# Déterminer des incertitudes

*L'objectif de ce TP est d'apprendre à évaluer rapidement ce qui est appelé une « incertitude ». Pour cela vous serez amené(e) à (re)faire des mesures que vous avez réalisées dans les séances précédentes. La différence étant, cette fois, que tout le monde fera les mesures sur les mêmes appareils ou composants afin de pouvoir comparer et analyser les résultats.*

*Ce TP s'appuie sur le travail effectué lors du TP–Cours* ELCT1 Premiers pas au laboratoire, *du TP–Cours* ELCT2 GBF et oscilloscopes, *du TP–Cours* OPT1 Premiers pas au laboratoire *ainsi que lors du TP* ELCT1 Régimes transitoires *et du TP* OPT1 Focométrie.

Matériel utilisé :

- 10 postes d'électrocinétique
- 4 postes d'optiques

# I) Les incertitudes

## 1°) Nous n'avons pas les mêmes valeurs

### *i.* valeur réelle

C'est la valeur que nous cherchons à déterminer. Cette dénomination « valeur réelle » ou « valeur vraie » peut quelque fois prêter à confusion notamment à cause du caractère absolu et certain qu'elle revêt, mais nous l'utiliserons car elle est plus parlante que celle de « valeur cible » ou « valeur recherchée ».

### *ii.* valeur nominale

C'est la valeur « constructeur ». Suivant les normes et la qualité de l'objet de fabrication, cette valeur peut être plus ou moins éloignée de la valeur réelle. Par exemple, la plupart des résistors que vous utilisez sont fabriqués avec une tolérance de 10 %. Cela signifie que le constructeur s'engage à ce que la très grosse majorité de sa production (par exemple 95 %) ait une valeur réelle égale à la valeur nominale à 10 % près.

### *iii.* valeur mesurée

C'est la valeur à laquelle nous accèdons soit directement avec un appareil de mesure, soit après calculs ou traitement numérique fondés sur des valeurs obtenues avec des appareils de mesure.

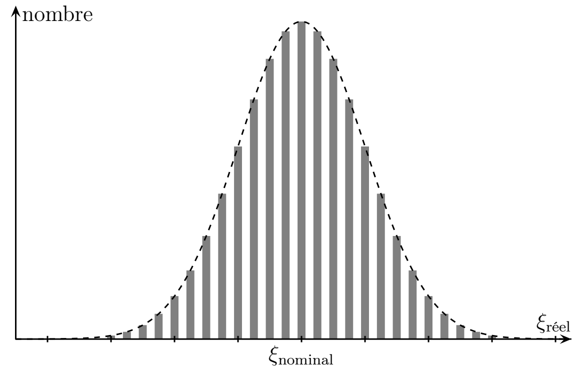
## 2°) Liens entre ces valeurs.

### *i.* entre valeur réelle et valeur nominale

Un histogramme en bâtons représentant le nombre d'objets fabriqués en fonction de sa valeur réelle est représenté ci-dessous. En général le profil obtenu – représenté en pointillé – est de type *gaussien.*







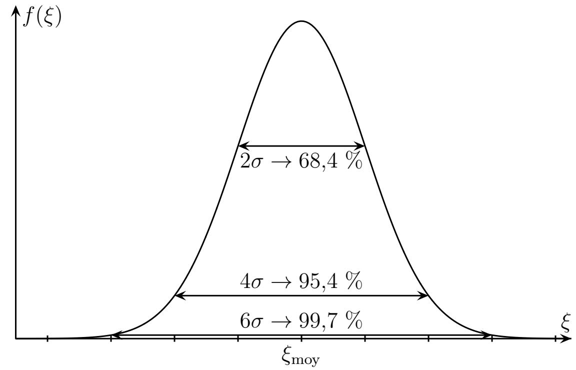

Nous pouvons voir que la majorité de la production a une valeur assez proche de la valeur nominale. En fait :

- ➜ si le constructeur garantit 95 % de sa production à 10 % de sa valeur nominale, alors 68 % sera à moins de 5 % ;
- ➜ si le constructeur garantit 99 % de sa production à 10 % de sa valeur nominale, alors 68 % sera à moins de 3,3 %.

Voilà pourquoi nous avons « rarement » des valeurs à la limite des tolérances.

### *ii.* pause gaussienne

Le profil de l'histogramme est une gaussienne d'équation $f(\xi) = \dfrac{N}{\sqrt{\pi\,2\,\sigma^2}}\,\exp\left(-\dfrac{(\xi-\xi_{\text{moy}})^2}{2\,\sigma^2}\right)$ où $N$ est le nombre total d'objets produits, $\sigma$ est l'écart-type et $\xi_{\text{moy}}$ la moyenne.

