

Machines thermiques

❖ Exercice 1

1. Analyse physique. Ici les échanges énergétiques effectués avec la pièce se font uniquement par transfert thermique. Cela revient, en fait, à faire de la calorimétrie. Les grandeurs pertinentes vont être ici C pour le comportement thermique de la pièce ainsi que pour l'extensivité, a pour le comportement thermique, T_0 pour les conditions initiales.

Analyse technique. Nous allons prendre la pièce comme système et puisqu'il s'agit uniquement d'échange thermique, nous allons utiliser la fonction enthalpie. Et comme nous cherchons une évolution temporelle, nous allons raisonner entre t et $t + dt$.

$$\boxed{\text{pièce : } C \text{ à } t, T} \xrightarrow[\text{isoV, isoP}]{W = 0, Q \neq 0} \boxed{\text{pièce : } m \text{ à } t + dt, T + dT}$$

Comme la transformation est isobare, nous pouvons écrire :

$$dH = \delta Q_P = \delta Q \quad \rightsquigarrow \quad C dT = \delta Q$$

Ici, pendant la durée dt , nous savons que le transfert thermique **reçu** s'écrit $\delta Q = -a C (T - T_0) dt$ (le signe $-$ vient du fait que dans l'énoncé il est précisé que l'énergie est « perdue », i.e. fournie par le système).

Avec la relation précédente, nous obtenons l'équation différentielle :

$$\frac{dT(t)}{dt} = -a(T(t) - T_0) \quad \rightsquigarrow \quad \frac{dT(t)}{dt} + aT(t) = aT_0$$

Cette équation différentielle se résout immédiatement en $T(t) = T_0 + ae^{-at}$ où a est une constante d'intégration.

La condition initiale $T(0) = T_0$ permet d'obtenir :

$$\alpha = (T_1 - T_0) \quad \rightsquigarrow \quad T(t) = T_0 + (T_1 - T_0)e^{-at}$$

En notant t_0 la durée au bout de laquelle la température a baissé de T_1 à $T_2 = 285$ K, nous arrivons à :

$$a = \frac{1}{t_0} \ln \left(\frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0} \right) = 0,346574 \text{ h}^{-1} = 9,62704 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Étant donné la forme de la solution, $\tau = \frac{1}{a} = 10387,4 \text{ s} = 2,88539 \text{ h}$ est la durée caractéristique de l'évolution de la température : au bout de 5τ , la température de la pièce vaut celle de dehors.

2. L'efficacité maximale de la pompe à chaleur vaut $e_{\max} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{T_1}{T_1 - T_0}$

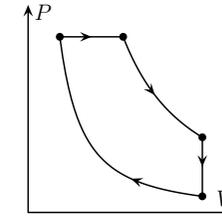
L'efficacité réelle de la pompe à chaleur vaut donc $e = \frac{\mathcal{P}_c}{\mathcal{P}} = 0,4 \times \frac{T_c}{T_c - T_f}$, où \mathcal{P}_c est la puissance thermique perdue et \mathcal{P} est la puissance de la machine.

Avec $\mathcal{P}_c = a C (T_1 - T_0)$, nous trouvons $\boxed{\mathcal{P} = 8,29918 \times 10^2 \text{ W}}$.

❖ Exercice 2

Il s'agit ici d'un dispositif cylindre – piston usuel pour lequel toutes les transformations subies par le gaz parfaits sont parfaitement connues, à savoir quasistatiques (puisque les courbes sont tracées). La seule différence par rapport à un cycle usuel, c'est qu'ici il y a une double combustion, c'est-à-dire deux étapes pendant lesquelles le gaz se verra recevoir effectivement de l'énergie par transfert thermique.

1. Voir ci-dessous.



2. Comme les deux cycles sont parents, les évolutions $1 \rightarrow 2$ et $4 \rightarrow 5$ sont adiabatiques. Les évolutions $2 \rightarrow 3$ et $5 \rightarrow 1$ sont elles, visiblement isochores et l'évolution $3 \rightarrow 4$ est isobare.

