

## Autour du second principe

### ❖ Exercice 1

Notons les deux états du système { brome }.



Pour calculer  $\Delta S = S(B) - S(A)$ , étant donné que la pression est la même entre le début et la fin, écrivons l'identité thermodynamique concernant la pression :

$$dH = T dS + V dP \quad \overset{P = \text{cte}}{\rightsquigarrow} \quad dH = T dS \quad \rightsquigarrow \quad dS = \frac{dH}{T}$$

Or, à pression constante, nous pouvons écrire, par définition de  $C_{m, m}$  :  $dH = C_{m, m} dT$ .  
Nous obtenons donc :

$$\Delta S = \int_A^B \left( \frac{\lambda_1}{T} + \lambda_2 + \frac{\lambda_3}{T^3} \right) dT = \lambda_1 \ln \frac{T_B}{T_A} + \lambda_2 (T_B - T_A) + \frac{\lambda_3}{2} \left( -\frac{1}{T_B^2} + \frac{1}{T_A^2} \right)$$

Numériquement :  $\boxed{S(B) = 53,58410 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}}$ .

❖ *Remarque* : il aurait mieux valu noter la capacité thermique  $C_{P, m}$  car il s'agit d'une capacité thermique à pression constante.

### ❖ Exercice 2

1. L'air est assimilé à un gaz parfait donc  $n = \frac{PV}{RT} = \underline{0,205254 \text{ mol}}$ .

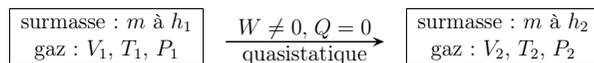
Comme  $\gamma$  pour un gaz parfait diatomique vaut  $\gamma = \frac{7}{5}$ , nous trouvons :

$$\boxed{C_{V, m} = \frac{R}{\gamma - 1} = 20,785 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}} \quad \text{et} \quad \boxed{c_V = \frac{C_{V, m}}{M} = 7,16724 \times 10^2 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}}$$

❖ *Remarque* : pour le calcul, nous avons pris la valeur  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

2. (a) *Analyse physique.* La transformation est lente donc quasistatique et elle est de plus adiabatique. Les grandeurs intéressantes vont être  $\gamma$  pour le comportement thermique du gaz,  $n$  pour l'extensivité,  $P_1$  et  $T_1$  en tant que condition initiale et  $P_0, s, m$  et  $g$  en tant qu'agents extérieurs susceptibles d'agir sur le dispositif.

*Analyse technique.* Dans cette question, il n'est pas demandé de faire de bilan énergétique donc le choix du système ne sera pas déterminant. De plus comme la surmasse ne change pas d'état thermodynamique, seul le gaz verra son entropie varier.



À tout instant, le piston est en équilibre mécanique donc, en faisant le bilan des forces qui s'exercent sur l'ensemble { piston + surcharge } en projection sur l'axe  $\vec{u}_z$  vertical vers le haut, nous obtenons :  $-m_{\text{sur}} g - P_0 s + P s = 0$ , avec  $m_{\text{sur}}$  la surmasse ajoutée et  $P$  la pression du gaz.

Nous en déduisons la pression initiale  $P_1 = P_0$  et la pression finale  $P_2 = P_0 + \frac{mg}{s}$ .

$$\text{Nous avons donc } \boxed{\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{m g}{s P_0} = 1,981}$$

❖ *Remarque* : nous avons pris la valeur  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$  pour les calculs.

La transformation est adiabatique et réversible (car l'équilibre thermodynamique est constamment atteint), le gaz suit donc la loi de LAPLACE  $P V^\gamma = C^{\text{te}}$ .

$$\text{Nous obtenons donc } P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \text{ puis : } \boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1,21569}$$

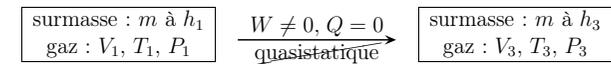
2. (b) La transformation est réversible, donc  $S_c = 0$ .

