Les équations de Maxwell

I – Rappels de première année : l'électromagnétostatique

Loi

Force de Lorentz

Un point matériel M de charge q animé de la vitesse $\vec{v}_{|\mathscr{R}}(t)$ par rapport au référentiel $\mathscr{R}$ subit la force

$$\vec{f}_{\text{Lo}} = q\left(\vec{E}(M,t) + \vec{v}_{|\mathscr{R}}(t) \wedge \vec{B}(M,t)\right) \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\vec{E}(M,t)$ est le *champ électrique* au point M
- ➜ $\vec{B}(M,t)$ est le *champ magnétique* au point M

Loi

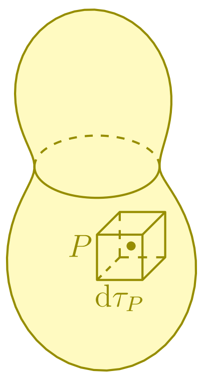
Toutes les charges créent un champ électrique.
Seules les charges mobiles créent un champ magnétique.

Loi

La *densité volumique de charges* $\rho(P)$ est telle que, dans un volume $\mathrm{d}\tau_P$ situé autour de P, il y ait la charge

$$\mathrm{d}q_P = \rho(P)\,\mathrm{d}\tau_P$$

$$[\rho] = \text{C.m}^{-3}$$



Loi

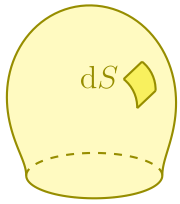
La charge est une grandeur extensive.

Loi

La *densité surfacique de charges* $\sigma(P)$ est telle que, sur une surface $\mathrm{d}S_P$ située autour de P, il y ait la charge

$$\mathrm{d}q = \sigma(P)\,\mathrm{d}S_P$$

$$[\sigma] = \mathrm{C.m^{-2}}$$



Loi

La *densité linéique de charges* $\lambda(P)$ est telle que, sur une longueur $\mathrm{d}\ell_P$ située autour de P, il y ait la charge

$$\mathrm{d}q = \lambda(P)\,\mathrm{d}S_P$$

$$[\lambda] = \mathrm{C.m^{-1}}$$

Loi

Il y a un *courant volumique* dès lors que des charges peuvent bouger à l'intérieur d'un volume.

Loi

Lorsque la charge $\mathrm{d}q$ contenue dans $\mathrm{d}\tau$ possède la vitesse $\vec{v}$, cela engendre la *densité surfacique de courant électrique en volume* $\vec{\jmath}$ tel que

$$\vec{\jmath} = \mathrm{d}q\,\vec{v}$$

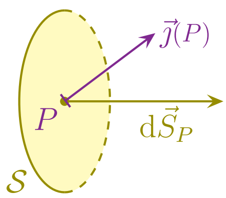
. . . .

Déf

L'*intensité* i qui traverse la surface $\mathcal{S}$ orientée s'écrit

$$i = \iint_{P\in\mathcal{S}} \vec{\jmath}(P)\cdot\mathrm{d}\vec{S}_P$$

Le sens de $\mathrm{d}\vec{S}_P$ définit le sens positif pour l'intensité i.



Loi

Il y a un *courant linéique* (ou *courant*) dès lors que des charges ne peuvent bouger que le long d'un fil.

Loi

Le courant linéique est entièrement caractérisé par la donnée :

- ➜ de l'intensité i ;
- ➜ du sens conventionnel du courant.

LOI

Il y a un *courant surfacique* dès lors que des charges ne peuvent bouger que sur une surface.