3. Considérons le système { gaz enfermé dans le cylindre }.

Il s'agit d'un moteur donc le rendement vaut : $r = -\frac{W}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$.

Or le système ne fournit effectivement un transfert thermique que lors de l'évolution $5 \rightarrow 1$ (refroidissement). Le premier principe s'écrit, pour cette transformation : $\Delta U = Q_f$ ($W = 0$ car la transformation est isochore) et, puisque le gaz est parfait : $\Delta U = C_V (T_1 - T_5)$ d'où :

$$Q_f = C_V (T_1 - T_5)$$

En ce qui concerne le transfert thermique Q_c , il faut tenir compte de **toutes** les énergies reçues par transfert thermique soit ici, puisque le moteur est à double combustion, des transferts thermiques reçus lors des transformations $2 \rightarrow 3$ et $3 \rightarrow 4$.

Sur la transformation $2 \rightarrow 3$ nous trouvons, comme précédemment :

$$Q_{23} = C_V (T_3 - T_2)$$

Pour $3 \rightarrow 4$, la transformation est isobare, nous pouvons donc utiliser $\Delta H = Q_P$. Comme le gaz est parfait nous obtenons :

$$\Delta H_{34} = Q_{34} = C_P (T_4 - T_3) = Q_{34}$$

Finalement :

$$Q_c = Q_{23} + Q_{34} = C_V (T_3 - T_2) + C_P (T_4 - T_3)$$

En rassemblant le tout nous arrivons à :

$$r = 1 + \frac{C_V (T_1 - T_5)}{C_V (T_3 - T_2) + C_P (T_4 - T_3)} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{r = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2 + \gamma(T_4 - T_3)}}$$

4. $\rightarrow T_2$ à partir de T_1 . Nous avons une adiabatique réversible d'un gaz parfait, donc nous pouvons utiliser la loi de LAPLACE :

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{T_2 = T_1 \alpha^{\gamma-1} = 951,4130 \text{ K}}$$

→ T_3 à partir de T_2 . En considérant l'isochore $2 \rightarrow 3$, nous avons $T_3 = T_2 \frac{P_3}{P_2}$.

Comme $P_3 = P_{\max}$ connu, il reste à déterminer P_2 .

Nous avons, toujours avec LAPLACE :

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \rightsquigarrow P_2 = P_1 \alpha^\gamma = \underline{61,6957 \text{ bar}} \rightsquigarrow \boxed{T_3 = 1,002368 \times 10^3 \text{ K}}$$

→ T_5 à partir de T_4 . La transformation $4 \rightarrow 5$ étant adiabatique réversible, nous arrivons à :

$$T_5 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_5} \right)^{\gamma-1}$$

Comme sur l'isobare $3 \rightarrow 4$ nous avons $V_4 = \frac{T_4}{T_3} V_3$, nous obtenons :

$$T_5 = T_4 \left(\frac{T_4}{T_3} \times \frac{V_3}{V_5} \right)^{\gamma-1} = T_4 \left(\frac{T_4}{T_3} \times \frac{1}{\alpha} \right)^{\gamma-1} \rightsquigarrow \boxed{T_5 = 911,9504 \text{ K}}$$

→ *Finalemment*. Nous obtenons $r = \underline{63,3722 \%}$.

Le rendement maximal autorisé par la thermodynamique est celui de CARNOT et vaut :

$$r_{\max} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_4} = \underline{86,5163 \%}$$

Ce rendement est effectivement supérieur au résultat obtenu (le contraire n'étant pas possible).

