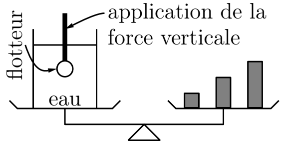
Statique des fluides

Exercice 1 BALANCE D'ARCHIMÈDE

Sur les plateaux d'une balance dont les fléaux ont même longueur sont posés d'un côté un bécher rempli d'eau de masse volume ρ et de l'autre des masses marquées m assurant l'équilibre de la balance.

On plonge dans l'eau du bécher, un flotteur homogène de volume V et de masse volumique $\rho^\star$ puis on l'y maintient en exerçant sur une tige solidaire de masse négligeable une force $\vec{F}$. On modifie les masses marquées de Δm pour retrouver l'équilibre.



1. Indiquer, sans calcul, le signe de Δm.
2. Quel aurait été le signe de Δm avec, non pas un flotteur, mais une bille de plomb, elle aussi maintenue entre deux eaux ?
3. Calculer Δm et la force $\vec{F}$ en fonction des grandeurs caractéristiques du problème.
   En déduire un mode opératoire pour mesurer le volume V.

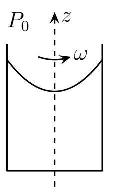
Exercice 2 CYLINDRE FLOTTANT

Un demi-cylindre de rayon R et de longueur h flotte à la surface d'un liquide de masse volumique ρ (l'axe du cylindre étant parallèle à la surface de l'eau).

1. À l'équilibre, il est enfoncé de $\dfrac{R}{2}$ dans celui-ci. Quelle est sa masse m ?
2. Quelle est la période des petites oscillations verticales de l'objet

Exercice 3 VASE TOURNANT

Le récipient cylindrique de rayon R ci-dessous est rempli d'eau sur une hauteur h et plongé dans une atmosphère où la pression P_0 est uniforme. Il est mis en rotation à une vitesse angulaire constante ω autour de son axe vertical (Oz) et, au bout de quelques instants, on atteint un état d'équilibre dans le référentiel tournant.



Déterminer dans cet état l'équation de la surface libre de l'eau. On pourra penser à trouver le champ de pression à l'intérieur du fluide dans le référentiel non galiléen tournant autour de l'axe (Oz) à la vitesse angulaire constante ω.

Exercice 4 ÉTUDE D'UN BALLON ATMOSPHÉRIQUE

Le modèle de l'atmosphère à gradient thermique constant permet d'établir qu'entre 0 et 11 km d'altitude, la pression et la température atmosphériques varient en fonction de l'altitude z suivant les relations :

$$P(z) = P_0\,(1 - A\,z)^\alpha \quad \text{et} \quad T(z) = T_0\,(1 - A\,z) \qquad \text{avec} \qquad A = \mathrm{C^{te}} \quad \text{et} \quad \alpha = \mathrm{C^{te}}$$

Un ballon sonde gonflé à l'hydrogène est assimilé à une sphère *indéformable* de diamètre D. La masse totale de l'enveloppe (non gonflée), de la nacelle et des appareils est m et cet ensemble a un volume négligeable devant celui de la sphère.

Par ailleurs l'hydrogène est constamment en équilibre thermique avec l'air atmosphérique. À l'altitude $z = 0$, les masses volumiques de l'air et de l'hydrogène, assimilés tous deux à des gaz parfaits sont respectivement ρ_0 (sous la pression P_0) et ρ_0' (sous une pression de gonflage P_0').

1. Exprimer la masse volumique $\rho(z)$ de l'air en fonction de l'altitude z.
2. Exprimer la résultante des actions qui s'exercent sur le ballon en fonction de l'altitude et en déduire :
   (a) la masse maximale M_0 que le ballon peut élever du sol ;
   (b) la masse maximale M_1 que le ballon peut élever à une altitude de 11 km.
   Données : $P_0 = 1{,}013.10^5$ Pa ; $\rho_0 = 1{,}225$ kg.m^{-3} ; $P_0' = 1{,}127.10^5$ Pa ; $\rho_0' = 0{,}094$ kg.m^{-3} ; $A = 2{,}26.10^{-5}$ m^{-1} ; $\alpha = 5{,}25$; $D = 4{,}0$ m ; $g = 9{,}81$ m.s^{-2}, indépendant de z.
3. Un ballon sonde identique au précédent est équipé d'une soupape différentielle qui maintient constante la différence $\Delta P = \Delta P_0$ entre la pression P' de l'hydrogène et la pression P de l'air atmosphérique, toutes les autres données sont inchangées.
   (a) Exprimer la différence de pression qui s'exerce sur l'enveloppe du ballon en fonction de l'altitude.
   (b) Exprimer la masse volumique ρ' de l'hydrogène en fonction de l'altitude z à partir de ρ_0', P_0, ΔP et des constantes A et α.
   (c) Résoudre pour ce nouveau ballon les questions posées en 2a et 2b.
   (d) Quelle masse d'hydrogène a du être dégazée pour élever la masse maximale à l'altitude de 11 km ?

Exercice 5 MESURE DE LA CONSTANTE DE BOLTZMANN

Dans une expérience historique, Jean PERRIN a pu observer au microscope la répartition à l'équilibre de petites sphères de latex de rayon $a = 0{,}21\ \mu$m et de masse volumique $\rho = 1{,}2.10^3$ kg.m^{-3}. Pour différentes altitudes équidistantes de $d = 30\ \mu$m, il mesurait à une température $T = 293$ K, des concentrations C proportionnelles aux nombres N indiqués dans le tableau ci-dessous :

z	5 μm	35 μm	65 μm	95 μm
N	100	47	23	12

Vérifier que ces mesures sont compatibles avec une loi statistique de BOLTZMANN de la forme $C(z) = C_0 \exp\left(-\dfrac{m\,g\,z}{k_{\mathrm{B}}\,T}\right)$ et en déduire une mesure de la constante de BOLTZMANN k_{B}.