Dans cette police sont écrits les raisonnements menés et autres remarques sur les méthodes employées pour trouver les réponses aux questions posées. C'est à dire à l'oral mais à ne pas écrire en DS.

Vers l'optique ondulatoire

Exercice 1

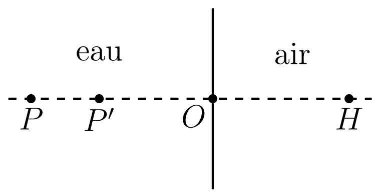
1. *Analyse physique. Que fait la lumière émise par le poisson et qui arrive dans l'œil de l'observateur ? Une seule chose : une réfraction au niveau du dioptre eau – air. Autrement dit, nous pouvons représenter la situation optique par :*

$$P \xrightarrow{\text{eau / air}} P' \underbrace{\xrightarrow{\text{cristallin}} \text{rétine}}_{\text{œil}}$$

Les grandeurs pertinentes seront ici l'indice de l'eau (caractéristique optique) et les différentes distances (géométrie du problème).

Analyse technique. Pas de surprise, comme il suffit juste de chercher où se situe P', une bonne relation de conjugaison des dioptres plans fera l'affaire.

Notons P le poisson et H l'observateur.



Nous savons que $PH = 1{,}00$ m et nous cherche $P'H$ où P' est l'image de P par le dioptre plan eau / air (l'épaisseur de verre de l'aquarium est négligée).

La relation de conjugaison du dioptre eau / air s'écrit

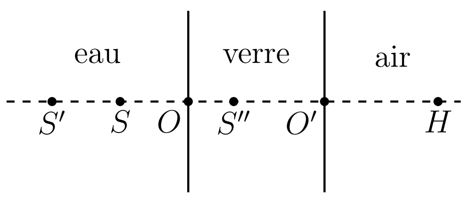
$$\frac{n_{\text{eau}}}{\overline{OP}} = \frac{n_{\text{air}}}{\overline{OP'}} \qquad \rightsquigarrow \qquad OP' = \underline{61}{,}5385 \text{ cm} \qquad \rightsquigarrow \qquad P'H = \underline{81}{,}5385 \text{ cm}$$

$$\boxed{\text{Pour l'observateur le poisson semble être à 80 cm.}}$$

2. *Analyse physique. Ici la lumière émise par le squale traverse deux dioptres avant de parvenir à l'œil de l'observateur. En notant S le squale, cela donne :*

$$S \xrightarrow{\text{eau / verre}} S' \xrightarrow{\text{verre / air}} S'' \underbrace{\xrightarrow{\text{cristallin}} \text{rétine}}_{\text{œil}}$$

Analyse technique. Ici nous voulons la distance HS'', nous allons donc chercher la position de S'' et pour cela, les relations de conjugaison des dioptres nous aideront bien.



Nous savons que $SH = 1{,}00$ m et nous cherchons $S''H$ où S'' est l'image de S par les deux dioptres eau / verre et verre / air.

La relation de conjugaison du premier dioptre (eau / verre) s'écrit :

$$\frac{n_{\text{eau}}}{\overline{OS}} = \frac{n_{\text{verre}}}{\overline{OS'}} \qquad \rightsquigarrow \qquad \overline{OS'} = \overline{OS} \times \frac{n_{\text{verre}}}{n_{\text{eau}}}$$

La relation de conjugaison du dioptre verre / air s'écrit :

$$\frac{n_{\text{verre}}}{\overline{O'S'}} = \frac{n_{\text{air}}}{\overline{O'S''}} \quad \rightsquigarrow \quad \overline{O'S''} = \overline{O'S'} \times \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}}$$

Enfin, avec $\overline{O'S'} = \overline{O'O} + \overline{OS'}$, nous trouvons, tous calculs faits $O'S'' = \underline{55}{,}0376$ cm.

$$\boxed{\text{Le squale semble donc être à 75 cm devant l'observateur.}}$$

Exercice 2

1. *Lorsque les deux lentilles sont en place, nous avons :*

$$\infty \xrightarrow{\mathscr{L}} B_0 \xrightarrow{\mathscr{L}_0} B$$

Comme l'objet pour $\mathscr{L}$ est à l'infini, son image sera naturellement $B_0 = F'$.