LOI

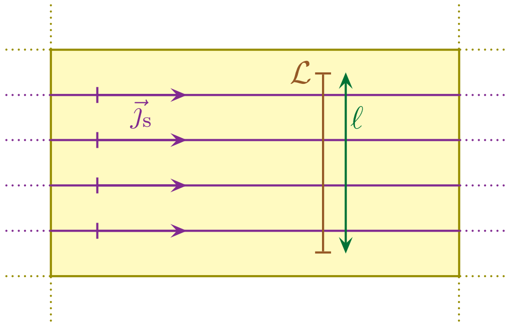
Lorsque la charge dq contenue sur la surface dS possède la vitesse $\vec{v}$, cela engendre la *densité linéique de courant électrique de surface* $\vec{\jmath}_{\mathrm{s}}$ tel que

$$\vec{\jmath}_{\mathrm{s}} = \mathrm{d}q\,\vec{v}$$

DÉF

L'*intensité* i qui traverse la ligne $\mathcal{L}$ de longueur ℓ **et** perpendiculaire à $\vec{\jmath}_{\mathrm{s}}$ s'écrit

$$i = j_{\mathrm{s}} \times \ell$$



DÉF

Nous appelerons *type ruban* une distribution qui admet une invariance par translation.

LOI

Une géométrie de type *ruban* possède :

- ➜ une invariance par translation ;
- ➜ une infinité de plans remarquables, tous ceux orthogonaux à l'axe.

DÉF

Nous appelerons *type disque* une distribution qui n'admet qu'une invariance par rotation.

LOI

Une géométrie de type *ruban* possède :

- ➜ une invariance par rotation ;
- ➜ une infinité de plans remarquables, tous ceux contenant l'axe.

DÉF

Nous appelerons *type plan* une distribution qui admet deux invariances par translation.

LOI

Une géométrie de type *ruban* possède :

- ➜ deux invariances par translation ;
- ➜ deux infinités de plans remarquables.

DÉF

Nous appelerons *type fil* une distribution qui admet une invariance par rotation une invariance par translation.

LOI

Une géométrie de type *ruban* possède :

- ➜ deux invariances, une par translation, une par rotation ;
- ➜ deux infinités de plans remarquables, tous ceux orthogonaux à l'axe et tous ceux contenant l'axe

DÉF

Nous appelerons *type sphère* une distribution qui admet une invariance sphérique.

LOI

Une géométrie de type *sphère* possède :

- ➜ deux invariances par rotation ;
- ➜ deux infinités de plans remarquables, tous contenant le centre.

LOI

PRINCIPE DE CURIE

L'ensemble des conséquences est au moins aussi invariante que les causes.

LOI

Lorsque les sources d'un champ possèdent une invariance dans un système de coordonnée, alors le champ engendré possède la même invariance dans le même système de coordonnées.

LOI

Les invariances des sources permettent de connaitre la dépendance fonctionnelle des champs.

LOI

Sources	champ $\vec{E}$	champ $\vec{B}$
Plan de symétrie	Plan de symétrie	Plan d'antisymétrie
Plan de d'antisymétrie	Plan de d'antisymétrie	Plan de symétrie

DÉF

$\vec{E}$ est appelé *vrai vecteur* ou *vecteur polaire*.

DÉF

$\vec{B}$ est appelé *pseudovecteur* ou *vecteur axial*.

LOI

En un point d'un plan de symétrie des sources, le champ $\vec{E}$ est colinéaire à ce plan.
En un point d'un plan d'antisymétrie des sources, le champ $\vec{E}$ est normal à ce plan.

Loi

En un point d'un plan de symétrie des sources, le champ $\vec{B}$ est normal à ce plan.
En un point d'un plan d'antisymétrie des sources, le champ $\vec{B}$ est colinéaire à ce plan.

Loi

Les plans de symétrie ou d'antisymétrie permettent de déterminer la direction du champ au niveau de ces plans.

