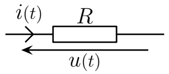
Circuits électriques

I – Lois de fonctionnement

Loi

Un résistor est caractérisé par sa résistance $R > 0$ en Ω (ohm) et tel que, en convention récepteur

$$u(t) = +R\,i(t)$$



Loi

Résistance :

- ➜ de montage de TP, entre 10 Ω et 1 MΩ ;
- ➜ d'entrée d'un oscilloscope, $R_{\text{oscillo}} = 1$ MΩ ;
- ➜ de sortie d'un GBF, $R_{\text{gbf}} = 50\ \Omega$;
- ➜ d'entrée d'un voltmètre, $R_{\text{volt}} = 1$ GΩ.

Loi

La tension aux bornes d'un ampèremètre numérique est d'environ 0,2 V.

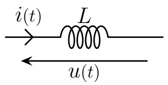
Loi

Un fil peut être vu comme un résistor de résistance nulle et un interrupteur ouvert comme un résistor de résistance infinie.

Loi

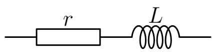
Une bobine idéale est caractérisée par son *inductance* $L > 0$ en H (henry) et telle que en convention récepteur

$$u(t) = +L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(t)$$



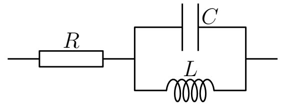
Loi

En basses fréquences, une bobine peut être modélisée par une association série d'une bobine idéale et d'un condensateur.



Loi

En hautes fréquences, une bobine peut être modélisée par l'association suivante dans laquelle la résistance varie fortement en fonction de la pulsation.



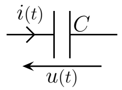
Loi

En TP nous utiliserons des bobines dont l'inductance varie de quelques mH à une fraction de henry.

Loi

Un condensateur idéal est caractérisée par sa *capacité* $C > 0$ en F (farad) et telle que en convention récepteur

$$i(t) = +C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(t)$$

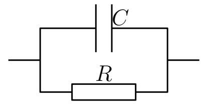


Loi

En TP nous utiliserons des condensteurs dont la capacité varie du nF au μF.

Loi

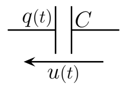
Un condensateur réel se comporte comme un condensateur idéal en parallèle avec un résistor dont la résistance R_{f} est appelée *résistance de fuite*.



Loi

Avec les conventions ci-dessous, les deux armatures d'un condensateurs possèdent des charges opposées et celles-ci sont reliées à la tension par la loi

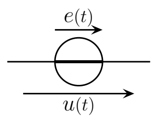
$$q(t) = +C\,u(t)$$



Loi

Un générateur idéal de tension est caractérisé par sa *force électromotrice* (f.é.m) en V (volt) et tel que

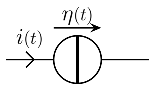
$$u(t) = +e(t)$$



LOI

Un générateur idéal de courant est caractérisé par son *courant électromoteur* (c.é.m) en A (ampère) et tel que

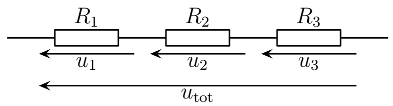
$$i(t) = +\eta(t)$$



LOI

Pour des résistors en série, nous avons

$$u_1(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_2} \times u_{\text{tot}}(t)$$



DÉF

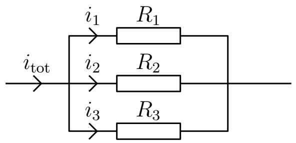
La *conductance* $G > 0$ d'un résistor s'évalue en S (siemens) et est définie par

$$G \triangleq \frac{1}{R}$$

LOI

Pour des résistors en parallèle, nous avons

$$i_1(t) = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_2} \times i_{\text{tot}}(t)$$



LOI

N résistors en série sont équivalents à un résistor unique de résitance $R_{\text{éq}}$ telle que

$$R_{\text{éq}} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$$

LOI

N bobines idéales en série sont équivalentes à une bobine idéale unique d'inductance $L_{\text{éq}}$ telle que

$$L_{\text{éq}} = L_1 + L_2 + \cdots + L_N$$

LOI

N condensateurs idéaux en série sont équivalents à un condensateur idéal unique de capacité $C_{\text{éq}}$ telle que

$$\frac{1}{C_{\text{éq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}$$

LOI

N résistors en parallèle sont équivalents à un résistor unique de résitance $R_{\text{éq}}$ telle que