[5.] Le système a effectivement fourni un transfert thermique à l'extérieur lors de l'évolution $5 \rightarrow 1$. Nous avons alors :

$$Q_f = C_V (T_1 - T_5) = n c_V (T_1 - T_5) = \frac{m}{M} \times \frac{R}{\gamma-1} (T_1 - T_5) \rightsquigarrow \boxed{Q_f = -443,617 \text{ kJ}}$$

Le fait que la valeur précédente soit négative correspond bien à de l'énergie fournie par le gaz.

Le système a effectivement reçu de l'énergie par transfert thermique de la part de l'extérieur lors des évolutions $2 \rightarrow 3$ et $3 \rightarrow 4$. Nous avons alors :

$$Q_c = C_V (T_3 - T_2) + C_P (T_4 - T_3) = \frac{m R}{M (\gamma - 1)} (T_3 - T_2 + \gamma (T_4 - T_3)) \rightsquigarrow \boxed{Q_c = 1,21115 \text{ MJ}}$$

Nous pouvons alors déterminer le travail fourni $-W$ en utilisant le premier principe sur un cycle :

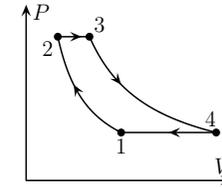
$$W + Q_c + Q_f = 0 \rightsquigarrow \boxed{-W = Q_c + Q_f = 767,532 \text{ kJ}}$$

☛ *Remarque* : nous pouvons vérifier que $r = -\frac{W}{Q_c}$ avec les valeurs obtenues.

☛ Exercice 3

Cet exercice ne pose aucune difficulté particulière de calculs. Il s'agit d'un dispositif cylindre - piston dans lequel un gaz parfait subit un cycle de transformations quasistatiques, nous pourrions donc utiliser, si besoin, $\delta W = -P dV$ avec un gaz parfait. En revanche si au niveau du calcul, cela ne pose pas de difficulté, il faudra néanmoins faire attention à la signification de Q_c , W , ...

[1.] Voir ci-dessous.



[2.] La question est ambiguë : exprimer les échanges énergétiques en fonction uniquement de grandeurs intensives. Cela n'est pas possible car l'énergie est une grandeur extensive. Nous allons donc exprimer les résultats en fonction, certes, des températures et des pressions mais nous utiliserons aussi une grandeur extensive, ici n la quantité de matière (nous aurions pu choisir le volume V mais celui-ci change au cours du cycle alors que n est une « vraie » constante. Il va de soi que lors du calcul du rendement, les grandeurs extensives devraient se simplifier.

→ Sur une isotherme. Comme il s'agit d'un gaz parfait nous pouvons écrire (1^{re} loi de JOULE) : $\Delta U = C_V \Delta T = 0 = W + Q$.

Nous en déduisons $W = \int -P_{\text{ext}} dV$ et comme $P = P_{\text{ext}}$ (équilibre mécanique donc P « existe ») :

$$W = - \int P dV \stackrel{\text{GP}}{=} -n R T \int \frac{dV}{V} = n R T \ln \frac{V_i}{V_f} \stackrel{\text{GP}}{=} n R T \ln \frac{P_f}{P_i}$$

Nous avons donc :

$$\boxed{W_{12} = -Q_{12} = n R T_1 \ln \frac{P_3}{P_1}} \quad \text{et} \quad \boxed{W_{34} = -Q_{34} = n R T_3 \ln \frac{P_1}{P_3}}$$

→ Sur une isobare. Pour toute isobare, nous avons, $\Delta H = Q_P = Q$.

Comme en plus il s'agit d'un gaz parfait, nous pouvons utiliser la 2^e loi de JOULE $\Delta H = C_P \Delta T$ soit $Q = C_P (T_f - T_i)$.