Et comme le centre de $\mathscr{L}$ est précisément sur le foyer principal objet F_0 de $\mathscr{L}_0$, nous avons $\overline{F_0F'} = f'$.

La relation de conjugaison de Newton pour $\mathscr{L}_0$ s'écrit $\overline{F_0B_0} \times \overline{F_0'B} = -{f_0'}^2$.

Or $\overline{F_0B_0} = f'$ et $\overline{F_0'B} = \overline{AB} = \overline{d}$ d'où $\boxed{f' = -\frac{{f_0'}^2}{\overline{d}}}$.

2. Il n'y a *a priori* aucune condition mathématique pour obtenir $f' = -\frac{{f_0'}^2}{\overline{d}}$.

En revanche, nous remarquons que lorsque $f' > 0$, (lentille convergente), nous avons $\overline{d} < 0$, *i.e.* l'image à pointer recule. Ainsi lorsque l'image A est déjà virtuelle ($f_0' < 0$, lentille $\mathscr{L}_0$ divergente) il faudra faire attention à rester dans un domaine accessible de pointage pour le viseur à frontale fixe.

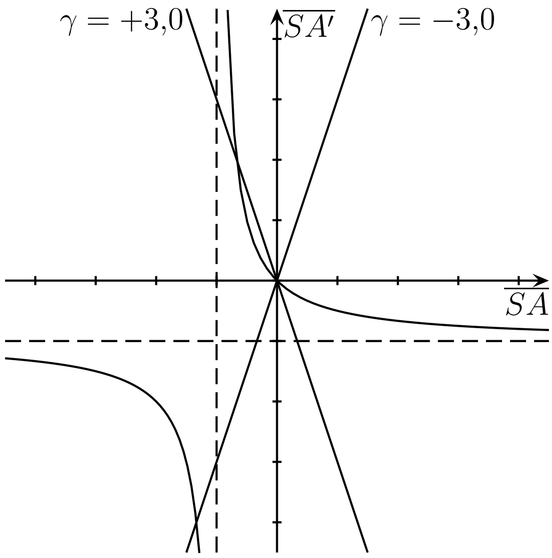
Exercice 3

1. *Analyse physique. Le cheminement de la lumière est tel qu'elle est d'abord réfléchie par $\mathscr{M}_1$ avant d'être réfléchie par $\mathscr{M}_2$. L'objet observé est un astre, donc optiquement à l'infini. Sachant que son image par $\mathscr{M}_1$ sera en F_1' et que l'image finale donnée par le télescope est S_1, nous pouvons écrire qu'optiquement la situation est la suivante :*

$$\infty \xrightarrow{\mathscr{M}_1} A' = F_1' \xrightarrow{\mathscr{M}_2} S_1$$

Analyse technique. Il faut maintenant chercher la position de $\mathscr{M}_2$ ainsi que sa distance focale. Cela fait deux inconnues. Pour les trouver, il faudra traduire deux lois, deux contraintes. En regardant bien nous voyons qu'il existe effectivement deux contraintes : la position de l'image finale ainsi que le grandissement par $\mathscr{M}_2$.

Cherchons tout d'abord le signe du grandissement. Pour cela, traçons l'hyperbole de conjugaison du miroir concave ainsi que les deux droites correspondant aux grandissements $\gamma = +3{,}0$ et $\gamma = -3{,}0$.



Nous constatons alors que pour chacun des grandissements, il existe une position possible du miroir. Toutefois, étant donné la place de S_1 (l'image finale) vis-à-vis de S_2, il est nécessaire que l'image donnée soit réelle. Dans ces conditions, nous pouvons alors affirmer que le grandissement vaut $\gamma = -3{,}0$. *Ne pas oublier que le grandissement est l'opposé de la pente de la droite passant par l'origine et le point de fonctionnement optique.*