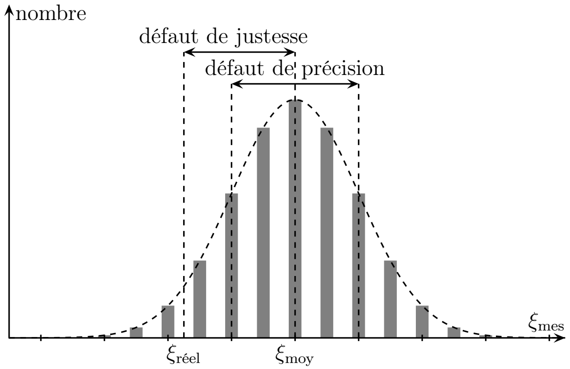



Notons $n(\xi_1,\xi_2)$ le nombre d'objets produits dont la valeur est comprise entre $\xi_1$ et $\xi_2$. Nous avons donc $n(\xi_1,\xi_2) = \displaystyle\int_{\xi_1}^{\xi_2} f(x)\mathrm{d}\xi$. Par exemple, la population totale vaut $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\mathrm{d}\xi = N$. Les valeurs remarquables sont les suivantes :

- ➜ $n(\xi_{\text{moy}}-\sigma,\xi_{\text{moy}}+\sigma) = 0{,}683{,}N$ ;
- ➜ $n(\xi_{\text{moy}}-2\sigma,\xi_{\text{moy}}+2\sigma) = 0{,}954\,N$ ;
- ➜ $n(\xi_{\text{moy}}-3\sigma,\xi_{\text{moy}}+3\sigma) = 0{,}997\,N$ ;
- ➜ $n(\xi_{\text{moy}}-4\sigma,\xi_{\text{moy}}+4\sigma) = 0{,}9999\,N$ ;

### *iii.* entre valeur réelle et valeur mesurée

Si les mesures sont bien réalisées, alors la série de mesures doit conduire à une répartition gaussienne étalée à cause des **fluctuations aléatoires**. C'est ce qui est à l'origine de l'incertitude des mesures. Afin de faciliter les calculs, nous dirons par *convention* que l'incertitude $\Delta\xi$ correspond à l'écart-type de la gaussienne. Dans ces conditions, il convient de pouvoir et de savoir estimer $\Delta\xi$ pour pouvoir accéder au mieux à la valeur moyenne $\xi_{\text{moy}}$.




Nous constatons alors que $\xi_{\text{moy}}$ peut être différente de $\xi_{\text{réel}}$ : c'est le cas lorsqu'il existe des **erreurs** dans le protocole. Plus ces deux valeurs sont proches, plus le protocole est dit **juste**.

Par exemple, lors de la mesure d'une résistance par la loi d'ohm avec les montages longue et courte dérivation, il existe un écart entre la valeur déterminée par le rapport de la tension sur l'intensité et la valeur mesurée (cf. exercice $\boxed{\text{ELCT2·4}}$). Cependant, comme l'erreur est connue, il est possible de s'en affranchir : en modélisant le comportement des appareils de mesure, nous pouvons retrouver la valeur effectivement mesurée de la résistance. C'est en fait le cas pour tout protocole de mesure : une bonne analyse de la situation doit permettre de repérer toutes les sources d'erreur. Dès lors, soit le protocole est modifié pour éliminer ces sources, soit le résultat brut de la mesure est retravaillé pour tenir compte de l'influence de ces erreurs. Dans tous les cas, nous considérerons *a priori* un protocole de mesure comme juste, c'est-à-dire dont toutes les sources d'erreurs sont connues ... jusqu'à preuve du contraire.

Le défaut de **précision** est caractérisé par l'incertitude qui entache les mesures. Toutefois, avoir une grande incertitude, ou peu de précision, n'est pas forcément handicapant pour trouver $\xi_{\text{moy}}$. En effet, en multipliant les mesures, le profil gaussien sera de mieux en mieux respecté ce qui simplifiera, dès lors, la détermination de $\xi_{\text{moy}}$.

Finalement, le plus important est qu'un protocole doit être juste.

## 3°) D'une mesure au réel

### *i.* le problème est simple

Imaginons que nous ayons réalisé un protocole qui permet d'aboutir à une valeur unique $\xi_{\text{mes}}$ (éventuellement corrigée des erreurs) et que nous ayons estimé l'incertitude $\Delta\xi$ sur cette mesure (cf. *infra*). Que vaut alors la valeur réelle ?

Comme jamais aucun protocole ne permettra de donner une valeur exacte de $\xi_{\text{réel}}$ à cause des fluctuations aléatoires, nous allons chercher plutôt à écrire le résultat sous la forme d'un *intervalle de confiance* du type $\xi_{\text{min}} \leqslant \xi_{\text{réel}} \leqslant \xi_{\text{max}}$. Reste à exprimer $\xi_{\text{min}}$ et $\xi_{\text{max}}$ en fonction de $\xi_{\text{mes}}$ et$\Delta\xi$.





En fait, pour simplifier, nous prendrons $\xi_{\text{min}} = \xi_{\text{mes}} - \Delta\xi$ et $\xi_{\text{max}} = \xi_{\text{mes}} + \Delta\xi$, ce qui donne $\boxed{\xi_{\text{mes}} - \Delta\xi \leqslant \xi_{\text{réel}} \leqslant \xi_{\text{mes}} + \Delta\xi}$ et que nous pouvons aussi écrire sous la forme $\boxed{\xi_{\text{réel}} = \xi_{\text{mes}} \pm \Delta\xi}$.

Du point de vue des chiffres significatifs, $\Delta\xi$ est écrit avec un (ou 2 maximum) chiffre(s) significatif(s) et $\xi_{\text{réel}}$ est écrit de telle sorte que son dernier chiffre significatif corresponde au dernier chiffre significatif de l'incertitude.

Exemples : $\ell = (7{,}03 \pm 0{,}01)$ m ou $v = (9{,}21 \pm 0{,}42)$ m.s$^{-1}$ sont des écritures valides [1].

En revanche les écritures $\ell = (7{,}031 \pm 0{,}01)$ m ou $v = (9{,}21 \pm 0{,}421)$ m.s$^{-1}$ ne sont pas valides.