$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N} \qquad \text{ou} \qquad G_{\text{éq}} = G_1 + G_2 + \cdots + G_N$$

LOI

Dans le cas de *deux* résistors en parallèle de résistance R_1 et R_2, la résistance équivalente de l'association s'écrit

$$R_{\text{éq}} = \frac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2}$$

LOI

N bobines idéales en parallèle sont équivalentes à une bobine idéale unique d'inductance $L_{\text{éq}}$ telle que

$$\frac{1}{L_{\text{éq}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}$$

LOI

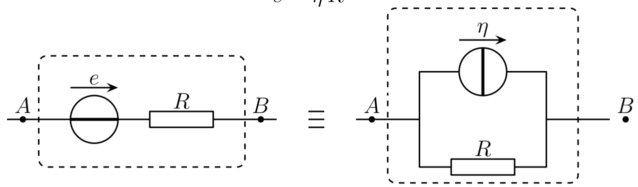
N condensateurs idéaux en parallèle sont équivalents à un condensateur idéal unique de capacité $C_{\text{éq}}$ telle que

$$C_{\text{éq}} = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$$

LOI

Un générateur réel peut être modélisé soit par le modèle de THÉVENIN soit par le modèle de NORTON tels que

$$e = \eta\,R$$



modèle de THÉVENIN — modèle de NORTON

DÉF

La *puissance fournie* et la *puissance reçue* par un système sont définies par

$$\mathscr{P}_{\text{reçue}} = \frac{\mathrm{d}\mathscr{E}_{\text{reçue}}}{\mathrm{d}t}(t) \qquad \text{et} \qquad \mathscr{P}_{\text{fournie}} = \frac{\mathrm{d}\mathscr{E}_{\text{fournie}}}{\mathrm{d}t}(t)$$

LOI

Par convention, nous avons toujours, quel que soit le système considéré

$$\mathscr{P}_{\text{reçue}} = -\mathscr{P}_{\text{fournie}}$$

LOI

La puissance reçue est positive lorsque le système reçoit effectivement de l'énergie.
La puissance fournie est positive lorsque le système fournit effectivement de l'énergie.

LOI

Pour un dipôle en convention récepteur, la puissance reçue s'écrit

$$\mathscr{P}_{\text{reçue}} = +u(t) \times i(t)$$

LOI

Pour un dipôle en convention générateur, la puissance fournie s'écrit

$$\mathscr{P}_{\text{fournie}} = +u(t) \times i(t)$$

LOI

CONSERVATION DE L'ÉNERGIE

À tout instant dans un circuit électrocinétique, la somme des puissances reçues par tous les composants est nulle.

$$\sum_{\text{composants}} \mathscr{P}_{\text{reçue}}(t) = 0$$

LOI

L'énergie dissipée par un résistor l'est par *effet* JOULE et la puissance associée s'écrit

$$\mathscr{P}_{\text{reçue}} = +R\,i^2(t) \qquad \text{ou} \qquad \mathscr{P}_{\text{reçue}} = \frac{u^2(t)}{R}$$

LOI

À chaque instant une bobine idéale d'inductance L et parcourue par un courant d'intensité $i(t)$ possède l'énergie

$$\mathscr{E}_{\text{bob}}(t) = \frac{1}{2}\,L\,i^2(t)$$

Cette énergie est contenue dans le champ magnétique créé par la bobine.

LOI

À chaque instant un condensateur idéal de capacité C soumis à la tension $u(t)$ possède l'énergie

$$\mathscr{E}_{\text{cond}}(t) = \frac{1}{2}\,C\,u^2(t)$$

Cette énergie est contenue dans le champ électrique créé par le condensateur.

II – Régimes transitoires

DÉF

La *valeur caractéristique* d'une grandeur est la valeur qui décrit le mieux cette grandeur.