Traduisons maintenant la contrainte de position de l'image finale, *i.e.* le fait que $\mathscr{M}_2$ conjugue F_1' et S_1 :

$$\overline{F_2F_1'}.\overline{F_2S_1} = {f_2'}^2$$

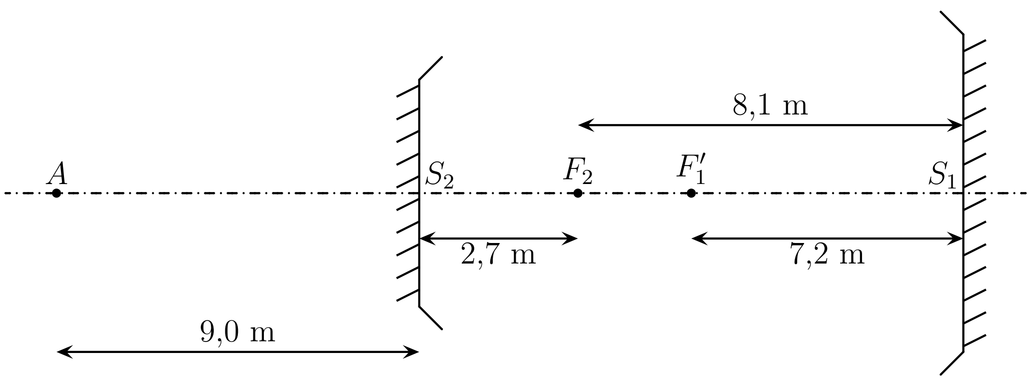
Choisissons de conserver comme inconnue de position $\overline{F_2S_1}$ car elle apparaît directement dans la relation de conjugaison. Nous pouvons alors transformer cette dernière et, surtout, écrire le grandissement en fonction de $\overline{F_2S_1}$: $\gamma = \dfrac{\overline{F_2S_1}}{\overline{F_2S_2}}$. Cela donne :

$$(\overline{F_2S_1} + \overline{S_1F_1'})\,\overline{F_2S_1} = \overline{F_2S_2}^2 \;\rightsquigarrow\; (\gamma\,\overline{F_2S_2} + \overline{S_1F_1'})\,\gamma\,\cancel{\overline{F_2S_2}} = \overline{F_2S_2}^{\cancel{2}} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{\overline{F_2S_2} = \gamma\,\frac{S_1F_1'}{1-\gamma^2} = -\underline{2{,}7}\text{ m}}$$

Pour faire l'application numérique, nous avons orienté l'axe vers la droite. Nous constatons alors que le fait d'avoir $\overline{F_2S_2} < 0$ est cohérent. Nous pouvons alors conclure $\boxed{f_2' = -\underline{2{,}7}\text{ m}}$.

Et ainsi $\boxed{\overline{F_2S_1} = \gamma\,\overline{F_2S_2} = \underline{8{,}1}\text{ m}}$. *Le fait que $\overline{F_2S_1} > 0$ est rassurant aussi.*

$\boxed{2.}$ La situation est maintenant optiquement la suivante : $A \xrightarrow{\mathscr{M}_1} A_1 \xrightarrow{\mathscr{M}_2} A_2$. Pour mieux exprimer les relations de conjugaison, refaisons un schéma avec les grandeurs connues.



Nous avons ainsi : $\overline{F_1A} \times \overline{F_1A_1} = f_1'^2$ d'où $\boxed{\overline{F_1A_1} = -\underline{4{,}11}429 \text{ m}}$ et $\gamma_1 = \dfrac{\overline{F_1S}}{\overline{F_1A}} = -\underline{0{,}571}429$.

Nous avons alors $\overline{F_2A_1} = -\underline{3{,}21}429$ m

Et ensuite $\overline{F_2A_1} \times \overline{F_2A_2} = f_2'^2$ d'où $\boxed{\overline{F_2A_2} = \underline{2{,}26}8 \text{ m}}$ et $\gamma_2 = \dfrac{\overline{F_2S}}{\overline{F_2A_1}} = \underline{0{,}84}$.

Finalement $\boxed{\gamma = \gamma_1\,\gamma_2 = -\underline{0{,}48}}$.