Nous parlerons aussi de l'*incertitude relative* définie par $\boxed{\varepsilon \triangleq \dfrac{\Delta\xi}{\xi_{\text{mes}}}}$.

### *ii.* l'incertitude c'est ce dont on n'est pas sûr

La règle d'or pour évaluer une incertitude est la suivante :

**Il faut rechercher les limites raisonnables pour une valeur.**

Ces incertitudes peuvent avoir plusieurs sources que l'on regroupe en deux grandes catégories :

**les incertitudes de lecture** qui correspondent aux problèmes occasionnés lors de la lecture d'une valeur affichée par un appareil de mesure. Cela peut aller du problème de parallaxe, au mouvement d'une aiguille ou au flou d'une tâche lumineuse. Pour caricaturer, les incertitudes de lectures sont grandes chez les « bigleux [2] ».

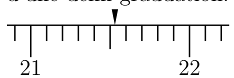
**les incertitudes de repérage** qui correspondent aux problèmes occasionnés lors de l'estimation d'un réglage, aussi bien par un expérimentateur que par un appareil. Pour caricaturer, ces incertitudes sont grandes chez ceux qui ont la « tremblote ».

☕ *Remarque* : une fois une incertitude déterminée, lorsque nous l'arrondirons pour laisser un ou deux chiffres significatifs, il faudra toujours le faire par excès.

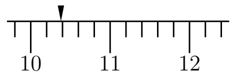
### *iii.* incertitude de lecture

**Appareils gradués.** Il s'agit aussi bien des règles usuelles que des verniers ou des appareils à aiguille.

Même si un bon expérimentateur peut déterminer la position d'une aiguille dans des intervalles d'un cinquième de graduation, nous prendrons, par convention, que la mesure se fait dans un intervalle d'une demi graduation. Dans ces conditions, *l'incertitude est d'un quart de graduation.*




Ici le repère est dans la première moitié de l'intervalle soit $21{,}50 \leqslant \xi \leqslant 21{,}55$ ou encore $\xi = 21{,}525 \pm 0{,}025$.




Ici le repère est tout proche d'un trait d'où $\xi = 10{,}40 \pm 0{,}05$ ou encore $10{,}35 \leqslant \xi \leqslant 10{,}45$.

Bien sûr, dans les cas où l'objet à repérer n'est pas une aiguille fine mais quelque chose de plus « flou » tel une tâche lumineuse ou la limite entre éclairement et ombre, il faudra préciser au cas par cas l'incertitude en indiquant les valeurs extrêmes que nous croirons être **possibles**.

1. Nous pouvons remarquer, au passage, la façon de noter les unités.
2. Les myopes qui retirent leurs lunettes peuvent, quant à eux, observer les appareils de très près et donc augmenter la précision lors de la lecture de graduations.

**Appareil à affichage numérique.** La plupart du temps, il n'y a pas d'incertitude de lecture puisqu'il suffit de prendre note de la valeur affichée en « tous chiffres ». Cependant, il arrive quelques fois que la mesure ne soit pas « stable » et que l'affichage change régulièrement. Il s'agit alors d'un cas analogue à celui d'une aiguille qui oscille. Nous prendrons donc la valeur moyenne comme valeur mesurée et l'écart entre le minimum et le maximum comme double de l'incertitude.

Exemple : si l'affichage d'un voltmètre oscille entre 7,325 V et 7,512 V cela donne 7,325 V $\leqslant U \leqslant$ 7,512 V soit $U = (7{,}42 \pm 0{,}10)$ V.

### *iv.* incertitude de repérage

**Lorsque l'expérimentateur est en cause.** Quand un expérimentateur se doit de décider de la position d'un maximum, de la netteté d'une image, d'un contraste, … il y a toujours une part d'incertitude. Il faut alors faire varier le paramètre modifiable entre les valeurs extrêmes délimitant la plage dans laquelle doit se situer la situation recherchée et l'incertitude vaut la moitié de cette plage.

Exemple : le pointé d'une lentille par un VFF semble nette pour une position du VFF variant entre 75,3 cm et 75,9 cm. Cela donne 75,3 cm $\leqslant x_O \leqslant$ 75,9 cm ou $x_O = (75{,}6 \pm 0{,}3)$ cm.

**Lorsqu'un appareil est en cause.** Quand nous demandons à un appareil de rechercher une valeur, ce dernier se trompe toujours, même légèrement. Par convention, nous dirons que l'incertitude est de 2 % de la valeur affichée pour un appareil à aiguille et de de 1 % + 2.digit pour un appareil à affichage digital. Un digit est la valeur de l'unité le plus à droite du nombre affiché par l'appareil.

Par exemple si un ohmmètre affiche $R = 1{,}943$ kΩ, alors un digit vaut 0,001 kΩ = 1 Ω.

En fait ces dernières évaluations sont purement conventionnelles : pour être rigoureux il faudrait aller consulter la documentation de l'appareil fournie par le constructeur dans laquelle se trouvent des tables indiquant la manière de calculer une incertitude, sachant que celle-ci est toujours du type $\Delta\xi = a.\xi_{\text{mes}} + b$.digit où $a$ et $b$ sont des coefficients qui dépendent de l'appareil, de la fonction et du calibre.

Exemple de calcul conventionnel : $U_{\text{mes}} = 4{,}123$ V donne $\Delta U = (0{,}01 \times 4{,}123 + 2 \times 0{,}001)$ V = 0,04323 V = 0,05 V, ce que nous écrirons : $U = (4{,}12 \pm 0{,}05)$ V.