De plus, comme la transformation est adiabatique  $S_{\text{éch}} = \int \frac{\delta Q}{T_{\text{front}}} = 0$ .

Finalement  $\boxed{\Delta S = S_{\text{éch}} + S_c = 0}$ .

3. (a) *Analyse physique.* La seule différence avec avant c'est que l'équilibre thermodynamique n'est pas constamment assuré, ce qui nous empêchera, par exemple d'utiliser la loi de LAPLACE. De plus nous pouvons voir que la transformation n'est pas réversible.

*Analyse technique.* Ici comme il y a des échanges énergétiques à déterminer, nous allons prendre comme système le gaz, le piston et la surmasse de sorte de parfaitement connaître les forces pressantes qui s'exercent à la limite de ce système.



Les pressions initiales et finales ne changent pas puisqu'elles ne dépendent que de la surmasse sur le piston donc  $\boxed{\frac{P_3}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} = 1,981}$ .

Appliquons le premier principe au système { gaz + piston + surmasse }, cela donne :

$$\Delta U_{\text{gaz}} + \Delta E_{\text{pp, surmasse}} = W_{\text{pression, ext}} + Q$$

Or :

→  $Q = 0$  (transformation adiabatique)

→  $\Delta E_{\text{pp, surmasse}} = m g (h_3 - h_1) = \frac{m g}{s} (V_3 - V_1)$

→  $W_{\text{pression, ext}} = -P_0 (V_3 - V_1)$

Comme le premier principe appliqué au seul gaz s'écrit  $\Delta U_{\text{gaz}} = W$ , nous arrivons à :

$$W = - \left( P_0 + \frac{m g}{s} \right) (V_3 - V_1) = -P_2 (V_3 - V_1)$$

Comme il s'agit d'un gaz parfait, nous avons pour toute transformation  $\Delta U = n C_{V, m} (T_3 - T_1)$ .

En regroupant et en utilisant les expressions  $C_{V, m} = \frac{R}{\gamma - 1}$  et  $P_2 V_3 = n R T_3$ , nous obtenons

$$\frac{n R}{\gamma - 1} (T_3 - T_1) = \frac{P_2}{P_1} n R T_1 - n R T_3 \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{\frac{T_3}{T_1} = \frac{1}{\gamma} \left( 1 + (\gamma - 1) \frac{P_2}{P_1} \right) = 1,28029}$$

3. (b) Seul le gaz voit son entropie varier. Cherchons donc  $\Delta S_{\text{gaz}}$ .

La transformation est adiabatique, donc  $S_{\text{éch}} = 0$ .

Calculons  $\Delta S$  à partir de l'identité thermodynamique :

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV \stackrel{GP}{=} C_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} \rightsquigarrow \Delta S = \int_1^3 C_V \frac{dT}{T} + \int_1^3 nR \frac{dV}{V} = C_V \ln \frac{T_3}{T_1} + nR \ln \frac{V_3}{V_1}$$

Enfin :  $S_c = \Delta S - S_{\text{sch}} = \Delta S$ .

Numériquement :  $S_c = 0,309197 \text{ J.K}^{-1}$ .

Nous avons donc  $S_c > 0$  ce qui est bien cohérent avec le fait que cette transformation est irréversible.

☛ **Exercice 3**

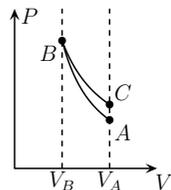
*Analyse physique.* Le gaz est parfait et subit un cycle. Chacune des étapes est décrite et hormis pour la dernière qui est isochore, les autres sont réversibles, ce qui signifie que le gaz est toujours en équilibre thermodynamique donc que nous pourrions représenter son évolution. Les grandeurs pertinentes sont  $V_A$  en tant que grandeurs extensives,  $P_A, T_A$  en tant que condition initiale,  $V_B$  en tant que contrainte et  $\gamma$  pour le comportement thermique du gaz.