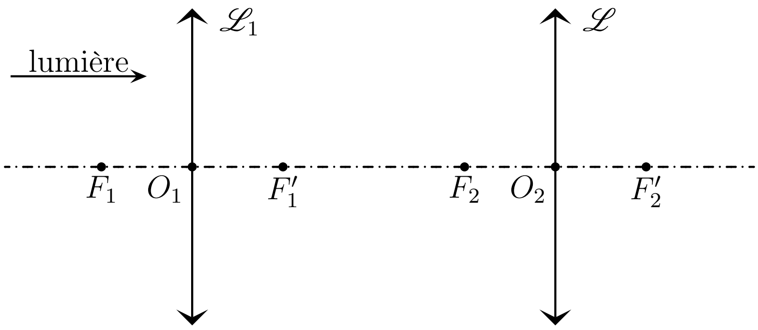
3. Par rapport au montage CASSEGRAIN où le miroir $\mathscr{M}_2$ est convexe, ce montage nommé GRÉGORY est plus encombrant. En effet pour avoir un grandissement de l'image finale par rapport à l'image intermédiaire, il faut que le foyer F_1' soit réel pour $\mathscr{M}_2$ alors que pour le montage CASSEGRAIN (cf. cours) il est virtuel, ce qui permet aux deux miroirs d'être bien plus rapprochés et donc de gagner en encombrement.

Exercice 4

Analyse physique. Précisons tout d'abord le trajet de la lumière ainsi que les notations.

$$A \xrightarrow{\mathscr{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathscr{L}_2} A_2 \underbrace{\xrightarrow{\text{cristallin}} \text{rétine}}_{\text{œil}}$$

Par principe du VFF, nous savons exactement où se situe A par rapport au VFF quand celui-ci est correctement réglé et utilisé (œil accomodant à l'infini).



1. *Analyse tehcnique. La question est de calculer $\ell = \overline{O_1O_2}$. L'œil voit sans accommoder, donc $A_2 = \infty$ et donc $A_1 = F_2$. Nous savons que les objets visés sont tels que* $\overline{O_1A} = -20$ cm. *Comme nous recherchons une distance concernant les centres des lentilles, nous allons plutôt utiliser la relation de conjugaison de* DESCARTES.

La relation de DESCARTES s'écrit, pour $\mathscr{L}_1$: $-\dfrac{1}{\overline{O_1A}} + \dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} = \dfrac{1}{\overline{O_1F_1'}}$.

Avec $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1F_2} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = \ell - f_2'$, nous obtenons :

$$+\frac{1}{d} + \frac{1}{\ell - f_2'} = \frac{1}{f_1'} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{\ell = f_2' + \frac{f_1'\,d}{d - f_1'} = \underline{22} \text{ cm}}$$

2. Notons $O_1 \xrightarrow{\mathscr{L}_1} O'$.

La relation de conjugaison pour $\mathscr{L}_2$ donne :

$$-\frac{1}{\overline{O_2O_1}} + \frac{1}{\overline{O_2O'}} = \frac{1}{\overline{O_2F_2'}} \quad \rightsquigarrow \quad \overline{O_2O'} = \frac{\overline{O_2F_2'} \times \overline{O_2O_1}}{\overline{O_2O_1} + \overline{O_2F_2'}} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{\overline{O_2O'} = -\frac{f_2'\,\ell}{f_2' - \ell} = \underline{2{,}2} \text{ cm}}$$

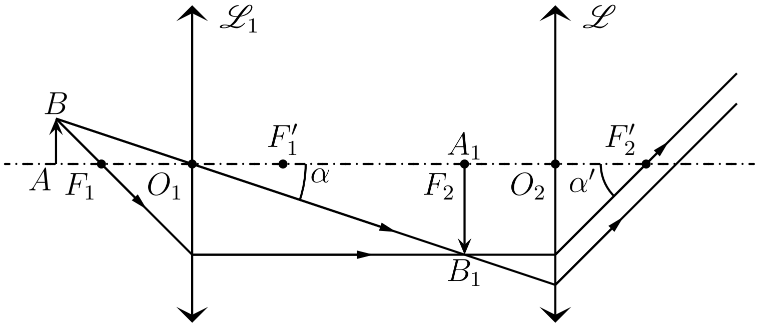
Notons d' le diamètre du cercle oculaire. Ainsi :

$$|\gamma| = \frac{d'}{d_1} = \left|\frac{\overline{O_2O'}}{\overline{O_2O_1}}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{d' = d_1 \frac{\overline{O_2O'}}{\ell} = \underline{3{,}0} \text{ mm}}$$

$\boxed{3.}$ $\alpha' = \dfrac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_2F_2}} > 0$ (rayons paraxiaux) et $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{F_2B_1}} = \dfrac{\overline{O_1A}}{\overline{O_1F_2}}$ (Thalès) d'où $\overline{F_2B_1} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{O_1F_2}}{\overline{O_1A}}$.