Pour le travail reçu, soit nous écrivons $\Delta U = Q + W = C_V \Delta T$ et nous utilisons l'expression de Q précédente, soit nous calculons

$$W = - \int P_{\text{ext}} dV \stackrel{\text{quasistat}}{=} - \int P dV \stackrel{\text{isob}}{=} -P \int dV = -P \Delta V$$

Nous arrivons, dans les deux cas, à $W = -n R (T_f - T_i)$. Ainsi :

$$\boxed{Q_{23} = n C_{P,m} (T_3 - T_1)} \quad \boxed{W_{23} = -n R (T_3 - T_1)}$$

$$\boxed{Q_{41} = n C_{P,m} (T_1 - T_3)} \quad \text{et} \quad \boxed{W_{41} = -n R (T_1 - T_3)}$$

[3.] Comme il s'agit d'un moteur, nous avons $r = -\frac{W}{Q_c}$ avec :

→ W le travail total effectivement reçu au cours d'un cycle

→ Q_c le transfert thermique **total effectivement reçu**, i.e. nous ne devons prendre en compte que les étapes mais **toutes les étapes** lors desquelles le gaz reçoit effectivement de l'énergie par transfert thermique

Cela donne d'abord pour le travail :

$$W = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = n R (T_1 - T_3) \ln \frac{P_3}{P_1}$$

Pour le transfert thermique, nous avons ainsi : $Q_c = Q_{23} + Q_{34}$. En effet :

→ lors de $2 \rightarrow 3$, la température augmente à P constant donc $\Delta H = Q_{23} > 0$

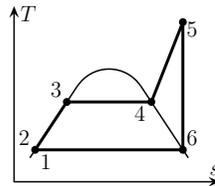
- lors de 3 → 4, la température est constante mais le travail reçu est négatif, ce qui implique $Q_{34} = -W_{34} > 0$
 - les raisonnements sont analogues sur 4 → 1 et 1 → 2 mais aboutissent à des conclusions contraires : $Q_{41} < 0$ et $Q_{12} < 0$
- Cela conduit à :

$$Q_c = n C_{P,m} (T_3 - T_1) + n R T_3 \ln \frac{P_3}{P_1} \quad \rightsquigarrow \quad r = \frac{(T_3 - T_1) \ln \frac{P_3}{P_1}}{\frac{\gamma}{\gamma - 1} (T_3 - T_1) + T_3 \ln \frac{P_3}{P_1}}$$

✿ Exercice 4

1. En fin de détente, nous cherchons à avoir une vapeur saturante à $P_6 = 1,0$ bar.
 Par conséquent, le point représentatif 6 sur le diagramme entropique se situe sur l'intersection de la courbe de saturation (et plus particulièrement la courbe de rosée) et de l'isobare $P = 1$ bar.
 Le point représentatif 5, lui, est situé sur l'isobare $P = 50$ bar.
 La détente dans la turbine est adiabatique réversible, donc elle est isentropique : le point 5 est ainsi à la verticale du point 6.
 Nous pouvons donc déterminer la position du point 5, il ne reste plus qu'à lire son ordonnée.
 Nous obtenons : $T_5 = 644 \text{ °C}$.

2. Comme le surchauffeur fonctionne à pression constante, le point 4 est sur l'intersection de la courbe de rosée (vapeur saturée sèche) et de l'isobare $P = 50$ bar ($T = 262 \text{ °C}$).
 L'état 4 étant le résultat d'une évaporation de l'état 3 dans le générateur de vapeur, le point 3 est sur l'intersection de la courbe d'ébullition et de l'isobare $P = 50$ bar.
 L'état 1 est le résultat de la condensation totale de l'état 6, donc le point 1 est à l'intersection de l'isobare $P = 1$ bar et de la courbe d'ébullition.



- Les points 1 et 2 concernent le fluide lorsqu'il est sous forme liquide. Ainsi nous pouvons constater sur le diagramme entropique que l'augmentation de pression ne s'accompagne pas, pour le fluide sous forme liquide, de modification notable des caractéristiques.
 C'est pourquoi, même si rigoureusement les points 1 et 2 ne sont pas confondus, à l'échelle du graphique nous pouvons sans l'ombre d'une hésitation assimiler ces deux points à un seul et même point.