### *v.* importance relative des incertitudes

Lorsqu'il y a plusieurs sources d'incertitude, il faudrait, pour être rigoureux, tenir compte de toutes. Cependant, pour simplifier, nous ne garderons que celle dont l'influence est la plus grande soit, dans l'ordre de priorité décroissante :

1. les incertitudes de repérage par un expérimentateur ;
2. les incertitudes de lecture ;
3. les incertitudes de repérage par un appareil.

*Remarque* : étant donné que les incertitudes de repérage par un appareil sont très faibles, les calculs du type 1 % + 2.digits sont très rares.

### *vi.* propagation des incertitudes

**Problème.** Nous avons mesuré deux grandeurs $\xi_1$ et $\xi_2$ avec leurs incertitudes respectives $\Delta\xi_1$ et $\Delta\xi_2$ pour obtenir, par calcul, la valeur $\xi_0$ d'une troisième grandeur. Quelle est l'incertitude $\Delta\xi_0$ sur $\xi_0$ ?





**Pour les additions et les soustractions.** Avec $\xi_0 = a\,\xi_1 + b\,\xi_2$ où $a$ et $b$ sont deux coefficients réels positifs ou négatifs, nous avons $\boxed{\Delta\xi_0 = \sqrt{(a\,\Delta\xi_1)^2 + (b\,\Delta\xi_2)^2}}$. Ainsi lorsque $|a|\,\Delta\xi_1 \gg |b|\,\Delta\xi_2$ nous avons tout simplement $\Delta\xi_0 = |a|\,\Delta\xi_1$.

**Pour les multiplications et les divisions.** Avec $\xi_0 = \lambda\,\xi_1^a\,\xi_2^b$ où $\lambda$, $a$, $b$ sont trois coefficients réels positifs ou négatifs, nous avons $\boxed{\dfrac{\Delta\xi_0}{\xi_0} = \sqrt{\left(a\dfrac{\Delta\xi_1}{\xi_1}\right)^2 + \left(b\dfrac{\Delta\xi_2}{\xi_2}\right)^2}}$.

Remarquons qu'il s'agit de la même forme que celle pour les additions et les soustraction mais en utilisant les incertitudes relatives plutôt que les incertitudes.

Cas particulier fréquent : lorsque $x = \dfrac{1}{y}$, alors $\dfrac{\Delta x}{x} = \dfrac{\Delta y}{y}$ soit $\Delta x = x^2 \Delta y$ et, symétriquement, $\Delta y = y^2\,\Delta x$.

**Autre type de calcul.** Si $\xi_0 = f(\xi_1)$ où $f(x)$ est une fonction connue comme exp, cos, … nous prendrons $\boxed{\Delta\xi_0 = \left|\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\xi}(\xi_1)\right| \Delta\xi_1}$. Par exemple si $y = \mathrm{e}^{2x}$ alors $\Delta y = 2\,\mathrm{e}^{2x}\Delta x$.

*Remarques* : toutes ces règles de calcul ne doivent pas faire oublier le bon sens :
- ➜ l'incertitude doit se calculer le plus rapidement possible : si une grandeur parmis plusieurs a visiblement une incertitude plus élevée que les autres, faire comme si les autres étaient connues infiniment précisément ;
- ➜ l'application de ces méthodes ne doit pas conduire à écrire des absurdité : en cherchant $\xi = \cos\varphi$ et après avoir mesuré $\varphi = (178 \pm 5)$°, alors nous avons $-1 \leqslant \xi \leqslant \cos(173°)$ soit $\xi = 0{,}996 \pm 0{,}004$ et non $\cos(183°) \leqslant \xi \leqslant \cos(173°)$ ou (pire ?) $\xi = 1 \pm 0{,}08$.

# II) Évaluer les incertitudes

## Principe

Dans cette partie, vous allez réaliser des mesures sur différents postes et déterminer les incertitudes correspondantes. Comme les postes sont en nombre limité, il n'est pas impossible que vous ne les fassiez ni « dans l'ordre », ni tous. Dans ces deux cas, ce n'est pas grave : ce qui compte c'est l'exploitation qui en est faite, notamment dans la troisième partie.

Insistons d'ores et déjà sur les points suivants :
- ➜ consignez bien vos résultats sur la feuille résumé située en fin de TP et allez les enregistrer régulièrement en salle informatique (il y a un poste allumé et prêt à l'emploi par type de montage) sans oublier votre nom ;
- ➜ consignez aussi à chaque fois vos résultats sur la feuille disponible à chaque poste de manière à indiquer aux groupes suivants les mesures qui ont déjà été faites ;
- ➜ sauf pour la mesure de la résistance à l'ohmmètre, il y a bien 2 lignes à remplir par binôme sur chaque poste d'électrocinétique ;
- ➜ démontez à chaque fois votre montage et déréglez grossièrement tous vos appareils, même si le binôme suivant est juste derrière et attend la place ;
- ➜ tous les postes sont en double exemplaire, dans la mesure (ah ah ah) du possible, préférez les postes d'optique ;
- ➜ s'il vous avez fait tous les postes et qu'il vous reste du temps, retournez faire des mesures en optique.

## 1°) Mesure de résistance à l'ohmmètre

*Ici l'incertitude est une incertitude de repérage par un appareil.*

➜ Montez le résistor sur une plaquette (important).
➜ Mesurez sa résistance avec l'un des deux ohmmètres à votre disposition et calculez l'incertitude conventionnelle.