Loi

Lorsqu'une distribution peut se voir comme la réunion de deux distributions ① et ②, le champ en un point M quelconque est la superposition du champ créé par ① comme si ② n'existait pas et du champ créé par ② comme si ① n'existait pas :

$$\vec{E}(M_0) = \vec{E}_1(M_0) + \vec{E}_2(M_0) \qquad \text{et} \qquad \vec{B}(M_0) = \vec{B}_1(M_0) + \vec{B}_2(M_0)$$

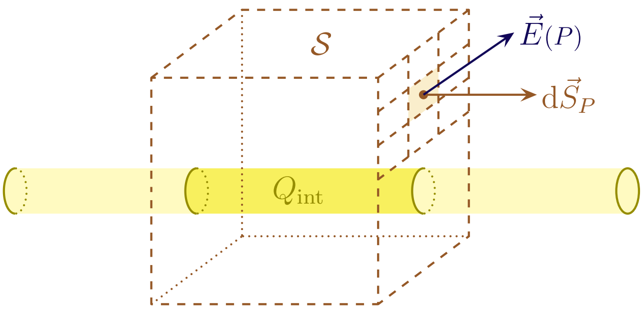
Loi

Théorème de Gauss

Soit une distribution quelconque de charges et une surface **fermée** $\mathcal{S}$ – éventuellement fictive – quelconque. Nous pouvons alors écrire :

$$\oiint_{P\in\mathcal{S}} \vec{E}(P)\cdot \mathrm{d}\vec{S}_P = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\vec{E}(P)$ est le champ $\vec{E}$ en un point quelconque de $\mathcal{S}$;
- ➜ $\mathrm{d}\vec{S}_P$ est le vecteur surface au point P considéré, toujours normal et vers l'extérieur ;
- ➜ Q_{int} est la charge contenue dans le volume délimité par la surface de contrôle ;
- ➜ ε_0 est la permitivité du vide (en $\mathrm{F.m^{-1}}$)



Loi

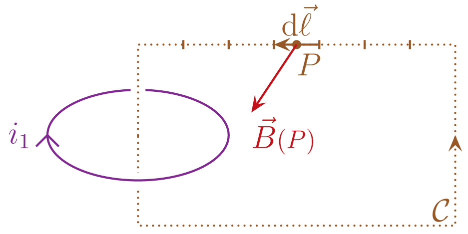
Un champ électrique se mesure en $\mathrm{V.m^{-1}}$.

Loi

Soit une distribution quelconque de courants et un contour **orienté** et fermé $\mathcal{C}$ – éventuellement fictif – quelconque. Nous avons alors

$$\oint_{P\in\mathcal{C}} \vec{B}(P)\cdot \mathrm{d}\vec{\ell}_P = \mu_0\, i_{\text{enlacé}} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\vec{B}(P)$ est le champ $\vec{B}$ en un point quelconque de $\mathcal{C}$;
- ➜ $\mathrm{d}\vec{\ell}_P$ est le vecteur déplacement élémentaire sur $\mathcal{C}$ au niveau du point P considéré ;
- ➜ $i_{\text{enlacé}}$ est le flux du courant à travers la surface $\mathcal{S}$ délimitée et orientée par $\mathcal{C}$;
- ➜ μ_0 est la perméabilité du vide en H.m^{-1}.



Loi

Le champ magnétique se mesure en tesla (T).

Loi

Seuls les déplacements élémentaires proportionnels à $\mathrm{d}\ell$ peuvent être signés artificiellement par l'ajout d'un signe $-$.

Loi

Le champ électrostatique créé en M par des charges q_i situées en P_i s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \sum \frac{q_i\,\overrightarrow{P_iM}}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,P_iM^3}$$

Loi

Le champ électrostatique créé en M par une distribution linéique de charges de densité $\lambda(P)$ s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \int_{P\in\mathcal{L}} \frac{\lambda(P)\,\overrightarrow{PM}\,\mathrm{d}\ell_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM^3}$$

Loi

Le champ électrostatique créé en M par une distribution surfacique de charges de densité $\sigma(P)$ s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \iint_{P\in\mathcal{S}} \frac{\sigma(P)\,\overrightarrow{PM}\,\mathrm{d}S_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM^3}$$

Loi

Le champ électrostatique créé en M par une distribution volumique de charges de densité $\rho(P)$ s'écrit :