3. ➤ Échanges énergétiques.
 Nous pouvons montrer (et il faut le montrer en DM ou en DS) avec la méthode usuelle dérivée de la détente de JOULE - THOMSON que, pour chaque étape nous avons la relation $\Delta h = w + q$ où h , w et q sont les grandeurs massiques associées respectivement à H , W et Q .
 → De 1 à 2. Comme dans la pompe il n'y a pas de transfert thermique, l'énergie apportée par la pompe se réduit à un travail et vaut : $w_P = h_2 - h_1 = w_P$ soit $w_P = 0,0 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

- Le travail n'est pas en toute rigueur nul, mais à l'échelle du diagramme, nous pouvons le considérer comme tel. C'est pourquoi nous évitera la notation $w_P = 0$ qui signifie que, quelle que soit la précision, le travail est nul.
 → De 2 à 3. Cette étape est incluse « dans » le générateur de vapeur. Elle consiste simplement à élever la température de l'eau liquide par « chauffage », i.e. avec un transfert thermique. Cela donne $\Delta h_{GV2} = h_3 - h_2 = q_{GV2}$.
 Nous pouvons déterminer les valeurs de l'enthalpie massique sur le diagramme entropique.
 Nous trouvons $h_3 = 1,15.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $h_2 = h_1 = 414 \text{ kJ.kg}^{-1}$ soit $q_{GV2} = 736 \text{ kJ.kg}^{-1}$.
 → De 3 à 4. De même que précédemment, il n'y a qu'un apport d'énergie par transfert thermique ici : $\Delta h_{GV1} = h_4 - h_3 = q_{GV1}$. Nous trouvons, par lecture :

$$h_4 = 2,8.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{et} \quad h_3 = 1,15.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \rightsquigarrow \quad q_{GV1} = 1,65.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

- De 4 à 5. Dans le surchauffeur, comme dans le générateur de vapeur, l'eau ne reçoit de l'énergie que par transfert thermique donc $\Delta h_S = h_5 - h_4 = q_S$. Nous trouvons :

$$h_5 = 3,775.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{et} \quad h_4 = 2,8.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \rightsquigarrow \quad q_S = 0,975.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

- De 5 à 6. Comme la turbine est calorifugée, les seuls échanges énergétiques se font par travail et nous avons ainsi : $\Delta h_T = h_6 - h_5 = w_T$. Nous pouvons lire :

$$h_6 = 2,675.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{et} \quad h_5 = 3,775.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \rightsquigarrow \quad w_T = -1,10.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$$

- Le fait que cette valeur soit négative est normal puisque c'est l'étape où le fluide va fournir de l'énergie au milieu extérieur.
 → De 6 à 1. Dans le condenseur, il n'y a pas d'énergie reçue par travail mais seulement par transfert thermique. Donc $\Delta h_C = h_1 - h_6 = q_C$. Nous trouvons :

$$h_1 = 414 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{et} \quad h_6 = 2,675.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \rightsquigarrow \quad q_C = -686 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$$

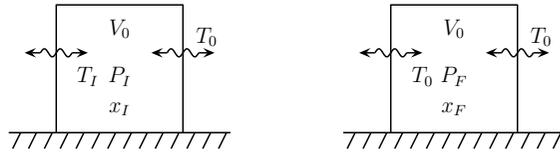
La négativité de cette valeur est aussi normale puisque qu'en se condensant, le fluide va fournir de l'énergie (par transfert thermique) au milieu extérieur.

➤ Rendement. Comme il s'agit d'un moteur, le rendement est défini par : $r = -\frac{W}{Q_c}$ où W est la somme de tous les travaux reçus par le système et Q_c est la somme de tous les transferts thermiques effectivement reçus par le fluide (i.e. on ne compte pas les transferts où le fluide fournit de l'énergie par transfert thermique).