DÉF

La *durée caractéristique* d'un signal est la durée pendant laquelle le signal varie notablement.

LOI

Lorsque la durée caractéristique de fonctionnement du système est très inférieure à la durée caractéristique de la contrainte extérieure, il possible de parler de *quasistaticité*.

DÉF

Un *échelon* est une contrainte qui passe « instantanément » d'une valeur à une autre valeur.

LOI

La tension aux bornes d'un condensateur est une fonction mathématiquement continue du temps.

LOI

Le courant traversant une bobine est une fonction mathématiquement continue du temps.

LOI

Le régime permanent ne dépend pas des conditions initiales.

LOI

La durée du régime transitoire pour un régime apériodique tel que $Q \ll 1$ est de $\dfrac{T_0}{Q}$.

LOI

La durée du régime transitoire pour un régime pseudopériodique tel que $Q \gg 1$ est de $2\,Q\,T_0$.

LOI

Les oscillations d'un régime pseudopériodique tel que $Q \gg 1$ ont pour période la période propre T_0.

III – Régime forcé

LOI

Toute fonction T-périodique peut s'écrire sous la forme unique (au choix) avec $\omega \overset{\text{not}}{=} \dfrac{2\,\pi}{T}$

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \big(a_n\,\cos(n\,\omega\,t) + b_n\,\sin(n\,\omega\,t)\big) \\ &= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n\,\cos(n\,\omega\,t + \varphi_n) \end{aligned}$$

LOI

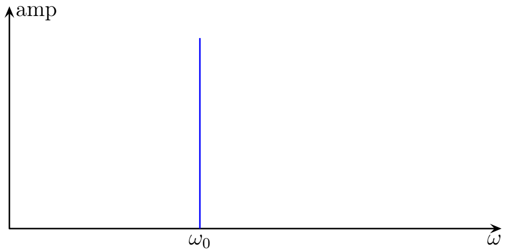
$a_0 = c_0$ est la valeur moyenne de $f(t)$.

DÉF

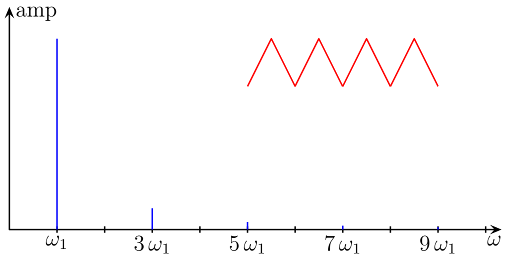
La composante de période T (*i.e.* de pulsation ω) correspondant à $n = 1$ est appelé le *fondamental*.
Les autres composantes (pour $n \geqslant 2$) sont appelées les *harmoniques*.

LOI — L'ensemble des c_n est appelé le *spectre* de $f(t)$.

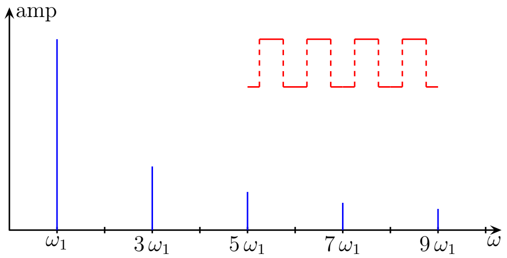
LOI — Un signal sinusoïdal a un spectre composé d'une seule raie



LOI — Un signal triangulaire a un spectre composé uniquement d'harmoniques impaires et décroissant en $\dfrac{1}{n^2}$



LOI — Un signal rectangulaire a un spectre composé uniquement d'harmoniques impaires et décroissant en $\dfrac{1}{n}$



LOI — Un signal $f(t)$ symétrique ne possède que des composantes impaires.

LOI — Plus un signal a de discontinuités, plus le spectre est riche en harmoniques.

LOI — Avec un dispositif linéaire, une contrainte de pulsation ω engendre une sorte de pulsation ω.

LOI — Pour que la sortie n'ait pas la même pulsation que l'entrée, il **faut** un système non linéaire.

