

# Description de fluides en mouvement

## Biographies succinctes

### I – Cinématique

.....

DÉF                      Un *fluide* est un milieu continu déformable qui peut s'écouler.

.....

DÉF                      Les fluides usuels sont appelés *fluides newtoniens*.

---

LOI                      À l'échelle atomique, les molécules s'attirent.

.....

DÉF                      Le *libre parcours moyen* (l.p.m.), noté  $\bar{\ell}$ , est la distance moyenne parcourue par une molécule entre deux « chocs » (ou interaction) successifs.

.....

DÉF                      Un milieu est dit *continu* si toutes les particules du plus petit système définissable ont toutes un comportement similaire.

---

LOI                      Pour pouvoir étudier un ensemble de particule comme un milieu continu, il faut le regarder à des échelles bien supérieures à  $\bar{\ell}$ .

.....

DÉF                      La *particule de fluide* est l'ensemble des molécules contenues dans un volume  $d\tau$  isolé par la pensée du reste du fluide.

---

LOI                      Des les situations usuelles, chaque particule de fluide peut être considérée comme étant à l'équilibre thermodynamique en tant que système thermodynamique. C'est *l'équilibre thermodynamique local*.

.....

DÉF Une *ligne de courant* est une ligne qui, à  $t$  fixé, est tangente en chacun de ses points, à la vitesse des particules de fluide.

DÉF Une *ligne d'émission* est l'ensemble des particules de fluide qui sont passées (voire qui passeront) par un endroit précis.

DÉF La *trajectoire* n'est autre que la trajectoire, en tant que point matériel, d'une particule de fluide.

LOI Pour un écoulement stationnaire, les lignes de courants, les trajectoires et les lignes d'émissions sont identiques.

DÉF La *vision lagrangienne* consiste à étudier un fluide comme un ensemble de particules de fluide.

DÉF La *vision eulérienne* consiste à voir le fluide comme un champ de vitesse.

LOI La température d'une particule de fluide à un instant  $t$  est la température de l'endroit où elle se trouve à cet instant.  
Il en est de même pour sa vitesse, son accélération ou toute autre grandeur.

DÉF La *dérivée particulaire* est la dérivée d'une grandeur pour une particule de fluide choisie.

LOI En grandeur eulérienne, la dérivée particulaire s'écrit

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \stackrel{\text{not}}{=} \frac{DT}{Dt}$$

LOI La partie en  $\frac{\partial T}{\partial t}$  de la dérivée particulaire s'appelle la *dérivée locale* et correspond aux variations locales (à position fixée) de la température.

LOI La partie en  $\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T$  de la dérivée particulaire s'appelle la *dérivée convective* et correspond aux changements de température dus au mouvement de la particule de fluide.

Pour une grandeur vectorielle  $\vec{A}$  quelconque, la dérivée particulaire s'écrit

$$\text{LOI} \quad \frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \left( \vec{v} \cdot \text{grad} \right) \vec{A}$$


---

La dérivée particulaire d'un champ de vitesse s'écrit, au choix,

$$\text{LOI} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left( \vec{v} \cdot \text{grad} \right) \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \text{grad} \frac{v^2}{2} + \text{rot} \vec{v} \wedge \vec{v}$$

## II – Décrire des écoulements

---

Le vecteur *densité surfacique de courant de masse en volume*  $\vec{j}_m$  s'écrit, avec  $\mu$  la masse volumique

DÉF

$$\vec{j}_m = \mu \vec{v}$$


---

Durant  $dt$ , la masse  $dm$  qui traverse la surface  $d\vec{S}$  s'écrit

LOI

$$dm = \vec{j}_m \cdot d\vec{S} dt$$


---

Le *débit massique* à travers une surface est la masse totale qui passe, par unité de temps, à travers cette surface.

DÉF

LOI

Le débit massique s'exprime en  $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

---

Le débit massique à travers une surface  $\mathcal{S}$  s'écrit

LOI

$$D_m = \iint_{P \in \mathcal{S}} \vec{j}_m(P) \cdot d\vec{S}_P$$


---

Le *débit volumique* à travers une surface est le volume totale qui passe, par unité de temps, à travers cette surface.

DÉF

LOI

Le débit volumique s'exprime en  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

---

Le débit volumique à travers une surface  $\mathcal{S}$  s'écrit

LOI

$$D_v = \iint_{P \in \mathcal{S}} \vec{j}_v(P) \cdot d\vec{S}_P$$

La *densité surfacique de courant de volume en volume*  $\vec{j}_v$  s'écrit

LOI

$$\vec{j}_v = \vec{v}$$

DÉF

Un fluide est dit *incompressible* lorsque sa masse volumique est la même partout et tout le temps.

