DD'} = -P_s S DD' = -P_s V_s = -P_s v_s dm$$

► **Expression du membre de gauche**

L'énergie totale du système s'écrit : $E(\mathcal{S}) = E_c(\mathcal{S}) + U(\mathcal{S})$ car, par hypothèse, l'énergie potentielle (ou plutôt sa variation) est négligée.

Or, par extensivité de l'énergie : $E(t) = E(\mathcal{S}_e) + E(\mathcal{S}^*)$ et $E(t + dt) = E(\mathcal{S}_s) + E(\mathcal{S}^*)$ car l'énergie de \mathcal{S}^* ne varie pas car le régime est stationnaire.

Nous obtenons donc : $\Delta E = E(t + dt) - E(t) = E_{c,s} + U_s - E_{c,e} - U_e$ ce qui s'écrit, en introduisant les grandeurs massiques $E_c = \frac{1}{2} dm c^2$ et $U = u dm$:

$$\Delta E = dm \left(\Delta u + \frac{1}{2} \Delta(c^2) \right)$$

► **Rassemblement** Le premier principe s'écrit, pour le système fermé \mathcal{S}^* entre les instants t et $t + dt$: $\Delta E = W + Q$, soit, en utilisant les expressions précédentes et après simplification par dm :

$$\Delta u + \frac{1}{2} \Delta(c^2) = q + w - \Delta(Pv) \quad \rightsquigarrow \quad \Delta(u + Pv) + \frac{1}{2} \Delta(c^2) = q + w$$

Il s'agit bien du résultat demandé car $h = u + Pv$.

2. Dans la tuyère, le gaz ne reçoit aucun travail, donc $w = 0$.

Comme en plus la tuyère est calorifugée, $q = 0$.

Il reste donc, pour la tuyère : $\Delta h + \frac{1}{2} \Delta(c^2) = 0$.

L'air étant assimilé à un gaz parfait, nous avons (2^e loi de JOULE) $\Delta h = c_p \Delta T$.

Comme la vitesse du gaz est négligée à l'entrée de la tuyère (au point 4), nous avons finalement :

$$\frac{1}{2} c_5^2 = c_p (T_4 - T_5)$$

Numériquement : $c_5 = 6,63325 \times 10^2 \text{ m.s}^{-1}$.

3. Dans le compresseur, la relation obtenue à la première question s'écrit : $\Delta h = w_{Cp}$ soit (gaz parfait) : $c_p (T_2 - T_1) = w_{Cp}$.

Dans la turbine nous aboutissons identiquement à $c_p (T_4 - T_3) = w_{Tb}$.

Dans la turbine le gaz fournit de l'énergie : il la fait tourner. Nous avons donc $w_{Tb} < 0$.

En revanche dans le compresseur le gaz reçoit de l'énergie : il est comprimé. Nous avons donc $w_{Cp} > 0$.

Le fait que l'énergie permettant de comprimer le gaz dans le compresseur provient de la turbine se traduit par $|w_{Cp}| = |w_{Tb}|$ et d'après l'analyse précédente, par : $w_{Cp} = -w_{Tb}$.

Nous trouvons alors $(T_2 - T_1) c_p = c_p (T_3 - T_4)$, i.e. $T_2 = T_1 + (T_3 - T_4) = 456 \text{ K}$.

4. Comme dans la chambre de combustion le gaz ne reçoit aucun travail, la relation de la première question s'écrit : $\Delta h = q_{Cb}$ et, parce que c'est un gaz parfait, $\Delta h = c_p (T_3 - T_2)$ d'où $q = c_p (T_3 - T_2)$.

5. $r = \frac{-(1/2)c_5^2}{q_{Cb}} = \frac{-c_p (T_5 - T_4)}{c_p (T_3 - T_2)}$ et $r = \frac{T_4 - T_5}{T_3 - T_2}$.

Numériquement : $r = 32,98351 \%$.