*Analyse technique.* Nous avons affaire ici à une transformation pouvant se représenter dans le diagramme de WATT, nous n'aurons donc aucun problème de calculs. Nous allons d'ailleurs choisir comme paramètre de description  $P$  et  $V$ , les coordonnées du diagramme.

1. Voir ci-dessous. Pour le tracer plaçons d'abord  $V_A$  et  $V_B$  (les contraintes) puis choisissons un point  $B$ .

De ce point  $B$  traçons une adiabatique et une isotherme (l'adiabatique étant plus verticale que l'isotherme).

Les intersections respectives de ces courbes avec la droite  $V = V_A$  sont les points  $A$  et  $C$ .



2. L'évolution  $AB$  est isentropique (adiabatique et réversible) pour un gaz parfait, nous pouvons donc utiliser la loi de LAPLACE :

$$TV^{\gamma-1} = C^{te} \rightsquigarrow T_B = T_A \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1} = 382,657 \text{ K}$$

3. Puisque les transformations  $AB$  et  $BC$  sont réversibles, l'entropie créée provient uniquement de la transformation  $CA$ .

Sur celle-ci nous pouvons calculer  $\Delta S$  et  $S_c$  pour en déduire  $S_c$ .

L'identi thermodynamique donne :

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV \stackrel{isoV}{=} \frac{dU}{T} \stackrel{GP}{=} \frac{C_V dT}{T}$$

De là :  $\Delta S = \int_C^A dS = C_V \ln \frac{T_A}{T_C}$ .

De plus  $\delta S_e = \frac{\delta Q}{T_{\text{front}}}$ . Or, ici les échanges thermiques se font avec la source de température  $T_B$  donc  $T_{\text{front}} = T_B$ .

Nous obtenons d'abord  $S_e = C_V \frac{T_A - T_C}{T_B}$  puis, comme  $T_C = T_B$  :

$$S_e = \frac{nR}{\gamma - 1} \left( \ln \frac{T_A}{T_B} - \frac{T_1 - T_B}{T_B} \right) = -6,05468 \times 10^{-2} \text{ J.K}^{-1} < 0$$

Cette situation est physiquement impossible, cela prouve que le cycle ne peut pas être parcouru dans le sens  $ABCA$ , mais ne peut qu'être parcouru dans le sens  $ACBA$ .

☛ *Remarque* : il était possible de prévoir que la transformation  $CA$  n'était pas physiquement possible puisqu'au début, en  $C$ , le système a déjà la température du thermostat. Il ne va donc pas y avoir de changement de température (à moins d'avoir un travail ce qui n'est pas le cas ici) et si transfert thermique il y a, c'est obligatoirement à température constante.

4. S'il s'agissait d'un cycle possible, alors nous aurions  $W > 0$ , mais comme le cycle est impossible, la question (et la réponse) présente à peu près autant d'intérêt scientifique que de savoir combien de fois Esteban avait déjà nagé quand il a plongé dans la mer pour sauver Zia lorsque Tao l'enleva.

☛ **Exercice 4**

*Analyse physique.* Ici la transformation concerne un corps dont ne nous connaissons pas l'état (gaz ou liquide) dont le comportement thermodynamique est donné par les tables et non par les lois usuelles des phases condensées ou des gaz parfaits. La transformation est adiabatique. Les grandeurs pertinentes sont ici, toutes les températures, pressions, volumes molaires, énergies internes molaire et entropie molaires aux points  $A$  et  $B$ .

*Analyse technique.* Pas de loi de LAPLACE ici ou quoi que ce soit d'autre. De plus comme nous ne connaissons pas le dispositif, nous ne pouvons pas chercher à évaluer  $W$  par sommation des  $\delta W$  : nous allons donc exploiter les principes de la thermodynamique.

$$\text{eau : } n \text{ à } T_A, P_A \xrightarrow[\text{quasistatique}]{W \neq 0, Q = 0} \text{eau : } n \text{ à } T_A, P_A$$

1. (a) Le premier principe appliqué à la mole de vapeur d'eau s'écrit :  $\Delta U = Q + W$ .