$R =$ $\Delta R =$

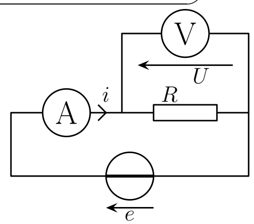
➜ Consignez vos résultats (attention aux colonnes).
➜ Démontez le tout et remontez tout autrement (important).
➜ Recommencez en utilisant l'autre ohmmètre.

$R =$ $\Delta R =$

➜ Consignez vos résultats (attention aux colonnes).

## 2°) Mesure de résistance avec la loi d'ohm

*Ici les incertitudes sur les deux mesures sont des incertitudes de repérage par un appareil et elles sont suivies par une propagation des incertitudes par multiplication.*




➜ Faites le montage courte dérivation ci-contre en utilisant le multimètre à main comme voltmètre (cf. TP–Cours ELCT1 *Premiers pas au laboratoire*).
➜ Réglez le générateur de telle sorte que la tension aux bornes du résistor soit à peu près l'une de celles conseillées.
➜ Notez les valeurs affichées et calculez la valeur de la résistance.

$U =$ $I =$ $R =$

➜ Calculez les incertitudes conventionnelles $\Delta U$ et $\Delta I$.

$\Delta U =$ $\Delta I =$

➜ Déduisez-en les incertitudes relatives $\dfrac{\Delta U}{U}$ et $\dfrac{\Delta I}{I}$.

$\dfrac{\Delta U}{U} =$ $\dfrac{\Delta I}{I} =$

➜ Calculez et comparez $\Delta R_{\text{excès}} = R\left(\dfrac{\Delta U}{U} + \dfrac{\Delta I}{I}\right)$ et $\Delta R = R\sqrt{\left(\dfrac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\dfrac{\Delta I}{I}\right)^2}$.





$\Delta R_{\text{excès}} =$ $\Delta R =$

➜ Consignez vos résultats.
➜ Recommencez (sans toutefois calculer $\Delta R_{\text{excès}}$ avec l'autre valeur conseillée pour $U$) et démontez votre circuit.

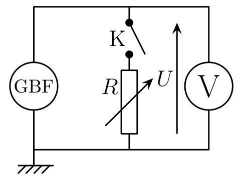
$U =$ $I =$ $R =$

$\Delta U =$ $\Delta I =$

$\dfrac{\Delta U}{U} =$ $\dfrac{\Delta I}{I} =$ $\Delta R =$

## 3°) Mesure de la résistance de sortie d'un GBF

*Ici l'incertitude est une incertitude de repérage par un expérimentateur.*




➜ Réalisez le montage ci-contre (cf. TP–Cours ELCT2 *GBF et oscilloscope*) en utilisant la valeurs conseillée pour $U_0$.
➜ Repérez rapidement la plage de réglage de la boîte à décades permettant d'avoir un affichage proche de $\dfrac{U_0}{2}$ et démontez votre circuit.
➜ Mesurez à l'ohmmètre les valeurs extrêmes des résistances pour ces réglages.

$U_0 =$ $R_{\text{min}} =$ $R_{\text{max}} =$

➜ Déduisez-en la valeur mesurée de $R_s$ l'incertitude $\Delta R_s$ et consignez vos résultats (dont $U_0$) avec le nombre adéquate de chiffres significatifs.

$R_s =$ $\Delta R_s =$

➜ Recommencez avec une autre valeur de $U_0$ (n'oubliez pas de consigner vos résultats).

$U_0 =$ $R_{\text{min}} =$ $R_{\text{max}} =$

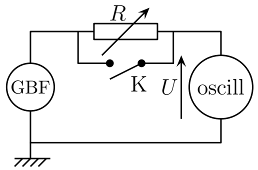
$R_s =$ $\Delta R_s =$

## 4°) Mesure de la résistance d'entrée de l'oscilloscope

*Ici l'incertitude est une incertitude de repérage par un expérimentateur.*

➔ Réalisez le montage ci-contre (cf. TP–Cours ELCT2 *GBF et oscilloscope*) en utilisant la valeur conseillée pour $U_0$.

➔ Repérez rapidement la plage de réglage de la boîte à décades permettant d'avoir un affichage proche de $\dfrac{U_0}{2}$ et démontez votre circuit.




➔ Mesurez à l'ohmmètre les valeurs extrêmes des résistances pour ces réglages.

$U_0 =$ $R_{\text{min}} =$ $R_{\text{max}} =$

➔ Déduisez-en la valeur mesurée de $R_\text{e}$ l'incertitude $\Delta R_\text{e}$ et consignez vos résultats (dont $U_0$) avec le nombre adéquate de chiffres significatifs.

$R_\text{e} =$ $\Delta R_\text{e} =$

➔ Recommencez avec une autre valeur de $U_0$ (n'oubliez pas de consigner vos résultats).

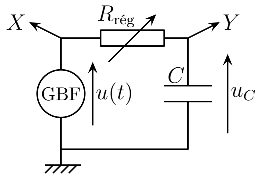
$U_0 =$ $R_{\text{min}} =$ $R_{\text{max}} =$

$R_\text{e} =$ $\Delta R_\text{e} =$

## 5°) Mesure d'une capacité

*L'incertitude est ici une incertitude de repérage par l'expérimentateur suivie d'une propagation d'incertitude par multiplication.*

➔ Réalisez le montage ci-contre et réglez le GBF sur une tension rectangulaire d'amplitude environ 4,0 V avec une fréquence telle que le régime permanent soit tout juste atteint sur chaque demi-période.