Nous avons donc :

$$\alpha' = \frac{\overline{AB} \times \overline{O_1F_2}}{\overline{O_2F_2} \times \overline{O_1A}} \quad \rightsquigarrow \quad P = \left|\frac{\overline{O_1F_2}}{\overline{O_2F_2} \times \overline{O_1A}}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{P = \frac{\ell - f_2'}{d\, f_2'} = \underline{50} \text{ m}^{-1}}$$



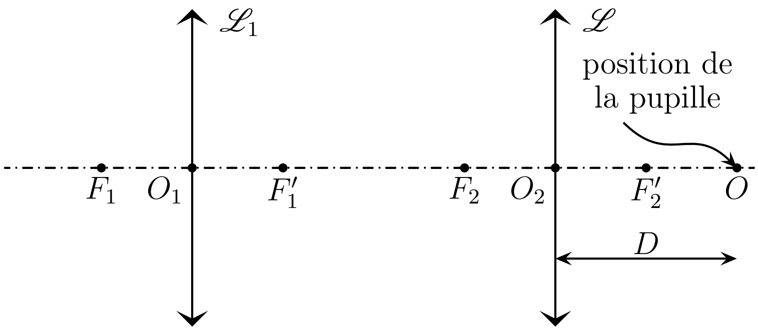
$\boxed{4. \text{ (a) et (b)}}$ *Comme dans ce problème, nous connaisssons bien la distance entre les centre O_1 et O_2 des lentilles, nous allons privilégier la relation de conjugaison de* DESCARTES.

La distance entre l'objet vu par l'œil et la pupille doit être comprise entre d_0 et $+\infty$ (pour un œil normal).

Notons $A \xrightarrow{\mathscr{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathscr{L}_2} A_2$ et cherchons la condition sur $\overline{O_1A}$ pour avoir $-\infty < \overline{OA_2} < -d_0$.

$$\left.\begin{array}{l} \overline{OA_2} = \overline{OO_2} + \overline{O_2A_2} = -D + \overline{O_2A_2} \\ \overline{OA_2} < -d_0 \end{array}\right\} \quad \rightsquigarrow \quad \overline{O_2A_2} < D - d_0 < 0$$

Cette dernière inégalité est valable pour les deux cas envisagés ici, à savoir $D = 0$ et $D = f_2'$.



Nous avons donc :
$$\left.\begin{array}{l} 0 > \dfrac{1}{\overline{O_2A_2}} > \dfrac{1}{D - d_0} \\ -\dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} + \dfrac{1}{\overline{O_2A_2}} = \dfrac{1}{f_2'} \end{array}\right\} \quad \rightsquigarrow \quad 0 > \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{\overline{O_2A_1}} > \frac{1}{D - d_0}$$

et ainsi : $0 > -\dfrac{1}{f_2'} > \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} > \dfrac{1}{D - d_0} - \dfrac{1}{f_2'} \overset{\text{not}}{=} \dfrac{1}{K} \quad \rightsquigarrow \quad -f_2' < \overline{O_2A_1} < K < 0.$

Maintenant que nous avons la plage où doit se trouver l'objet A_1 pour $\mathscr{L}_2$, cherchons la plage où doit se trouver l'image A_1 pour $\mathscr{L}_1$ afin d'en déduire la plage où doit se trouver l'objet pour $\mathscr{L}_1$.

Nous avons $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = \overline{O_1A_1} - \ell$, d'où :

$$0 < \ell - f_2' < \overline{O_1A_1} < \ell + K \quad \leadsto \quad 0 < \frac{1}{\ell + K} < \frac{1}{\overline{O_1A_1}} < \frac{1}{\ell - f_2'}$$

Comme $-\dfrac{1}{\overline{O_1A}} + \dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} = \dfrac{1}{f_1'}$, nous obtenons $\dfrac{1}{\ell+K} - \dfrac{1}{f_1'} < \dfrac{1}{\overline{O_1A}} < \dfrac{1}{\ell - f_2'} - \dfrac{1}{f_1'} < 0$.