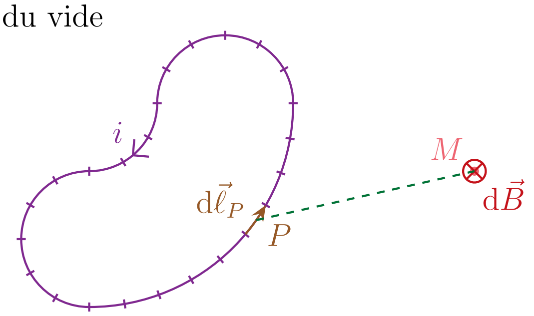
$$\vec{E}(M) = \iiint_{P\in\mathcal{V}} \frac{\rho(P)\,\overrightarrow{PM}\,\mathrm{d}\tau_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM^3}$$

Loi

Le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par un circuit $\mathcal{C}$ parcouru par le courant i s'écrit :

$$\vec{B}(M) = \oint_{P\in\mathcal{C}} \frac{\mu_0}{4\,\pi} \times \frac{i\,\mathrm{d}\vec{\ell}_P \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\mathrm{d}\vec{\ell}_P$ est un déplacement élémentaire sur $\mathcal{C}$ autour de P dans le sens de i, peu importe que $i \lesseqgtr 0$
- ➜ μ_0 est la perméabilité du vide



Loi

Le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par une surface $\mathcal{S}$ parcourue par la densité linéique de courant électrique en surface $\vec{\jmath}_{\mathrm{s}}$ s'écrit :

$$\vec{B}(M) = \oiint_{P\in\mathcal{S}} \frac{\mu_0}{4\,\pi} \times \frac{\vec{\jmath}_{\mathrm{s}}(P)\,\mathrm{d}S_P \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\mathrm{d}S_P$ est une surface élémentaire sur $\mathcal{S}$ autour de P ;
- ➜ μ_0 est la perméabilité du vide.

Loi

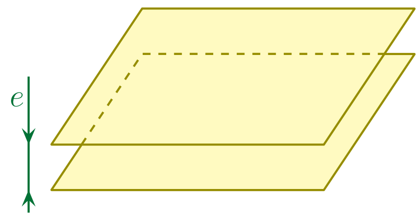
Le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par un volume $\mathcal{V}$ parcouru par la densité surface de courant électrique en volume $\vec{\jmath}$ s'écrit :

$$\vec{B}(M) = \oiiint_{P\in\mathcal{V}} \frac{\mu_0}{4\,\pi} \times \frac{\vec{\jmath}(P)\,\mathrm{d}\tau_P \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\mathrm{d}\tau_P$ est un volume élémentaire dans $\mathcal{V}$ autour de P ;
- ➜ μ_0 est la perméabilité du vide.

Loi

Un condensateur plan idéal est modélisé par deux *armatures* de même surface S séparées de e et pour lequel les effets de bord sont négligés.

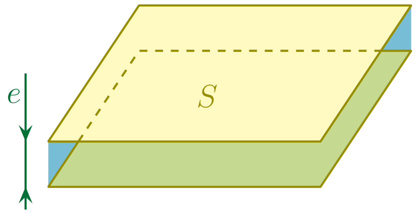


Loi

Les deux armatures d'un condensateur portent des charges opposées.

Loi

Pour un condensateur plan idéal le champ électrique :
- ➜ est nul à l'extérieur ;
- ➜ est uniforme de norme $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ à l'intérieur et se dirige des charges positives vers les charges négatives.



Loi

La capacité d'un condensateur plan idéal s'écrit

$$C = \varepsilon_0 \times \frac{S}{e} \qquad \text{où :}$$

- ➜ S est la surface d'une armature ;
- ➜ e est la distance entre les deux armatures.

Déf

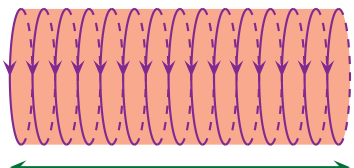
Un *solénoïde* est un enroulement de fils dont le but est de créer un champ magnétique.

Déf

Une *spire* est un tour complet d'un enroulement.

Loi

Le champ magnétique créé par un solénoïde :
- ➜ est nul à l'extérieur ;
- ➜ est uniforme de norme $\mu_0 \times \dfrac{N}{L}\, i$ à l'intérieur, le sens étant donné par la règle de la main droite.