➔ Imprimez l'écran de l'oscilloscope permettant de mesurer au mieux la constante de temps à l'aide de la méthode de la tangente à l'origine (cf. TP ELCT1 *Régimes transitoires*) et déterminez la constante de temps du circuit.

$\tau =$

➔ Mesurez $R$ et en déduire la valeur de la capacité du condensateur.

$R =$ $C =$

➔ À partir de l'impression réalisée, déterminez les valeurs extrêmes possibles pour $\tau$ en cherchant les deux droites extrêmes pouvant être considérées comme « tangente à l'origine » et déduisez-en l'incertitude $\Delta\tau$.

$\tau_{\text{min}} =$ $\tau_{\text{max}} =$ $\Delta\tau =$





➔ Calculez l'incertitude relative $\dfrac{\Delta\tau}{\tau}$ pour la méthode de la tangente à l'origine et déduisez-en l'incertitude relative $\dfrac{\Delta C}{C}$ puis l'incertitude $\Delta C$ sur la capacité du condensateur.

$\dfrac{\Delta\tau}{\tau} =$ $\dfrac{\Delta C}{C} =$ $\Delta C =$

➔ En bougeant les curseurs sur l'écran, repérez les instants entre lesquels la tension moitié est sûrement atteinte et déduisez-en $\tau$ et son incertitude $\Delta\tau$.

$\tau =$ $\Delta\tau =$

➔ Déduisez-en l'incertitude sur la capacité du condensateur.

$\dfrac{\Delta\tau}{\tau} =$ $\dfrac{\Delta C}{C} =$ $\Delta C =$

➔ Consignez vos résultats avec le nombre adéquate de chiffres significatifs (en veillant à utiliser la ligne correspondant à la méthode employée).

## 6°) Mesure de la distance focale d'une lentille par autocollimation

*L'incertitude est ici une incertitude de repérage par l'expérimentateur suivie d'une propagation d'incertitude par addition.*

➔ Réalisez un bon objet (cf. TP–Cours OPT1 *Faire le point en optique*).

➔ Positionnez la lentille à la distance focale image de l'objet avec la méthode d'autocollimation (cf. TP OPT1 *Focométrie*).

➔ Repérez les positions de la lentille et de l'objet à l'aide des graduations du banc d'optique et déduisez-en la distance focale.

$x_O =$ $x_A =$ $f' =$

➔ Estimez les incertitudes associées.

$\Delta x_O =$ $\Delta x_A =$ $\Delta f' =$

➔ Réglez le VFF avec une distance de visée frontale d'environ 40 cm.

➔ Repérez la plage de position sur laquelle la lentille semble nette lors du pointé par le VFF et déduisez-en $x_O$ et $\Delta x_O$.

$x_{O,\text{min}} =$ $x_{O,\text{max}} =$

$x_O =$ $\Delta x_O =$

➔ Retirez la lentille et faites de même pour le pointé de l'objet.

$x_{A,\min} =$ $x_{A,\max} =$

$x_A =$ $\Delta x_A =$

➔ Calculez $f'$ et $\Delta f'$ et consignez vos résultats avec le bon nombre de chiffres significatifs.

$f' =$ $\Delta f' =$

### 7°) Mesure de la distance focale d'une lentille avec la relation de conjugaison

*L'incertitude est ici une incertitude de repérage par l'expérimentateur suivie d'une propagation d'incertitude par addition.*

➔ Réalisez un bon objet.
➔ Positionnez la lentille de telle sorte que $\overline{OA}$ vaille à peu près la première valeur conseillée.
☕ *Remarque* : $\overline{OA} > 0$ implique un objet virtuel. Vous vous aiderez alors d'une lentille auxiliaire de distance focale $f' = 10$ cm située à environ un peu plus 13 cm de l'objet. Après avoir trouvé la position de l'image par cette lentille, vous pourrez placer en conséquence la lentille étudiée.

Si l'image est virtuelle, utilisez un VFF avec une distance de visée frontale d'environ 40 cm pour tous les repérages, sinon, utilisez les graduations du banc d'optique.
➔ Répérez, dans cet ordre, les repérages de l'image, de la lentille et de l'objet ainsi que leurs incertitudes associées.

$x_{A'} =$ $\Delta x_{A'} =$

$x_O =$ $\Delta x_O =$

$x_A =$ $\Delta x_A =$

➔ Calculez $\dfrac{1}{\overline{OA}}$, $\dfrac{1}{\overline{OA'}}$, $\dfrac{1}{f'}$ et leurs incertitudes respectives.

$\dfrac{1}{\overline{OA}} =$ $\Delta\left(\dfrac{1}{\overline{OA}}\right) =$

$\dfrac{1}{\overline{OA'}} =$ $\Delta\left(\dfrac{1}{\overline{OA'}}\right) =$

$\dfrac{1}{f'} =$ $\Delta\left(\dfrac{1}{f'}\right) =$

➔ Déduisez-en finalement la valeur de $f'$ et l'incertitude associée.

$f' =$ $\Delta f' =$





➔ Consignez vos résultats avec le bon nombre de chiffres significatifs et démontez l'ensemble (en déréglant le VFF si besoin).
☕ *Remarque* : s'il vous reste du temps après être passé à tous les postes, vous pouvez recommencer une série de mesures.