Comme la transformation est adiabatique,  $Q = 0$ , il reste donc  $\Delta U = W = U_B - U_A$ .

Numériquement :  $W = -10,69 \text{ kJ}$ . Constatons que conformément à ce que nous étions en droit d'attendre, le travail reçu  $W$  est négatif lors d'une phase motrice.

Pour savoir si une transformation est réversible ou non, il faut calculer l'entropie créée lors de cette transformation.

Ici nous avons  $S_c = \Delta S - S_e = \Delta S$  car, la transformation étant adiabatique, les échanges entropiques sont nuls.

Il reste :  $S_c = \Delta S = S_B - S_A = 5,0 \text{ J.K}^{-1} > 0$ . L'évolution est irréversible.

☛ *Remarque* : notez la perte de chiffres significatifs pour  $\Delta S$ .

1. (b) *Analyse physique.* Ici la transformation change : elle n'est plus adiabatique, elle est polytropique, ce qui signifie en particulier que l'état de l'eau est connu à chaque instant et que, à l'instar de ce que nous faisons dans le diagramme de WATT, nous pouvons calculer le travail reçu par la sommation des  $\delta W = -P dV$ .

$$\text{eau : } n \text{ à } T_A, P_A \xrightarrow[\text{quasistatique}]{W \neq 0, Q \neq 0} \text{eau : } n \text{ à } T_A, P_A$$

L'évolution est modélisée par une transformation polytropique d'indice  $k$ , ie.  $PV^k = C^{te}$ .

Nous avons alors  $P_A V_A^k = P_B V_B^k$  et nous en déduisons :  $k = \frac{\ln(P_A/P_B)}{\ln(V_B/V_A)} = 1,23834$ .

Comme l'état de l'eau est constamment connu, nous pouvons écrire :

$$\delta W' = -P dV \quad \text{et} \quad PV^k = P_A V_A^k \rightsquigarrow \delta W' = -P_A V_A^k \frac{dV}{V^k}$$

Cela donne donc :

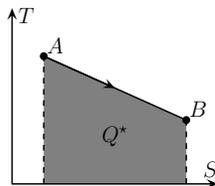
$$W' = \int \delta W' = -\frac{P_A V_A^k}{-k+1} \left( \frac{1}{V_B^{k-1}} - \frac{1}{V_A^{k-1}} \right) \rightsquigarrow W' = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{k-1} = -13,2749 \text{ kJ}$$

Cette modélisation représente une erreur de 20 % par rapport à la transformation ce qui n'est pas acceptable car nous ne sommes pas chimistes. ©

2. (a) Analyse physique. Ici aussi la transformation change : elle n'est plus adiabatique, elle n'est plus polytropique, elle est réversible.

$$\boxed{\text{eau : } n \text{ à } T_A, P_A} \xrightarrow[\text{réversible}]{W \neq 0, Q \neq 0} \boxed{\text{eau : } n \text{ à } T_A, P_A}$$

Voir ci-dessous. Pour placer les points A et B nous savons déjà que  $S(B) > S(A)$  et, pour la température, nous pouvons nous douter que  $T_B < T_A$  car il s'agit d'une détente.



Ici comme la transformation est réversible, la température de frontière est la température du système donc :  $dS = \delta S_{ech} = \frac{\delta Q^*}{T}$ .

Nous avons donc  $\delta Q^* = T dS$  puis  $Q^* = \int_1^B T dS$ , ce qui montre bien que l'aire sous la courbe  $T(S)$  n'est autre que  $Q^*$ .