II – Du global au local

Loi

La charge se conserve.
Il est impossible de détruire ou de créer une charge.

LOI

La loi de conservation de la charge s'écrit

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(M,t) + \operatorname{div} \vec{\jmath}(M,t) = 0 \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\rho(M)$ est la densité volumique de charge en M ;
- ➜ $\vec{\jmath}(M,t)$ est la densité surfacique de courant en volume.

LOI

Dans une situation statique, la loi de conservation de la charge s'écrit, avec $\vec{\jmath}(M,t)$ est la densité surfacique de courant en volume,

$$\operatorname{div} \vec{\jmath}(M,t) = 0$$

LOI

Le vecteur densité surfacique de courant électrique en volume créé par un porteur de charge mobile s'écrit

$$\vec{\jmath} = n^\star \vec{v} \qquad \text{ou} \qquad \vec{\jmath} = \rho \vec{v} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\vec{v}$ est la vitesse d'ensemble des porteurs ;
- ➜ ρ est la charge volumique correspondant à ce porteur ;
- ➜ $n^\star$ est la densité particulaire de ce porteur ;
- ➜ q est la charge d'un porteur.

LOI

Loi de Maxwell – Gauss

$$\operatorname{div} \vec{E}(M,t) = \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$$

LOI

Loi de Maxwell – Thomson

$$\operatorname{div} \vec{B}(M,t) = 0$$

LOI

En version **statique**, la loi de MAXWELL – AMPÈRE s'écrit

$$\overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{B} = \mu_0 \vec{\jmath}$$

. . . .

DÉF

Pour un contour fermé orienté $\mathcal{C}$ définissant une surface élémentaire $\mathrm{d}\vec{S}$, la circulation du champ vectoriel $\vec{A}$ à travers lle long de $\mathcal{C}$ s'écrit

$$\mathrm{d}C \triangleq \overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

LOI

THÉORÈME DE STOKES

Pour un volume $\mathcal{V}$ quelconque délimité par la surface $\mathcal{S}$ nous avons

$$C = \oint_{\mathcal{C}} \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{A} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$\overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{A}$ est appelé le *rotationnel* de $\vec{A}$

Loi

En coordonnées **cartésiennes** le rotationnel d'un champ de vecteur $\vec{\xi}$ s'écrit

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\xi} = \left(\frac{\partial \xi_z}{\partial y} - \frac{\partial \xi_y}{\partial z}\right)\vec{u}_x + \left(\frac{\partial \xi_x}{\partial z} - \frac{\partial \xi_z}{\partial x}\right)\vec{u}_y + \left(\frac{\partial \xi_y}{\partial x} - \frac{\partial \xi_x}{\partial y}\right)\vec{u}_z \qquad \text{où :}$$

ξ_x, ξ_y et ξ_z sont les composantes de $\vec{\xi}$ sur respectivement $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$.

Loi

Avec nabla, le rotationnel se note

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\xi} = \vec{\nabla} \wedge \vec{\xi}$$

Loi

Le rotationnel est un opérateur vectoriel différentiel et

$$[\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\xi}] = \frac{[\xi]}{\text{longueur}}$$

Loi

Avec λ_1 et λ_2 des scalaires quelconques, nous avons

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\lambda_1\,\vec{\xi}_1 + \lambda_2\,\vec{\xi}_2\right) = \lambda_1\,\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\xi}_1 + \lambda_2\,\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\xi}_2$$

Loi

Le champ électrostatique a une circulation nulle sur tout contour fermé.

Loi

Lorqu'un champ est à circulation conversative, la circulation de ce champ entre deux point A et B quelconques de l'espace ne dépend pas du chemin utilisé.

