Mouvements de fluides

Biographies succintes

I – Statique des fluides

Déf — La *densité volumique de force* $\vec{f}_{v0}$ de la force $\vec{F}_0$ est telle que la résultante $\mathrm{d}\vec{F}_0$ de la force $\vec{F}_0$ sur une particule de fluide de volume $\mathrm{d}\tau$ s'écrive

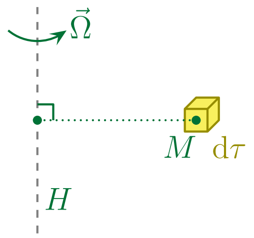
$$\mathrm{d}\vec{F}_0 \triangleq \vec{f}_{v0}\,\mathrm{d}\tau$$

Loi — La densité volumique de force de pesanteur s'écrit, pour une particule de fluide de masse volumique μ,

$$\vec{f}_{\mathrm{v,pes}} = \mu\,\vec{g}$$

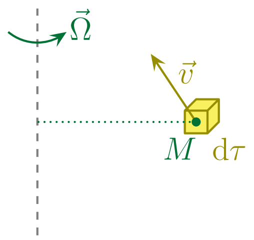
Loi — Dans un référentiel en rotation pure et uniforme à la vitesse angulaire Ω, la densité volumique de force d'inertie d'entraînement s'écrit, pour une particule de fluide située en M, de masse volumique μ et en notant H le projeté de M sur l'axe de rotation

$$\vec{f}_{\mathrm{v,pes}} = +\mu\,\Omega^2\,\overrightarrow{HM}$$



Loi — Dans un référentiel en rotation pure à la vitesse angulaire $\vec{\Omega}$, la densité volumique de force d'inertie de Coriolis s'écrit, pour une particule de fluide située en M, de masse volumique μ et en notant $\vec{v}$ sa vitesse par rapport au référentiel non galiléen,

$$\vec{f}_{\mathrm{v,pes}} = -2\,\mu\,\vec{\Omega}\wedge\vec{v}$$



LOI

Dans le cas d'un fluide usuel, les forces de viscosité sont nulles au repos.

LOI

La densité volumique $\vec{f}_{\text{press}}$ des forces pressantes s'écrit

$$\vec{f}_{\text{press}} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, P$$

LOI

RELATION FONDAMENTALE DE LA STATIQUE DES FLUIDES

Dans un fluide au repos, le champ de pression est tel que

$$\overrightarrow{\text{grad}}\, P = \vec{f}_{\text{v,tot}} \qquad \text{où}$$

$\vec{f}_{\text{v,tot}}$ est la densité volumique de résultante de toutes les autres forces autres que celles de pression.

DÉF

La pression qui vérifie l'équation $\overrightarrow{\text{grad}}\, P = \vec{f}_{\text{v,tot}}$ est appelée *pression hydrostatique*.

LOI

Dans le vide, la pression est nulle.

LOI

La pression au sein d'un fluide est une fonction continue de l'espace.

LOI

Entre deux fluides non miscibles, la pression est continue.

LOI

Dans un fluide incompressible au repos, soumis uniquement à la pesanteur, le champ de pression est tel que

$$P + \mu\, g\, h = \text{C}^{\text{te}} \qquad \text{où}$$

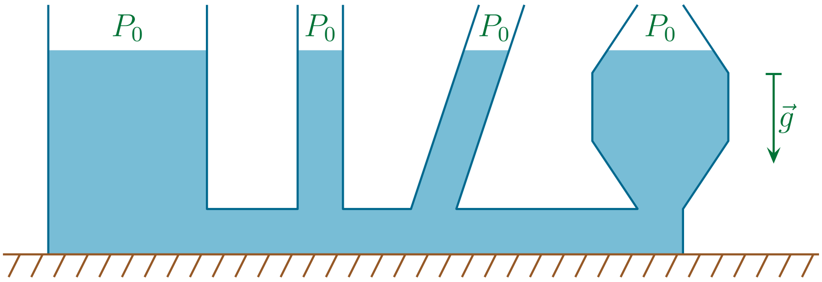
h est la hauteur algébrique comptée à partir d'une référence arbitraire.