Remarque : le diagramme entropique  $(T,S)$  est un peu l'équivalent pour les échanges thermiques du diagramme de WATT  $(P,V)$  pour les travaux : l'aire sous la courbe représente les énergies reçues dans le cas d'un système tout le temps en équilibre. Si pour le diagramme de WATT il n'est pas trop difficile d'assurer un équilibre interne, en revanche pour le diagramme entropique il est plus difficile d'assurer un équilibre « externe », ie. la réversibilité. C'est pour cette raison que l'interprétation «  $Q$  est l'aire sous la courbe dans le diagramme entropique » est à prendre avec d'énormes pincettes.

2. (b) Pour déterminer  $Q^*$  déterminons l'aire sous la courbe représentant l'évolution dans le diagramme  $(T,S)$ .

Comme le domaine délimité est un trapèze, nous avons directement sa surface :

$$Q^* = \frac{\text{petite base} + \text{grande base}}{2} \times \text{hauteur} = \frac{T_B + T_A}{2} \times (S_B - S_A) = 2,865 \text{ kJ.K}^{-1}$$

Le premier principe s'écrivant  $\Delta U = Q^* + W^*$ , nous obtenons  $W^* = \Delta U - Q^* = -13,555 \text{ kJ}$ .

Nous constatons, dans ces conditions, que l'erreur commise par l'évaluation  $W'$  est maintenant inférieure à 2,5 % ce qui est tout a fait acceptable, autrement dit la transformation polytropique peut servir ici à modéliser la transformation réversible non adiabatique mais pas la transformation adiabatique.

### Exercice 5

1. (a) Appliquons la définition :

$$\frac{\partial S(U,V)}{\partial U} = n C_{V,m} \frac{1}{U + n^2 a/V} = \frac{1}{T} \rightsquigarrow U = n C_{V,m} T - \frac{n^2 a}{V}$$

Remarque : ce gaz n'obéit pas à la première loi de JOULE car son énergie interne ne dépend pas que de la température. Ce n'est donc pas un gaz parfait.

1. (b) Appliquons là aussi la définition :

$$\frac{\partial S(U,V)}{\partial V} = n C_{V,m} \times \frac{-n^2 a/V^2}{U + n^2 a/V} + n R \times \frac{1}{V - nb}$$

En remplaçant  $U$  par son expression précédente et en manipulant :

$$\frac{\partial S}{\partial V} = -\frac{n^2 a}{V^2} + \frac{n R}{V - nb} = \frac{P}{T} \rightsquigarrow \left( P + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = n R T$$

Remarque : ce gaz n'est définitivement pas parfait puisqu'il n'obéit pas à  $PV = nRT$ ; il s'agit de l'équation d'état d'un gaz dit de VAN DER WAALS.

2. (a) La détente de JOULE - GAY-LUSSAC est isoénergétique.

Nous avons donc  $U(A) = U(B)$  soit avec l'expression de l'énergie interne :

$$n C_{V,m} T_A - \frac{n^2 a}{V_A} = n C_{V,m} T_B - \frac{n^2 a}{V_B} \quad v_B = 2 v_A \quad T_B - T_A = -\frac{n a}{2 C_{V,m} V_A} = -2,59649 \text{ K}$$

Nous constatons qu'avec un gaz réel  $\Delta T < 0$ .

En utilisant la formule de l'entropie du gaz, nous obtenons :

$$S_B - S_A = n C_{V,m} \ln \left( \frac{U_B + n^2 a/V_B}{U_A + n^2 a/V_A} \right) + n R \ln \left( \frac{V_B - nb}{V_A - nb} \right) \quad \text{avec} \quad U_A = U_B = n C_{V,m} T_A - \frac{n^2 a}{V_A}$$

Numériquement :  $\Delta S = 11,1575 \text{ J.K}^{-1}$ .

Comme la transformation est adiabatique pour une détente de JOULE - GAY-LUSSAC, nous avons  $S_c = \Delta S - \mathcal{S}$  et nous pouvons donc voir qu'ici  $S_c = 11,1575 \text{ J.K}^{-1} > 0$ . La transformation est effectivement irréversible.