Loi

Les quatre équations de Maxwell sont

$\text{div}\,\vec{E}(M,t) = \dfrac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$	équation de Maxwell – Gauss
$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E}(M,t) = -\dfrac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}$	équation de Maxwell – Faraday
$\text{div}\,\vec{B}(M,t) = 0$	équation de Maxwell – Thomson
$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{B}(M,t) = \mu_0\left(\vec{\jmath}(M,t) + \varepsilon_0\,\dfrac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t}\right)$	équation de Maxwell – Ampère

➜ $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{c^2\,\mu_0}$ est la *permitivité du vide* ;

➜ $\mu_0 = 4\,\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} est la *perméabilité du vide*.

III – Faire parler les équations de Maxwell

Loi

L'opérateur vectoriel *gradient* réalise la transformation suivante

$$\begin{matrix} \overrightarrow{\text{grad}}\, V \\ \vec{\nabla} V \end{matrix} \quad : \quad \boxed{\begin{matrix}\text{champ scalaire} \\ \text{« nombre »}\end{matrix}} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix}\text{champ vectoriel} \\ \text{« vecteur »}\end{matrix}}$$

Loi

L'opérateur vectoriel *divergence* réalise la transformation suivante

$$\begin{matrix} \text{div}\, \vec{E} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \end{matrix} \quad : \quad \boxed{\begin{matrix}\text{champ vectoriel} \\ \text{« vecteur »}\end{matrix}} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix}\text{champ scalaire} \\ \text{« nombre »}\end{matrix}}$$

Loi

L'opérateur vectoriel *rotationnel* réalise la transformation suivante

$$\begin{matrix} \overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{E} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} \end{matrix} \quad : \quad \boxed{\begin{matrix}\text{champ vectoriel} \\ \text{« vecteur »}\end{matrix}} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix}\text{champ vectoriel} \\ \text{« vecteur »}\end{matrix}}$$

Loi

L'opérateur vectoriel *laplacien* (ou « laplacien scalaire ») réalise la transformation suivante

$$\begin{matrix} \triangle\, V \\ \vec{\nabla}^2 V \end{matrix} \quad : \quad \boxed{\begin{matrix}\text{champ scalaire} \\ \text{« nombre »}\end{matrix}} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix}\text{champ scalaire} \\ \text{« nombre »}\end{matrix}}$$

Loi

L'opérateur vectoriel *laplacien vectoriel* réalise la transformation suivante

$$\vec{\triangle}\, V \quad : \quad \boxed{\begin{matrix}\text{champ vectoriel} \\ \text{« vecteur »}\end{matrix}} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix}\text{champ vectoriel} \\ \text{« vecteur »}\end{matrix}}$$

. . . .

Déf

Le *laplacien vectoriel* est défini par

$$\overrightarrow{\text{rot}}\, \overrightarrow{\text{rot}} = \overrightarrow{\text{grad}}\, \text{div} - \vec{\triangle}$$

Loi

Le rotation d'un gradient est toujours nul

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\overrightarrow{\text{grad}}\, (\text{npq}) \right) = \vec{0}$$

Loi

La divergence d'un rotationnel est toujours nul

$$\text{div} \left(\overrightarrow{\text{rot}}\, (\text{npq}) \right) = 0$$

Loi

Le rotationel d'un champ vectoriel est nul si et seulement si ce champ dérive d'un gradient

$$\overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{\xi} \Longleftrightarrow \xi = \overrightarrow{\text{grad}}\, (\text{qqch})$$

LOI

La divergence d'un champ vectoriel est nul si et seulement si ce champ dérive d'un gradient

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\xi} \Longleftrightarrow \xi = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(\mathrm{qqch})$$

LOI

FORMULE DU GRADIENT

Soit un champ scalaire ξ quelconque. Alors pour toute surface fermée $\mathcal{S}$ délimitant un volume $\mathcal{V}$

$$\oiint_{P\in\mathcal{S}} \xi\,\mathrm{d}\vec{S}_P = \iiint_{P\in\mathcal{V}} \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\vec{\xi}\,\mathrm{d}\tau_P$$

LOI

Pour une surface fermée $\mathcal{S}$ quelconque

$$\oiint_{P\in\mathcal{S}} \mathrm{d}\vec{S}_P = \vec{0}$$

DÉF

Le terme $\vec{\jmath}_{\mathrm{d}} \overset{\text{not}}{=} \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ de l'équation de MAXWELL – AMPÈRE est appelé *courant de déplacement*.