Cela donne, en remplaçant K : $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\ell + \dfrac{1}{\dfrac{1}{D-d_0} - \dfrac{1}{f_2'}}} - \dfrac{1}{f_1'}} > \overline{O_1A} > \dfrac{1}{\dfrac{1}{\ell - f_2'} - \dfrac{1}{f_1'}}$.

Numériquement :

➜ $\boxed{\text{Avec } D = 0 : -\underline{19},7315 \text{ cm} > \overline{O_1A} > -\underline{20} \text{ cm}}$

➜ $\boxed{\text{avec } D = f_2' : -\underline{19},6899 \text{ cm} > \overline{O_1A} > -\underline{20} \text{ cm}}$.

Les profondeurs de champ étant identiques, nous choisirons de place notre œil au plus près du cercle oculaire pour que l'œil puisse recevoir tous les rayons lumineux passant par $\mathscr{L}_1$. L'image vue étant ainsi plus lumineuse. Ici $\overline{O_2O'} = 2{,}2$ cm, nous placerons donc notre œil de préférence en F_2' car $\overline{O_2F_2'} = 2$ cm.

5. La présence du réticule oblige l'utilisateur à accomoder sur l'infini. La plage d'accomodation de l'œil est alors très réduite, ce qui implique une diminution de la profondeur de champ. Dès lors, le position du viseur est plus précis et l'incertitude sur la mesure s'en voit diminuée.

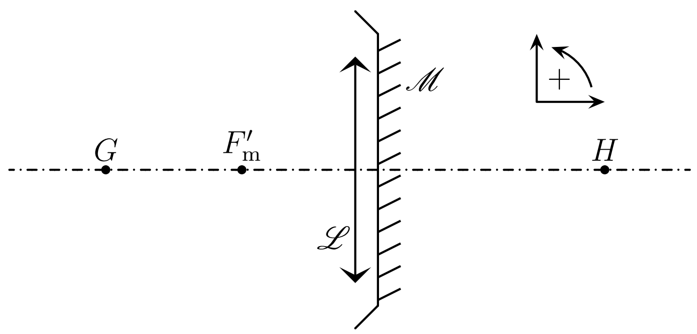
❀ Exercice 5

Il y a un miroir, il faut donc faire très attention à l'algébrisation. Pour cela il est très utile voire indispensable de :

➜ *faire un bon schéma*

➜ *bien résumer le rôle de chaque système optique en précisant les notations.*

Sur le schéma ci-dessous, la lentille $\mathscr{L}$ et le miroir $\mathscr{M}$ ne sont pas représentés accolés dans un soucis de clarté.



Analyse physique. Les rayons lumineux arrivant de la gauche vont donc, dans l'ordre, traverser la lentille de gauche à droite, se réfléchir sur le miroir et traverser la lentille de droite à gauche. Cela peut se résumer de la manière suivante :

$$A \xrightarrow{\mathscr{L}} A_1 \xrightarrow{\mathscr{M}} A_2 \xrightarrow{\mathscr{L}} A'$$

Notons $f_\ell' > 0$ la distance focale de la lentille et f_m' la distance focale du miroir.

A et A_1 sont conjugués par la lentille, ce qui donne : $-\dfrac{1}{\overline{OA}} + \dfrac{1}{\overline{OA_1}} = \dfrac{1}{\overline{OF_1'}}$.

Ici, lorsque la lumière va de gauche à droite, $F_1' = H$ et $\overline{OH} = f_\ell' > 0$ d'où $-\dfrac{1}{\overline{OA}} + \dfrac{1}{\overline{OA_1}} = \dfrac{1}{f_\ell'}$ (☼)

A_1 et A_2 sont conjugués par le miroir, ce qui donne : $\dfrac{1}{\overline{OA_1}} + \dfrac{1}{\overline{OA_2}} = \dfrac{1}{\overline{OF'_{\text{m}}}}$.

Ici $\overline{OF'_{\text{m}}} = f'_{\text{m}} < 0$ d'où $\dfrac{1}{\overline{OA_1}} + \dfrac{1}{\overline{OA_2}} = \dfrac{1}{f'_{\text{m}}}$ (☁).