2. (b) Pour un gaz parfait nous avons montré que :  $\Delta T = 0$  et  $\Delta S = n R \ln 2 = 11,5201 \text{ J.K}^{-1}$ .

Nous constatons que même avec une variation similaire d'entropie, la variation de température est, quant à elle, bien différente.

### ⊛ Exercice 6

*Analyse physique.* Le dispositif est un dispositif à écoulement en régime permanent. Ici il s'agit d'un échangeur thermique, c'est-à-dire quelque chose dont le rôle est, comme son nom l'indique, d'assurer un échange thermique entre deux fluides sans que ceux-ci ne se mélangent. Le fait que l'ensemble soit calorifugé implique que toute l'énergie donnée par l'un des fluides est intégralement reçue par l'autre. Le régime est permanent. Les grandeurs pertinentes sont : les températures, la pression, pour les différents états de l'air,  $\gamma$  pour son comportement thermique,  $R$  pour son état thermodynamique, et une grandeur extensive (débit, masse, ...)

*Analyse technique.* Ici la méthode est guidée. Si tel n'était pas le cas, il faudrait la mettre en œuvre spontanément : c'est juste une variation de la détente de JOULE – THOMSON.

► **Les notations.** Notons  $A$  la canalisation dont l'entrée est l'état  $E_1$  et la sortie est l'état  $E_2$ . Notons  $B$  l'autre canalisation. Par exemple  $m_B^*$  représente la masse de l'air du système ( $\Sigma^*$ ) contenu dans la canalisation  $B$ . Notons aussi en minuscule les grandeurs massiques, conformément aux usages : par exemple  $s$  est l'entropie massique de l'air.

1. ➔ *Autour des masses.* Écrivons la conservation de la masse du sous-système passant dans la canalisation  $A$  :

➔ à l'instant  $t$ , nous avons  $m_A(t) = m_A^*(t) + dm_1$

➔ à  $t + dt$  la masse s'écrit  $m_A(t + dt) = m_A^*(t + dt) + dm_2$

Or  $m_A(t) = m_A(t + dt)$  parce que le système ( $\Sigma$ ) est fermé et  $m_A^*(t) = m_A^*(t + dt)$  car le régime est stationnaire.

Nous en déduisons que  $dm_1 = dm_2$ .

Nous trouvons de même que  $dm_3 = dm_4$ .

Comme, par hypothèse,  $dm_1 = dm_3$  (les débits sont les mêmes dans les deux canalisations), cela donne finalement  $dm_1 = dm_2 = dm_3 = dm_4 \stackrel{\text{not}}{=} dm$ .

➔ *Le premier principe.* Le premier principe appliqué ici à ( $\Sigma$ ) s'écrit  $\Delta U = W + Q$ . Nous avons tout de suite négligé les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentiel pour le gaz.

$W$  ne représente que le travail des forces de pression car il n'y a aucune pièce mobile qui apporte de l'énergie par mouvement à l'intérieur des canalisations. Nous pouvons trouver, comme dans le cours :

$$W = -P v_1 dm + P v_2 dm - P v_3 dm + P v_4 dm \quad \text{avec } v \text{ le volume massique de l'air}$$

De plus  $Q = 0$  car l'ensemble du système ( $\Sigma$ ) n'échange pas d'énergie par transfert thermique avec l'extérieur (échangeur calorifugé) : les seuls transferts thermiques sont internes et « ça ne compte pas ».

De plus  $\Delta U = U(t + dt) - U(t) = U_A(t + dt) + U_B(t + dt) - U_A(t) - U_B(t)$  (l'énergie interne est une fonction extensive).

Avec  $U_A(t + dt) = U_A^*(t + dt) + u_2 dm$  (et les analogues) et en utilisant le fait que le régime est stationnaire *ie.* que  $U_A^*(t) = U_A^*(t + dt)$ , nous arrivons à :  $(u_2 + u_4 - u_1 - u_3) dm = (-P v_1 + P v_2 - P v_3 + P v_4) dm$ .