LOI

Il existe un champ vectoriel $\vec{A}$ appelé *potentiel vecteur* tel que

$$\vec{B} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A}$$

LOI

Il existe un champ scalaire V appelé *potentiel électrique* tel que

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V - \tfrac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

LOI

Les potentiels $\vec{A}$ et V sont définis à quelque chose près.

LOI

En régime statique, le potentiel électrique obéit à l'*équation de* POISSON

$$\triangle V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$$

LOI

En régime statique, le potentiel vecteur obéit à l'*équation de* POISSON

$$\vec{\Delta}\,\vec{A} + \mu_0\,\vec{\jmath} = 0$$

Loi

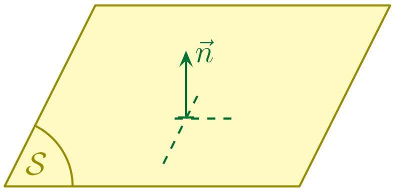
En régime statique, lorsqu'il n'y a pas de charge à l'infini, le potentiel électrostatique V s'écrit

$$V(M) = \oiiint_{P \in \mathcal{V}} \frac{\rho(P)\,\mathrm{d}\tau_P}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,PM}$$

Loi

Il y a discontinuité de la composante normale du champ $\vec{E}$ à la traversée d'une surface chargée.

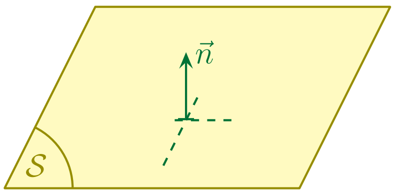
$$\vec{n}_{12} \cdot \left(\vec{E}_2 - \vec{E}_1\right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



Loi

Il y a continuité de la composante tangentielle du champ $\vec{E}$ à la traversée d'une surface chargée.

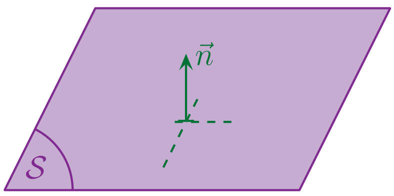
$$\vec{n}_{12} \wedge \left(\vec{E}_2 - \vec{E}_1\right) = \vec{0}$$



Loi

Il y a continuité de la composante normale du champ $\vec{B}$ à la traversée d'une surface parcourue par un courant.

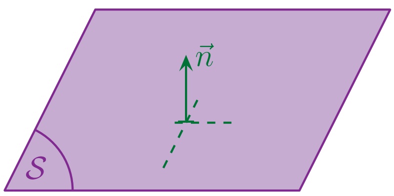
$$\vec{n}_{12} \cdot \left(\vec{B}_2 - \vec{B}_1\right) = 0$$



Loi

Il y a discontinuité de la composante tangentielle du champ $\vec{B}$ à la traversée d'une surface chargée.

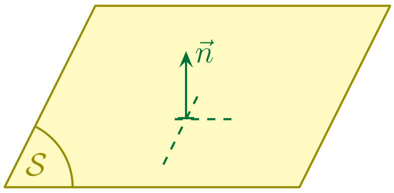
$$\vec{n}_{12} \wedge \left(\vec{B}_2 - \vec{B}_1\right) = \mu_0\,\vec{\jmath}_{\mathrm{s}}$$



Loi

Il y a discontinuité du champ $\vec{E}$ à la traversée d'une surface chargée.

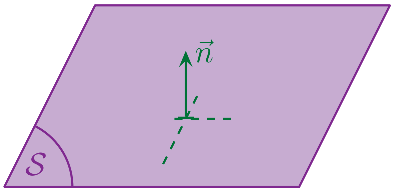
$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\vec{n}_{12}$$



Loi

Il y a discontinuité du champ $\vec{B}$ à la traversée d'une surface chargée.

$$\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = (\mu_0\,\vec{\jmath}_{\text{s}}) \wedge \vec{n}_{12}$$



Loi

Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ ne peuvent être discontinus qu'à l'échelle macroscopique.