Nous obtenons alors : $r = -\frac{w_P + w_T}{q_{GV1} + q_{GV2} + q_S}$. Numériquement : $r = 33 \%$.

✿ Exercice 5

Analyse physique. Nous étudions ici de l'eau subissant une évolution dans un réacteur (i.e. quelque chose d'hermétique et de volume constant). Les seuls échanges énergétiques pouvant avoir lieu sont des transferts thermiques. La transformation n'est pas a priori quasistatique (il est fort peu vraisemblable que la température soit homogène à l'intérieur du réacteur lors de l'évolution) et n'est certainement pas réversible (puisque la température de l'eau n'est pas initialement égale à celle du thermostat). La transformation est isochore, c'est tout ce que nous savons. Il n'y a pas tellement de grandeurs pertinentes ici hormis les conditions initiales V_0, T_1, P_1 et finales T_0 car nous allons lire directement des valeurs sans essayer de chercher des « formules ».



Analyse technique. Bien évidemment, nous allons étudier le système { eau contenu dans le réacteur }. Comme nous allons utiliser les diagrammes relatifs à l'eau, il va être inutile de faire quelque hypothèse que ce soit car grâce aux diagrammes nous pouvons avoir le comportement réel de l'eau quel que soit son état. Après avoir repéré les points I et F sur le diagramme nous pourrions donc déterminer par simple lecture n'importe quelle variation de fonction d'état.

$$\boxed{\text{eau : } V_0, P_I, T_I, x_I} \xrightarrow[\text{quasistat., réversible}]{\substack{W = 0, Q \neq 0 \\ \text{isoV}}} \boxed{\text{eau : } V_0 \text{ à } T_0, P_F, x_F}$$

► **Composition du système**

Sur le diagramme entropique, le point I se situe sur la courbe de rosée au niveau de l'isobare $P = 20$ bar (attention sur le diagramme, les températures sont en °C).

Comme la transformation est isochore, le volume massique du système se conserve : $v_I = v_F$ et le point F devient aisé à déterminer. Il se trouve sur l'iso-volume-massique $v = v_{v,I} = 0,10 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et à l'ordonnée $T_F = T_0 = 100 \text{ °C}$.

Le point se trouvant dans la zone de coexistence liquide - vapeur, nous savons que la pression sera la pression de vapeur saturante soit $\boxed{P_F = 1,0 \text{ bar}}$.

En ce qui concerne le titre, nous pouvons le déterminer avec le théorème des moments. Cela donne :

$$v_{\ell,F}(100 \text{ °C}) = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad v_{v,F}(100 \text{ °C}) = 1,8 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\text{Et ainsi } \boxed{x_{v,F} = \frac{v_I - v_{\ell,F}}{v_{v,F} - v_{\ell,F}} = 5,50306 \times 10^{-2}}$$

► **Transfert thermique**

Pour cela, nous pouvons utiliser le premier principe à l'eau en remarquant que le travail W est nul (évolution isochore).

Nous avons alors $\Delta U = W + Q = Q$.

Il suffit donc de déterminer l'énergie interne dans l'état I et dans l'état F.

→ *Énergie interne.* Connaissant la composition du système, nous avons $U = m_v u_v + m_\ell u_\ell$ où u_v et u_ℓ sont respectivement les énergie internes massiques de l'eau vapeur et de l'eau liquide.

Par définition de l'enthalpie, $u = h - P v$. Le diagramme entropique fournit les valeurs suivantes pour l'enthalpie massique :

$$h_{v,I} = 2,8 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} ; \quad h_{v,F} = 2,68 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad h_{\ell,F} = 4,1 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

→ *Détermination des masses.* Les masses de chaque phases valent $m_v = x_v m$ et $m_\ell = x_\ell m$, reste à déterminer la masse totale.