A_2 et A' sont conjugués par la lentille, ce qui donne : $-\dfrac{1}{\overline{OA_2}} + \dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{1}{\overline{OF'_2}}$.

Ici, lorsque la lumière va de **droite à gauche**, $F'_2 = G$ et $\overline{OG} = -f'_\ell < 0$ d'où

$$-\frac{1}{\overline{OA_2}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = -\frac{1}{f'_\ell} \text{ (////)}$$

En faisant (////)+(☁)−(☼), nous trouvons $\boxed{\dfrac{1}{\overline{OA}} + \dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{1}{f'_{\text{m}}} - \dfrac{2}{f'_\ell} < 0}$, ce qui correspond à un miroir convergent (concave) de distance focale f'_{eq} telle que $\boxed{\dfrac{1}{f'_{\text{eq}}} = \dfrac{1}{f'_{\text{m}}} - \dfrac{2}{f'_\ell}}$.

Numériquement $\boxed{f'_{\text{eq}} = -\underline{30}\text{ cm}}$

❁ Exercice 6

$\boxed{1.}$ *Analyse physique. Ici la situation optique est fort simple puisqu'elle se réduit à l'étude de la lentille qu'est le cristallin :*

$$\underbrace{A \xrightarrow{\text{cristallin}} \text{rétine}}_{\text{œil}}$$

Analyse technique. Pas de grande difficulté ici, nous allons simplement manipuler la relation de conjugaison de la lentille sous la contrainte d'une distance fixe entre la lentille et la rétine.

L'image doit se former sur la rétine pour être perçue nette par le cerveau.

Ainsi, en notant O le centre optique du cristallin et en orientant l'axe dans le sens d'arrivée de la lumière, nous avons $\overline{OA'} = +15{,}2$ mm et $\overline{OA} = -1{,}2$ m.

Cela donne :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{f'_{\max} = \underline{1{,}5}0099\text{ cm}}$$

Lorsque l'œil accomode au maximum de ses possibilités, nous avons :

$$\overline{OA'} = 15{,}2\text{ mm} \quad \text{et} \quad \overline{OA} = -12\text{ cm} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{f'_{\min} = \underline{1{,}3}4911\text{ cm}}$$

Puisque la lentille correctrice est cornéenne, elle est accolée à la lentille que forme le cristallin (l'épaisseur de la cornée, ou plutôt l'influence optique qui en découle, est négligée).

Nous savons alors que, dans ces conditions, les vergences s'ajoutent.

Notons V_0 la vergence de la lentille cornéenne.

Comme il faut que, lorsque l'œil n'accomode pas, la vision soit nette à l'infini, cela impose une vergence **totale** de $V_{\text{éq}} = \dfrac{1}{15{,}2\text{ mm}}$.

Nous trouvons ainsi $\boxed{V_0 = V_{\text{éq}} - \dfrac{1}{f'_{\max}} = -\underline{0{,}83}3333\ \delta}$.

Lorsque l'œil accomode au maximum de ses capacités, nous avons, avec la lentille correctrice : $V_{\text{corr,max}} = V_0 + V_{\max}$.

Avec $\overline{F'A'} = \overline{OA'} - \overline{OF'_{\text{corr}}}$, la loi de conjugaison de Newton donne :

$$\overline{FA} = -\frac{{f'_{\text{corr,min}}}^2}{\overline{OA'} - \overline{OF'}_{\text{corr}}} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{\overline{OA} = \overline{OF}_{\text{corr}} + \overline{OA} = -\underline{13},3333 \text{ cm}}$$

Le ponctum proximum est repoussé à 13 cm.

2. Nous avons, comme à la question précédente, une additivité des vergences.

Comme vergence équivalente doit valoir $V_{\text{éq}} = \dfrac{1}{14{,}1 \text{ mm}}$, nous trouvons $\boxed{V_0 = V_{\text{éq}} - \dfrac{1}{f'} = \underline{4{,}69}68\ \delta}$

Exercice 7

1. *Analyse physique. Ici la lumière va d'abord traverser l'objectif $\mathscr{L}_1$ puis l'oculaire $\mathscr{L}_2$ avant de parvenir à l'œil. Nous avons ainsi :*

$$A \xrightarrow{\mathscr{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathscr{L}_2} A' \underbrace{\xrightarrow{\text{cristallin}} \text{rétine}}_{\text{œil}}$$

Comme l'observation doit se faire sans accomoder, cela signigie que A' doit être à l'infini, donc $A_1 = F_2$.