Et comme  $h = u + P v$  nous obtenons finalement :  $h_2 - h_1 = h_4 - h_3$ .

Comme l'air est assimilé à un gaz parfait, nous pouvons écrire :

$$h_2 - h_1 = c_P (T_2 - T_1) \quad \text{et} \quad h_4 - h_3 = c_P (T_4 - T_3)$$

Et ainsi :  $T_4 + T_2 = T_1 + T_3$ .

➔ *Le second principe.* Avec le même raisonnement que ci-dessus, exprimons  $\Delta S$  sous la forme :  $\Delta S = dm (s_2 - s_1) + dm (s_4 - s_3)$ .

Or, pour un gaz parfait qui subit une transformation isobare entre deux états  $i$  et  $f$ , l'identité thermodynamique permet de montrer que  $\Delta S = C_P \ln \frac{T_f}{T_i}$ .

Ici cela donne  $\Delta s = c_P \left( \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{T_4}{T_3} \right) dm$ .

Comme de manière générale nous avons  $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_c$  et qu'ici l'échangeur fonctionne réversiblement ( $S_c = 0$ ) et de manière adiabatique ( $\delta Q = 0$  donc  $S_{\text{éch}} = 0$ ) nous arrivons à  $0 = \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \times \frac{T_4}{T_3} \right)$  et à  $T_2 T_4 = T_1 T_3$ .

► *Remarque :* la formule  $\Delta S = C_P \ln \frac{T_f}{T_i}$  n'est pas à connaître par cœur mais à redémontrer à chaque fois.

2. Les températures  $T_2$  et  $T_4$  vérifient  $T_2 + T_4 = T_1 + T_3 = a$  et  $T_2 T_4 = T_1 T_3 = b$ . Les couples  $\{T_2, T_4\}$  et  $\{T_1, T_3\}$  ont même somme et même produit, ce sont donc les mêmes couples.

Nous avons ainsi deux possibilités. La première c'est  $T_2 = T_1$  et  $T_3 = T_4$ , ce qui signifie que la température ne varie ni dans la canalisation  $A$  ni dans la canalisation  $B$ , ce qui peut être le cas si les canalisations sont parfaitement calorifugées entre elles, *ie.* qu'il n'y a aucun échange thermique entre les deux. Sauf que ce n'est pas là le but d'un échangeur thermique.

Il reste la deuxième solution :  $T_2 = T_3$  et  $T_4 = T_1$ . Nous constatons alors que les températures « s'échangent ». La transformation est alors bien réversible car le sens du temps s'inverse, nous ne verrions que les rôles des canalisations  $A$  et  $B$  s'échanger.

3. En reprenant la formule déterminée à la question 1, nous avons :

$$\Delta S = \frac{m}{M} \times \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_2 T_4}{T_1 T_3} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{\Delta S = 6,124620 \text{ J.K}^{-1}}$$

Comme ici l'échangeur est calorifugé, cela donne  $\Delta S = S_c$  soit  $S_c > 0$ , la transformation réelle est bien irréversible.

4. En reprenant un résultat intermédiaire de la question 1, nous avons  $m c_P (T_2 + T_4 - T_1 - T_3) = Q$  soit ici :  $Q = -10,0341 \text{ kJ}$ .

Le fait que  $Q$  soit négatif indique que c'est l'échangeur qui a fourni de l'énergie par transfert thermique au milieu extérieur (il « chauffe »).

Nous avons, toujours avec la formule précédente  $\Delta S = -23,83025 \text{ J.K}^{-1}$ .

Ici puisque les échanges se font avec un thermostat, nous avons :

$$S_{\text{éch}} = \int \frac{\delta Q}{T_0} = \frac{Q}{T_0} = -34,2462 \text{ J.K}^{-1} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{S_c = \Delta S - S_{\text{éch}} = 10,4159 \text{ J.K}^{-1} > 0}$$

Tout va bien : l'entropie créée est bien positive.