LOI

En première et bonne approximation, tous les liquides sont considérés comme des fluides incompressibles.

LOI

Pour un fluide incompressible, nous avons

$$D_m = \mu D_v$$

LOI

La loi locale de conservation de la masse s'écrit, en notant  $\sigma$  le taux de production volumique

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}_m = \sigma \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \mu}{\partial t} + \operatorname{div} (\mu \vec{v}) = \sigma$$

LOI

La loi locale de conservation de la masse s'écrit

$$\frac{d\mu}{dt} + \mu \operatorname{div} \vec{v} = \sigma$$

DÉF

La *compression* est le phénomène qui relie la variation de volume à la variation de pression. Le *coefficient de compressibilité isotherme*  $\chi_T$  est défini par

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T$$

DÉF

La *dilatation* est le phénomène qui relie la variation de volume à la variation de température. Le *coefficient de dilatation isobare*  $\alpha$  est défini par

$$\alpha = \frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_P$$

LOI

Un corps est dilatable si et seulement s'il est compressible.

DÉF Une particule de fluide est *incompressible* si sa masse volumique reste constante

$$\frac{d\rho_{\vec{r}_0}}{dt} = 0$$

DÉF Un écoulement est dit *incompressible* lorsque toutes les particules de fluide de cet écoulement sont incompressibles.

LOI Un écoulement incompressible, en dehors des sources, se traduit par

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0$$

LOI Un fluide incompressible donne lieu à des écoulements incompressibles.

LOI Un écoulement peut être considéré comme incompressible lorsque la vitesse des particules de fluide est très inférieure à celle du son dans ce fluide.

$$v \ll c_{\text{son}}$$

LOI Dans un écoulement incompressible, en dehors des zones de sources, quand les lignes de courant se ressèrent, la vitesse augmente.

LOI Dans une zone de l'espace où  $\operatorname{rot} \vec{v} \neq \vec{0}$ , les particules de fluide tournent sur elles-mêmes (en plus d'avancer).

DÉF Le *vecteur tourbillon*, noté  $\vec{\Omega}$ , est défini par

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2} \operatorname{rot} \vec{v}$$

DÉF Si le vecteur tourbillon n'est pas nul partout, *i.e.* s'il y a au moins une zone (même très petite) dans laquelle  $\operatorname{rot} \vec{v} \neq \vec{0}$ , l'écoulement est dit *tourbillonnaire* ou *rotationnel*.

DÉF Un écoulement qui n'est pas tourbillonnaire est dit *irrotationnel*.

LOI Dans un écoulement irrotationnel, en tout point de l'écoulement, nous pouvons écrire

$$\operatorname{rot} \vec{v} = \vec{0}$$

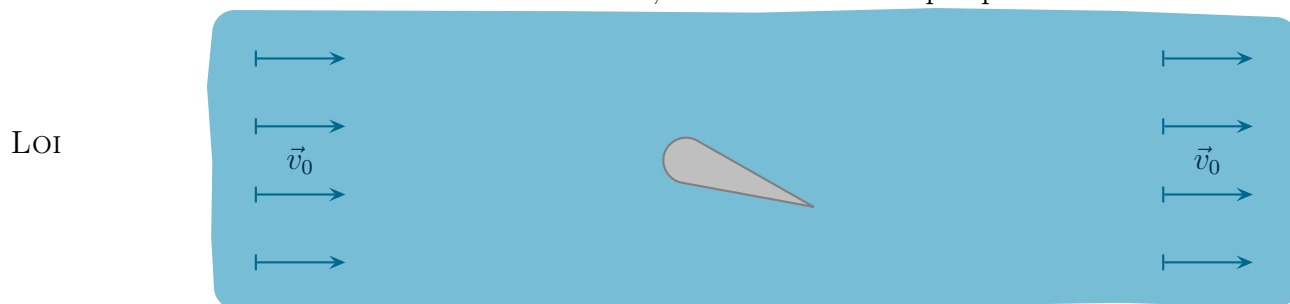
LOI Un écoulement irrotationnel est un écoulement dit *potentiel* car il existe un *potentiel vitesse*  $\Phi$  tel que

$$\vec{v} = \pm \overrightarrow{\text{grad}} \Phi$$

LOI Dans une zone de l'espace vide de source où il y a  $\text{div } \vec{v} \neq 0$ , les particules de fluide changent de volume.