Nous pouvons le faire en considérant l'état initial dont nous savons qu'il n'est composé que de vapeur.

$$\text{Nous avons alors : } m = m_v = \frac{V}{v_{v,I}} = \underline{100 \text{ g}}.$$

→ *Rassemblement.* Nous obtenons :

$$Q = m [x_{v,F} (h_{v,F} - P_F v_{v,F}) + x_{\ell,F} (h_{\ell,F} - P_F v_{\ell,F}) - x_{v,I} (h_{v,I} - P_I v_{v,I})]$$

Numériquement, avec $P_F = 1,0$ bar cela donne $\boxed{Q = -2,07508 \times 10^5 \text{ J}}$.

Nous pouvons constater que $Q < 0$, ce qui signifie que c'est le système qui a fourni un transfert thermique au milieu extérieur. C'est tout à fait normal vu que le milieu extérieur est à une température inférieure de la température initiale.

► **Variation d'entropie.**

→ *Entropie échangée.* L'entropie échangée vaut $S_{\text{éch}} = \int \frac{\delta Q}{T_{\text{front}}}$ et comme il y a un contact avec un thermostat, $T_{\text{front}} = T_0$ d'où :

$$S_{\text{éch}} = \frac{1}{T_0} \int \delta Q \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_0} = -5,56322 \times 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

→ *Variation d'entropie.* Pour calculer ΔS , il suffit tout simplement de lire S_F et S_I sur diagramme entropique :

$$s_I = 6,36 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad s_F = 1,76 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{\Delta S = -4,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

→ *Entropie créée.* Nous avons $S_c = \Delta S - S_{\text{éch}} = 9,6322 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

Nous avons bien $\boxed{S_c > 0}$, ce qui confirme l'irréversibilité de la transformation : le système et l'extérieur n'étant pas à la même température lors de l'échange thermique.

☛ *Remarque :* notons la perte de chiffres significatifs pour la dernière valeur.

✿ **Exercice 6**

Il s'agit ici d'une machine à écoulement dont le but n'est ni de fournir un travail, ni de réaliser un transfert thermique mais de produire quelque chose : de l'azote liquide. Nous ne pourrions donc pas utiliser les définitions de rendement ou d'efficacité que nous connaissons pour les machines dithermes.

1. Dans l'état E_4 , nous avons $h_4 = x_4 h_v(4) + (1 - x_4) h_\ell(4)$ où $h_v(4)$ et $h_\ell(4)$ sont les enthalpies massiques de la vapeur et du liquide dans l'état 4.

Or nous constatons que les conditions de pression et de température sont identiques dans les trois états E_4 , E_5 et E_6 .

Comme en plus les états E_5 et E_6 sont respectivement du liquide et de la vapeur purs, nous avons $h_v(4) = h_6$ et $h_\ell(4) = h_5$.

Finalement :

$$h_4 = x_4 h_6 + (1 - x_4) h_5 \quad (\heartsuit)$$

2. → *Premier principe.* En remarquant que l'échangeur thermique constitue un dispositif identique à la détente de JOULE - THOMSON (à la seule différence près que les pression à l'entrée et à la sortie des canalisations sont identiques), nous avons après une démonstration qu'il faut refaire en DM ou en DS $dH = \delta Q + \delta W'$ où δQ est le transfert thermique reçu de l'extérieur et $\delta W'$ est le travail des forces autres que celles de pression.

Comme $\delta Q = 0$ et $\delta W' = 0$, cela donne $dH = 0$.

→ *Simplification du dH.* Nous avons $dH = H(t + dt) - H(t)$.

En notant (Σ^*) le système ouvert constitué par le fluide contenu dans l'échangeur, nous avons :

$$H(t) = H^*(t) + h_6 dm_6 + h_2 dm_2 \quad \text{et} \quad H(t + dt) = H^*(t + dt) + h_1 dm_1 + h_3 dm_3$$

Comme le régime est stationnaire : $H^*(t + dt) = H^*(t)$.