LOI — Un dipôle linéaire peut être vu comme une *impédance* $\underline{Z}$ telle que, en convention récepteur

$$\underline{u}(t) = +\underline{Z}\,\underline{i}(t) \qquad \text{ou} \qquad \underline{U}_{\text{m}} = +\underline{Z}\,\underline{I}_{\text{m}}$$

LOI — Une bobine en basses fréquences est équivalente à un interrupteur fermé.
Une bobine en hautes fréquences est équivalente à un interrupteur ouvert.

LOI — Un condensateur en basses fréquences est équivalente à un interrupteur ouvert.
Une bobine en hautes fréquences est équivalente à un interrupteur fermé.

DÉF — $$\underline{\text{impédance}} = \text{résistance} + \text{j} \times \text{réactance} \qquad \text{ou} \qquad \underline{Z} = R + \text{j}\,X$$

DÉF — L'*admittance* complexe $\underline{Y}$ est l'inverse de l'impédance.

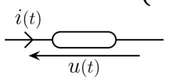
$$\underline{Y} \triangleq \frac{1}{\underline{Z}}$$

DÉF — $$\underline{\text{admittance}} = \text{conductance} + \text{j} \times \text{susceptance} \qquad \text{ou} \qquad \underline{Y} = G + \text{j}\,B$$

LOI — $$\underline{Z}_{\text{résistor}} = R\,; \qquad \underline{Z}_{\text{bobine}} = \text{j}\,L\,\omega \qquad \text{et} \qquad \underline{Z}_{\text{condensateur}} = \frac{1}{\text{j}\,C\,\omega}$$

LOI — Un dipôle en convention récepteur reçoit en moyenne la puissance P telle que

$$P = \frac{U_{\text{m}}\,I_{\text{m}}}{2}\,\cos\left(\varphi_u - \varphi_i\right) \qquad \text{où} \qquad \begin{cases} u(t) = U_{\text{m}}\,\cos\left(\omega\,t + \varphi_u\right) \\ i(t) = I_{\text{m}}\,\cos\left(\omega\,t + \varphi_i\right) \end{cases}$$



Loi

La puissance moyenne reçue par un dipôle en régime sinusoïdal forcé s'écrit

$$P = \frac{1}{2}\,\mathcal{R}\mathrm{e}\left(\underline{U_{\mathrm{m}}} \times \underline{I_{\mathrm{m}}}\right) \qquad \text{ou} \qquad P = \frac{1}{2}\,{I_{\mathrm{m}}}^2\,\mathcal{R}\mathrm{e}\left(\underline{Z}\right) \qquad \text{ou} \qquad P = \frac{1}{2}\,{U_{\mathrm{m}}}^2\,\mathcal{R}\mathrm{e}\left(\underline{Y}\right)$$

Loi

En régime sinusoïdal forcé, les bobines idéales et les condensateurs idéaux ne consomment pas d'énergie et, donc, reçoivent une puissance moyenne nulle.

Déf

La valeur efficace U_{eff} d'un signal $u(t)$ périodique s'écrit

$${U_{\mathrm{eff}}}^2 = \langle u^2(t) \rangle \qquad \text{ou} \qquad {U_{\mathrm{eff}}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,\mathrm{d}t$$

Loi

La valeur efficace d'un signal représente la valeur à donner à un signal constant pour transporter la même puissance.

Loi

Pour un signal sinusoïdal $U_{\mathrm{eff}} = \dfrac{U_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}}$.

Loi

Dans un circuit linéaire, la puissance totale reçue par un dipôle de la part d'un signal non sinusoïdal est la somme des puissances reçues par chacune des harmoniques.

Déf

Un filtre est dit *stable* lorsque la sortie est bornée à tout instant et quelle que soit la pulsation d'entrée.

Loi

Pour qu'un filtre d'ordre 1 ou 2 soit stable, il faut :

- ➜ que le polynôme en $(\mathrm{j}\,x)$ du dénominateur soit d'ordre plus élevé ou égal à celui du numérateur ;
- ➜ que le polynôme en $(\mathrm{j}\,x)$ du dénominateur ait tous ses coefficients non nuls **et** de même signe.