### III – Premiers écoulements

Loin d'un obstacle, l'écoulement n'est pas perturbé.



LOI La surface d'un obstacle, d'une paroi est *imperméable*.

Au niveau d'une surface imperméable, les particules de fluide ont une vitesse, par rapport à la surface, tangentielle à celle-ci.

LOI

$$\left( \vec{v}|_{\mathcal{I}}(I \in \text{fluide}) - \vec{v}|_{\mathcal{I}}(I \in \text{paroi}) \right) \cdot \vec{n} = 0$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à la paroi au point  $I$  considéré.

Au niveau d'une surface imperméable immobile, les particules de fluide ont une vitesse tangentielle à celle-ci.

LOI

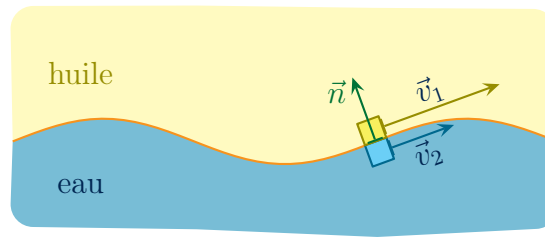
$$\vec{v}|_{\mathcal{I}}(I \in \text{fluide}) \cdot \vec{n} = 0$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à la paroi au point  $I$  considéré.

Au niveau de la surface de deux fluides non miscibles en écoulement, nous avons

$$\left( \vec{v}|_{\mathcal{A}(I \in \textcircled{1})} - \vec{v}|_{\mathcal{A}(I \in \textcircled{2})} \right) \cdot \vec{n} = 0$$

LOI



## IV – Approche phénoménologique des écoulements

DÉF

La *viscosité* (ou *viscosité dynamique*)  $\eta$  d'un fluide est la grandeur qui caractérise l'intensité des interactions internes au fluide.

La viscosité s'exprime en *poiseuille* (Pl) ou en *pascal seconde* (Pa.s)

LOI

Plus la viscosité d'un fluide est grande, plus il a du mal à s'écouler.

Le *nombre de REYNOLDS* est défini par

$$\text{Re} \triangleq \frac{\rho V L}{\eta} \quad \text{où :}$$

DÉF

- $\rho$  est la masse volumique du fluide ;
- $V$  est la vitesse caractéristique de l'écoulement ;
- $L$  est la longueur caractéristique de l'écoulement ;
- $\eta$  est la viscosité (dynamique) du fluide.

LOI

Pour  $\text{Re} \leq 10$ , l'écoulement est dit *laminaire*, la viscosité prédomine.  
 Pour  $\text{Re} \geq 10^3$ , l'écoulement est dit *turbulent*, les effets inertiels prédominent.

DÉF

La *traînée* est la force exercée par un fluide dans la direction de la vitesse de l'écoulement.

DÉF

La *portance* est la force exercée par un fluide dans la direction normale à la direction de la vitesse de l'écoulement.

Le *coefficient de traînée*, noté  $C_x$  est le le nombre tel que

$$f_{\text{traînée}} \triangleq \frac{1}{2} C_x \rho S v^2 \quad \text{où :}$$

DÉF

- $\rho$  est la masse volumique du fluide ;
- $S$  est l'ombre projetée de l'objet dans la direction de l'écoulement ;
- $v$  est la vitesse au loin du fluide.

Le *coefficient de portance*, noté  $C_z$  est le le nombre tel que

$$f_{\text{portance}} \triangleq \frac{1}{2} C_z \rho S v^2 \quad \text{où :}$$

DÉF

- $\rho$  est la masse volumique du fluide ;
- $S$  est la surface caractéristique de l'objet ;
- $v$  est la vitesse au loin du fluide.

LOI

À vitesse faible, *i.e.* à nombre de REYNOLDS petit, la force de traînée est proportionnelle à la vitesse.

LOI

Pour une sphère, à nombre de REYNOLDS élevé, le  $C_x$  est presque constant et vaut environ 0,5.

LOI

À vitesse élevée, *i.e.* à nombre de REYNOLDS grand, la force de traînée est proportionnelle au carré de la vitesse.

DÉF

La *couche limite* est la zone près de l'objet où l'écoulement est perturbée en terme de valeur de vitesse ou de ligne de courant.