LOI

Dans de l'eau au repos, la pression augmente d'un bar tous les 10 mètres de profondeur.

Loi

Lorsque deux récipients ouverts et remplis d'un même liquide communiquent, leurs niveaux, au repos, est le même.



Loi

Lorsqu'un gaz occupe un espace de taille très petite devant $H \sim 8$ km, sa pression peut être considérée comme uniforme.

Loi

Dans un système de température uniforme, la densité de particules possédant l'énergie e_0 est proportionnel au facteur de Boltzmann $\mathrm{e}^{-e_0/(K_\mathrm{B}\,T)}$.

Loi

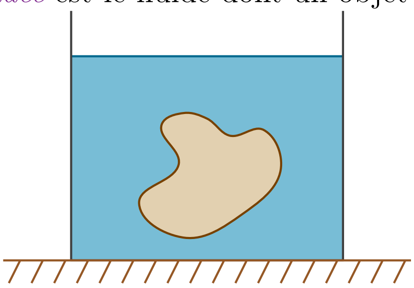
La poussée d'Archimède que subit un corps de la part d'un fluide est la résultante des forces pressantes que le fluide exerce sur ce corps.

Loi

Tout corps entièrement immergé dans un fluide au repos subit de la part de celui-ci une force verticale dirigée vers le haut d'intensité égale au poids du fluide remplacé. Cette force est appelée *poussée d'*Archimède.

Déf

Le *fluide remplacé* est le fluide dont un objet a pris la place.



II – Ondes sonores

Loi

Pour pouvoir se propager, le son a besoin d'un support matériel.

Loi

Le son est une onde longitudinale.

LOI

La masse volumique du fluide est uniforme au repos.

LOI

Dans le cas des ondes sonores, la pesanteur est négligée.

LOI

L'*approximation acoustique* consiste à dire que le son n'est qu'une petite perturbation de l'état de repos.

DÉF

$p_1(M,t)$ est appelée *la surpression* ou, ici, la *surpression acoustique*.

LOI

Dans le cadre de l'approximation acoustique, la dérivée convective est négligeable devant la dérivée locale, *i.e.*

$$\left|\vec{v}\cdot\overrightarrow{\text{grad}}\right| \ll \left|\frac{\partial}{\partial t}\right|$$

LOI

Dans un tuyau de section constante, le champ de surpression vérifie l'équation de D'ALEMBERT

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}(x,t) \qquad \text{avec} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\chi_S}}$$

LOI

Dans un tuyau de section constante, le champ de vitesse vérifie l'équation de D'ALEMBERT

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2}(x,t) \qquad \text{avec} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\chi_S}}$$

LOI

Dans un gaz parfait, la célérité c du son s'écrit

$$c = \sqrt{\frac{\gamma\,R\,T}{M}} \qquad \text{avec}$$

- ➜ γ le coefficient isentropique ;
- ➜ R la constante des gaz parfaits ;
- ➜ T la température ;
- ➜ M la masse molaire.

LOI

En pratique, pour conserver une température constante, il est nécessaire de réaliser des transferts thermiques :

$$\Delta T = 0 \Longrightarrow Q \neq 0$$

DÉF

L'impédance acoustique est définie par

$$Z_{\text{ac}}(x,t) = \frac{p_1(x,t)}{v_1(x,t)}$$

LOI

Dans le cas d'une OPP➠, l'impédance acoustique vaut l'impédance caractéristique, à savoir

$$Z_{\text{ac}} = +Z_{\text{c}} \qquad \text{avec} \qquad Z_{\text{c}} = \mu_0\, c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_S}}$$

LOI

Dans le cas d'une OPP⬅, l'impédance acoustique vaut l'opposé de l'impédance caractéristique, à savoir

$$Z_{\text{ac}} = -Z_{\text{c}} \qquad \text{avec} \qquad Z_{\text{c}} = \mu_0\, c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_S}}$$

LOI

Dans le cas général d'une propagation acoustique dans un tuyau de section constante, nous pouvons écrire la solution en vitesse sous la forme

$$v_1(x,t) = F(t - x/c) + G(t + x/c)$$

Dans ces conditions, la solution en surpression va s'écrire

$$p_1(x,t) = Z_{\text{c}}\, F(t - x/c) - Z_{\text{c}}\, G(t + x/c) \qquad \text{avec} \qquad Z_{\text{c}} = \mu_0\, c$$