$x_{A'} =$ $\Delta x_{A'} =$

$x_O =$ $\Delta x_O =$

$x_A =$ $\Delta x_A =$

$\dfrac{1}{\overline{OA}} =$ $\Delta\left(\dfrac{1}{\overline{OA}}\right) =$

$\dfrac{1}{\overline{OA'}} =$ $\Delta\left(\dfrac{1}{\overline{OA'}}\right) =$

$\dfrac{1}{f'} =$ $\Delta\left(\dfrac{1}{f'}\right) =$

$f' =$ $\Delta f' =$

## III) Diminuer l'incertitude

### 1°) L'idée est connue

Afin d'obtenir des résultats plus précis pour la valeur réelle de la grandeur que l'on cherche à mesurer, on peut multiplier les mesures : plus il y en aura, plus il sera possible de constater l'effet des fluctuations aléatoires à l'origine des incertitudes et, dès lors, de le supprimer. Nous disposons pour cela de deux grands type de méthodes : la moyenne et la régression linéaire. Si la première est plus simple d'utilisation, la deuxième donne de meilleurs résultats.

### 2°) Faire une moyenne

#### *i.* de quoi s'agit-il ?

Lorsque nous avons fait $N$ mesures $\xi_i$ de la grandeur $\xi$, alors nous disons simplement que $\boxed{\xi_{\text{mes}} = \dfrac{\sum \xi_i}{N}}$.

#### *ii.* que devient l'incertitude ?

Pour simplifier (car le traitement rigoureux est un peu plus compliqué bien qu'analogue), nous dirons que l'incertitude $\Delta\xi_{\text{mes}}$ vaut $\boxed{\Delta\xi_{\text{m}} = \dfrac{\Delta\xi}{\sqrt{N}}}$ où $\Delta\xi$ est l'incertitude sur une mesure.

En effet :

$$\xi_{\text{mes}} = \frac{\xi_1+\xi_2+\cdots+\xi_N}{N} = \frac{\xi_1}{N}+\frac{\xi_2}{N}+\cdots+\frac{\xi_N}{N} \quad \rightsquigarrow \quad (\Delta\xi_{\text{mes}})^2 = \left(\frac{\Delta\xi_1}{N}\right)^2+\left(\frac{\Delta\xi_2}{N}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\Delta\xi_N}{N}\right)^2$$

Et en supposant $\Delta\xi_1 = \Delta\xi_2 = \cdots = \Delta\xi_N \overset{\text{not}}{=} \Delta\xi$ nous arrivons d'abord à $(\Delta\xi_{\text{mes}})^2 = N\left(\frac{\Delta\xi}{N}\right)^2$ puis au résultat $\Delta\xi_{\text{mes}} = \dfrac{\Delta\xi}{\sqrt{N}}$.

Pour cela, nous avons supposé que les incertitudes de toutes les mesures sont égales (ou environ égales), ce qui est souvent le cas. Toutefois, si cette hypothèse n'est pas vérifiée, alors nous prendrons pour $\Delta\xi$ la plus grande des incertitudes (toujours pour simplifier).

#### *iii.* à vous de jouer

➩ Appliquez cette méthode pour :

1. la mesure de résistance à l'ohmmètre ;
2. la mesure de distance focale par autocollimation ;
3. la mesure de la résistance de sortie d'un GBF ;
4. la mesure de la résistance d'entrée d'un oscilloscope ;
5. la mesure de la capacité du fil coaxial.

## 3°) Faire une régression linéaire

#### *i.* de quoi s'agit-il ?

Lorsque nous avons une relation linéaire entre deux grandeurs mesurées $x$ et $y$, c'est-à-dire une relation du type $y = a\,x + b$, il est possible de déterminer les « meilleurs » coefficients $a$ et $b$ à partir des couples de valeurs $(x_i,y_i)$. Ces coefficients $a$ et $b$ contiennent généralement la grandeur que nous cherchons, *in fine*, à déterminer. Notons aussi qu'il n'est pas rare de faire des changements de variables pour se ramener à une relation linéaire.

Exemples. Pour la mesure d'une résistance avec la loi d'ohm, nous avons $U = R\,I$, *ie.* ici $U$ joue le rôle de $y$, $I$ le rôle de $x$ avec $a = R$ et $b = 0$. Pour la mesure de la distance focale image d'une lentille avec la relation de conjugaison, nous avons $y = x + \dfrac{1}{f'}$ où $\dfrac{1}{\overline{OA}}$ joue le rôle de $x$ et $\dfrac{1}{\overline{OA'}}$ le rôle de $y$ ; cela donne alors $a = 1$ et $b = \dfrac{1}{f'}$.

#### *ii.* l'aide indispensable de la calculatrice

Ici plus qu'ailleurs la calculatrice permet de déterminer facilement des coefficients $a$ et $b$.

Pour simple information, ces coefficients valent :

$$a = \frac{N\,\sum(x_i\,y_i) - \left(\sum x_i\right)\left(\sum y_i\right)}{N\,\sum {x_i}^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \quad \text{et} \quad b = \frac{\left(\sum y_i\right)\left(\sum {x_i}^2\right) - \left(\sum x_i\right)\left(\sum x_i\,y_i\right)}{N\,\sum {x_i}^2 - \left(\sum x_i\right)^2}.$$

La calculatrice permet aussi de calculer un coefficient appelé *coefficient de corrélation* noté $r$ qui est tel que $r.a > 0$ et

$$r^2 = \frac{\sum\left(y_i - \overline{y}\right)^2 - \sum\left(y_i - a\,x_i - b\right)^2}{\sum\left(y_i-\overline{y}\right)^2} \quad \text{où} \quad \overline{y} = \frac{\sum y_i}{N}.$$





#### *iii.* que devient l'incertitude ?

Nous avons :

$$(\Delta a)^2 = \frac{a^2}{N-2}\times\frac{1-r^2}{r^2} \qquad \text{et} \qquad (\Delta b)^2 = \frac{\sum {x_i}^2}{N}\,(\Delta a)^2.$$

Nous constatons que plus $r$ est proche de 1, plus l'incertitude sur $a$ est faible. En pratique, il faut des valeurs de $r$ telles que $|r| > 0{,}99$ pour que nous puissionos commencer à nous satisfaire du résultat.