Nous arrivons alors à : $h_1 dm_1 + h_3 dm_3 - (h_2 dm_2 + h_6 dm_6) = 0$.

→ *Lien entre les dm.* Considérons $6 \rightarrow 1$ dans la canalisation.

La masse de fluide contenue dans cette canalisation ne varie pas puisque le régime est stationnaire.

Dans ces conditions, la masse dm_1 de fluide qui en sort pendant la durée dt est égale à la masse dm_6 de fluide qui y entre et donc $dm_2 = dm_6$.

Nous pouvons montrer de même que $dm_2 = dm_3$ et $dm_3 = dm_4$.

Le rôle du séparateur étant de séparer les deux phases de l'état E_4 , s'il rentre la masse dm_4 de fluide, il en ressortira la masse $dm_6 = x_4 dm_4$ de vapeur et la masse $dm_5 = (1 - x_4) dm_4$ de liquide.

Ainsi $dm_6 = x_4 dm_2$.

→ *Rassemblement*. Finalement, nous obtenons : $h_3 - h_2 + x_4 (h_1 - h_6) = 0$ (♣).

[3.] Les deux équations (♣) et (♣) constituent un système de deux équations à deux inconnues ($h_3 = h_4$). Les solutions sont :

$$x_4 = \frac{h_2 - h_5}{h_1 - h_5} = \underline{0,9280576} \quad \text{et} \quad h_4 = \frac{h_2 (h_6 - h_5) + h_5 (h_1 - h_6)}{h_1 - h_5} = \underline{214,0432 \text{ kJ.kg}^{-1}}$$

[4.] Nous avons pour les mêmes raisons que pour la première relation :

$$s_4 = x_4 s_6 + (1 - x_4) s_5 \quad \text{et} \quad \underline{s_4 = 2,778705 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} > s_3}$$

Ce résultat n'est pas surprenant : puisque la détente est adiabatique il signifie simplement qu'elle est irréversible car $\Delta s = s_c$. Pour une détente de JOULE - THOMSON, rien que du très normal, somme toute.

[5.] En remarquant qu'ici aussi la situation dans le compresseur est analogue à celle de la détente de JOULE - THOMSON, nous avons : $dH = \delta Q + \delta W'$ où δQ est le transfert thermique reçu et $\delta W'$ le travail reçu par les forces autres que celles de pression.

En introduisant le système ouvert \mathcal{S}^* constitué par le fluide dans le compresseur, nous avons $\Delta H = H^*(t + dt) + dm_2 h_2 - H^*(t) - h_1 dm$.

Comme le régime est stationnaire, $H^*(t) = H^*(t + dt)$ et $dm_2 = dm$.

Nous avons alors, en introduisant le transfert thermique et le travail reçus par unité de masse : $h_2 - h_1 = q + w'$.

Comme la transformation est supposée réversible nous avons $dS = \delta S_{\text{éch}}$.

Avec le même raisonnement que ci-dessus, nous obtenons $dS = dm (s_2 - s_1)$.

Nous avons aussi $\delta S_{\text{éch}} = \frac{\delta Q}{T_{\text{surf}}}$ et, comme la transformation est isotherme, il n'y a pas de problème de définition de T_{surf} : $\delta S_{\text{éch}} = \frac{\delta Q}{T_1}$.

Finalement nous obtenons : $\underline{q = T_1 (s_2 - s_1)}$.

[6.] Le travail reçu par l'unité de masse de fluide entrant dans l'installation s'en déduit :

$$w' = h_2 - h_1 - q$$

Connaissant la masse m rentrant dans l'installation, nous avons la masse m_ℓ de liquide formé : $m_\ell = (1 - x_4) m$.

Dès lors nous en déduisons $m_\ell = (1 - x_4) \frac{\mathcal{P} \times \tau}{w'}$ en notant τ la durée de fonctionnement.

Nous trouvons $\underline{m_\ell = 55,24591 \text{ kg}}$.