LOI

La relation de dispersion pour une onde acoustique dans un tuyau de section constante s'écrit

$$\omega^2 = k^2\, c^2$$

DÉF

La *densité volumique d'énergie cinétique* e_{c} est définie par

$$e_{\text{c}} = \frac{\delta \mathscr{E}_{\text{c}}}{\delta \mathscr{V}} \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\delta\mathscr{V}$ est un volume mésoscopique ;
- ➜ $\delta\mathscr{E}_{\text{c}}$ est l'énergie cinétique contenue dans le volume $\delta\mathscr{V}$.

LOI

La densité volumique d'énergie potentielle dans le cas de la propagation sonore dans un tuyau de section constante s'écrit

$$e_{\text{p}} = \frac{1}{2}\,\chi_S\, {p_1}^2 + \chi_S\, p_1\, P_0$$

LOI

La densité volumique d'énergie e d'une onde sonore dans un tuyau de section constante obéit à l'équation de propagation

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 e}{\partial t^2}(x,t)$$

DÉF

Le *vecteur de* POYNTING sonore est défini par

$$\vec{\Pi} = (P_0 + p_1)\,\vec{v}_1$$

LOI

Le vecteur de POYNTING sonore est la somme de deux termes d'ordres différents

$$\vec{\Pi} = \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_2 \qquad \text{où :}$$

➜ $\vec{\Pi}_1 = P_0\,\vec{v}_1$ est d'ordre 1 ;
➜ $\vec{\Pi}_2 = p_1\,\vec{v}_1$ est d'ordre 2.

LOI

L'énergie sonore d'ordre 1 est globalement stationnaire, elle ne se propage **jamais**.

LOI

Dans l'étude de la propagation acoustique dans un tuyau de section constante, nous pouvons réduire l'énergie au seuls termes d'ordre 2.

...

DÉF

L'*intensité sonore* est la puissance surfacique qui se propage (en W.m^{-2}).

LOI

L'intensité sonore se mesure en bel (B) défini par

$$I_{\mathrm{B}} = \log \frac{I}{I_0} \qquad \text{avec}$$

$I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2} est l'intensité sonore de référence correspondant au seuil d'audibilité humain.

LOI

L'intensité sonore en décibel (dB) se calcule par

$$I_{\mathrm{dB}} = 10\,\log \frac{I}{I_0} \qquad \text{avec}$$

$I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2} est l'intensité sonore de référence.

LOI

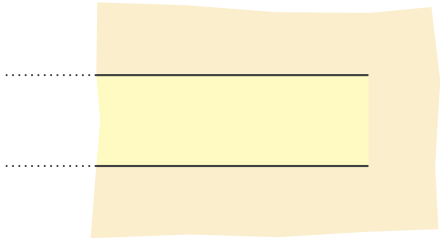
3 dB d'augmentation correspond à un doublement de la puissance.

LOI

La surpression est une fonction continue de l'espace.

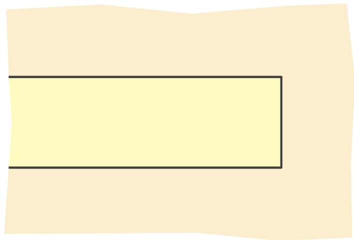
À l'extrémité d'un tuyau ouvert, la surpression est nulle.

LOI



À l'extrémité d'un tuyau fermé, la vitesse des particules de fluide est nulle.

LOI



III – Bilans macroscopiques

DÉF Un *jet libre* est un jet de fluide dans un autre aux lignes de courant parallèles.

LOI Dans un jet libre, la pression est égale à la pression du fluide environnant.

LOI La pression à l'intérieur un jet libre qui s'écoule dans l'atmosphère est uniforme et vaut la pression atmosphérique.

LOI Dans un écoulement parfait incompressible qui ne reçoit ni travail ni transfert thermique, nous avons entre l'entrée et la sortie

$$\frac{P}{\mu} + g\,h + \frac{v^2}{2} = \mathrm{C^{te}}$$