Toutes ces expressions (y compris celles des coefficients $a$ et $b$) ne sont rigoureusement valables que dans des conditions spécifiques :

➜ même incertitude sur les $y_i$ ;
➜ incertitude négligeable sur les $x_i$ ;
➜ $x_i$ et $y_i$ ne doivent pas être issues de changements de variables.

Pour traiter tout autre cas, il faut des calculs bien plus lourds et bien plus longs que, parfois, seul un ordinateur peut faire en une durée raisonnable. Cependant comme, de toutes façons, la calculatrice n'est programmée que pour le cas simple et que ce dernier donne malgré tout une bonne idée du résultat, il ne faudra pas s'en priver.

#### *iv.* et enfin ...

➩ Appliquez cette méthode à :

1. la mesure d'une résistance à l'aide de la loi d'Ohm ;
2. la mesure d'une distance focale à l'aide de la relation de conjugaison.

## Mesure d'une résistance à l'ohmmètre

Valeur nominale : $R =$ Valeur mesurée en groupe : $R =$ $\pm$

Notez bien tous les chiffres affichés par l'ohmmètre.

| multimètre à main | multimètre sur table |
|---|---|
| $R =$ <br> $\Delta R =$ | $R =$ <br> $\Delta R =$ |

## Mesure d'une résistance à l'aide de la loi d'ohm

Valeur nominale : $R =$ Valeur mesurée en groupe : $R =$ $\pm$

Notez bien tous les chiffres affichés par l'ohmmètre.

| conseil | tension | intensité | résistance |
|---|---|---|---|
| $U \simeq$ | $U =$ <br> $\Delta U =$ | $I =$ <br> $\Delta I =$ | $R =$ <br> $\Delta R =$ |
| $U \simeq$ | $U =$ <br> $\Delta U =$ | $I =$ <br> $\Delta I =$ | $R =$ <br> $\Delta R =$ |

## Mesure de la résistance de sortie d'un GBF

Le GBF utilisé est le GBF n° de résistance mesurée en groupe $R =$ $\pm$

| conseil | tension initiale | résistance de sortie |
|---|---|---|
| $U_0 \simeq$ | $U_0 =$ | $R_s =$ <br> $\Delta R_s =$ |
| $U_0 \simeq$ | $U_0 =$ | $R_s =$ <br> $\Delta R_s =$ |

## Mesure de la résistance d'entrée d'un oscilloscope

L'oscilloscope utilisé est le n° de résistance mesurée en groupe $R =$ $\pm$

| conseil | tension initiale | résistance d'entrée |
|---|---|---|
| $U_0 \simeq$ | $U_0 =$ | $R_e =$ <br> $\Delta R_e =$ |
| $U_0 \simeq$ | $U_0 =$ | $R_e =$ <br> $\Delta R_e =$ |





## Mesure d'une capacité

Valeur nominale : $C =$ Valeur mesurée en groupe : $C =$ $\pm$

Notez bien tous les chiffres affichés par l'ohmmètre.

| constante de temps | résistance | capacité | méthode |
|---|---|---|---|
| $\tau =$ <br> $\Delta\tau =$ | $R =$ | $C =$ <br> $\Delta C =$ | TO |
| $\tau =$ <br> $\Delta\tau =$ | $R =$ | $C =$ <br> $\Delta C =$ | U/2 |

**TO :** méthode de la tangente à l'origine
**U/2 :** méthode de la tension moitié

## Mesure d'une distance focale par autocollimation

Valeur nominale : $f' =$ Valeur mesurée en groupe : $f' =$ $\pm$

| position de la lentille | position de l'objet | distance focale |
|---|---|---|
| $x_O =$ <br> $\Delta x_O =$ | $x_A =$ <br> $\Delta x_A =$ | $f' =$ <br> $\Delta f' =$ |
| $x_O =$ <br> $\Delta x_O =$ | $x_A =$ <br> $\Delta x_A =$ | $f' =$ <br> $\Delta f' =$ |

## Mesure d'une distance focale par la relation de conjugaison

Valeur nominale : $f' =$ Valeur mesurée en groupe : $f' =$ $\pm$

| position de l'image | position de la lentille | position de l'objet | distance focale |
|---|---|---|---|
| Conseil : $\overline{OA} \simeq$ | | type : OR – OV / IR – IV | |
| $x_{A'} =$ <br> $\Delta x_{A'} =$ | $x_O =$ <br> $\Delta x_O =$ | $x_A =$ <br> $\Delta x_A =$ | $f' =$ <br> $\Delta f' =$ |
| Conseil : $\overline{OA} \simeq$ | | type : OR – OV / IR – IV | |
| $x_{A'} =$ <br> $\Delta x_{A'} =$ | $x_O =$ <br> $\Delta x_O =$ | $x_A =$ <br> $\Delta x_A =$ | $f' =$ <br> $\Delta f' =$ |