Loi

Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont toujours continus à l'échelle mésoscopique.

Loi

La puissance volumique créée par la matière (et donc fournie au champ électromagnétique) s'écrit

$$\mathscr{P}_{\text{matière}\to\text{champ}} = -\vec{\jmath}\cdot\vec{E}$$

Loi

L'équation de Poynting s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\,\varepsilon_0\,E^2 + \frac{1}{2}\,\frac{B^2}{\mu_0}\right) + \operatorname{div}\left(\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}\right) = -\vec{\jmath}\cdot\vec{E}$$

Loi

Le terme $\dfrac{1}{2}\,\dfrac{B^2}{\mu_0} + \dfrac{1}{2}\,\varepsilon_0\,E^2$ est interprété comme l'énergie volumique contenue dans le champ électromagnétique.

Loi

Le terme $\vec{\Pi} = \dfrac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}$ est interprété comme la densité surfacique de courant de puissance électromagnétique et s'appelle le *vecteur de* Poynting.

Loi Le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ s'interprétera toujours comme la densité surfacique de courant de puissance électromagnétique en volumique dans le cas des ondes électromagnétiques.

IV – Utilisation des équations de Maxwell

Loi Un dispositif de taille caractéristique D est dit dans l'ARQS (Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires) lorsque, soumis à une contrainte de durée caractéristique T, la condition suivante est réalisée

$$D \ll c\,T \qquad \text{où}$$

c est la célérité de la lumière.

Loi Les équations de Maxwell vérifiée par $\vec{B}$ s'écrivent, dans l'ARQS,

$\operatorname{div} \vec{B}(M,t) = 0$	équation de Maxwell – Thomson
$\overrightarrow{\operatorname{rot}}\, B(M,t) = \mu_0\, \vec{\jmath}(M,t)$	équation de Maxwell – Ampère

---

Loi Dans l'ARQS, le courant de déplacement est toujours négligeable devant $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\, \vec{B}$.

Loi Dans l'ARQS, un champ magnétique créé par un courant se calcule comme dans le cas statique.

Loi Dans le cadre de l'ARQS, la conservation de la charge s'écrit

$$\operatorname{div} \vec{\jmath} = 0$$

Loi Les équations de Maxwell – Gauss et Maxwell – Faraday restent inchangée dans l'ARQS.

Loi Un champ électrique créé par une distribution de charges peut toujours se calculer comme dans le cas statique.

. . . .

Déf Un *conducteur* est un matériau qui conduit significativement le courant électrique.

Loi

Un conducteur est caractérisé par la loi d'Ohm qui s'écrit, au niveau local (ou mésoscopique)

$$\vec{\jmath} = \gamma \vec{E} \qquad \text{où}$$

γ est la *conductivité* du matériau en $\mathrm{S.m^{-1}}$.

Loi

La conductivité pour un bon conducteur est de l'ordre de 10^7 $\mathrm{S.m^{-1}}$.

Loi

Un conducteur, dans l'ARQS, possède une charge volumique nulle.

$$\rho = 0$$

Loi

Dans un conducteur dans l'ARQS, le courant de déplacement est négligeable devant le courant électrique.

Loi

L'épaisseur de peau, noté δ, est la distance caractéristique d'atténuation de la densité de courant en volume $\vec{\jmath}$ à l'intérieur d'un conducteur.

Déf

Un conducteur est dit *parfait* lorsque sa conductivité devient infinie.

Loi

Un conducteur peut être considéré comme parfait lorsque son épaisseur de peau est très faible devant sa taille caractéristique.

Loi

La présence d'un conducteur parfait implique :

➜ l'utilisation d'un modèle macroscopique ;
➜ la présence de courants surfaciques.

Loi

Le champ électromagnétique est nul à l'intérieur d'un conducteur parfait.