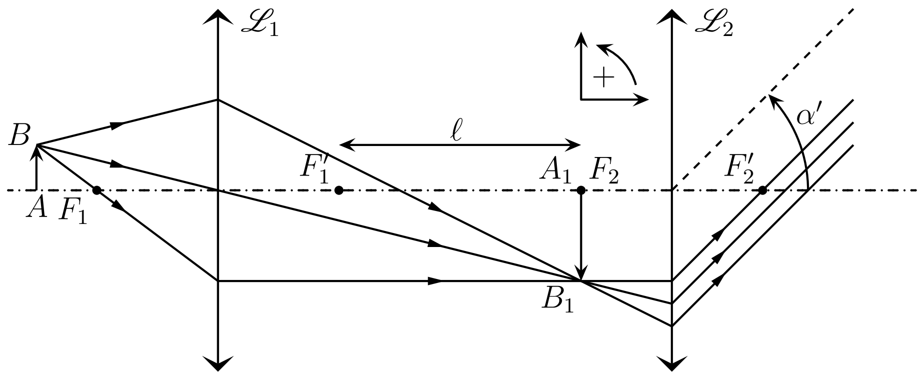
Nous avons ainsi $\overline{F'_1F_2} = \ell$ ce qui donne, avec la relation de conjugaison de Newton :

$$\overline{F_1A} \times \overline{F'_1F_2} = -{f'_1}^2 \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{\overline{FA} = -\frac{{f'_1}^2}{\ell} = -\underline{0{,}1} \text{ mm}}$$

Il est normal de trouver que l'objet soit situé presqu'au foyer de $\mathscr{L}_1$ étant donné que son image est en F_2 c'est-à-dire, relativement à f'_1, quasiment à l'infini.

Remarque. rappelons qu'observer quelque chose au microscope revient à observer à la loupe ($\mathscr{L}_2$) d'une image fortement agrandie (A_1B_1) d'un objet AB.

Voir la construction ci-dessous.



Le grossissement vaut $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ où α' est l'angle représenté ci-dessus et $\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{d_{\text{PP}}}$ est l'angle sous lequel est vu l'objet à l'œil nu.

Avec les notations du schéma, nous pouvons écrire $\alpha = \dfrac{\overline{O_2A'}}{\overline{A'B'}}$.

Or $\overline{O_2A'} = -f'_2$ et $\overline{A'B'} = \gamma\,\overline{AB}$ avec γ le grandissement réalisé par la lentille $\mathscr{L}_1$.

Ce grandissement vaut $\gamma = \dfrac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \dfrac{f'_1 + \ell}{-(f'_1 + AF)}$.

En négligeant f'_1 devant ℓ et FA devant f'_1 (c'est la même approximation), nous trouvons :

$$\overline{A'B'} = -\frac{\ell}{f'_1}\overline{AB} \qquad \rightsquigarrow \qquad \alpha' = \frac{\ell}{f'_1\,f'_2}\overline{AB} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{G = \frac{d_{\text{PP}}\,\ell}{f'_1\,f'_2} = \underline{500}}$$

2. Lorsque l'image finale est au ponctum proximum de l'œil, lui-même placé en F_2' nous avons $\overline{F_2'A'} = -d_{\mathrm{PP}}$ ce qui donne, avec la relation de conjugaison de Newton : $\overline{F_2A_1} = -\dfrac{{f_2'}^2}{-d_{\mathrm{pp}}} = \dfrac{{f_2'}^2}{d_{\mathrm{pp}}}$.

Or la distance FA étant fixé (le réglage se fait en reculant l'occulaire), en notant $\ell = \overline{F_1'A'}$, nous obtenons :

$$\overline{F_1'F_2} = \ell + \overline{F_2A'} \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{\Delta\ell = \frac{{f_2'}^2}{d_{\mathrm{pp}}} = \underline{2{,}5}\ \mathrm{mm}}$$

Exercice 8

1. *Analyse physique. Pas tellement d'analyse à ce niveau là, il s'agit juste d'un exercice de calcul de chemin optique.*

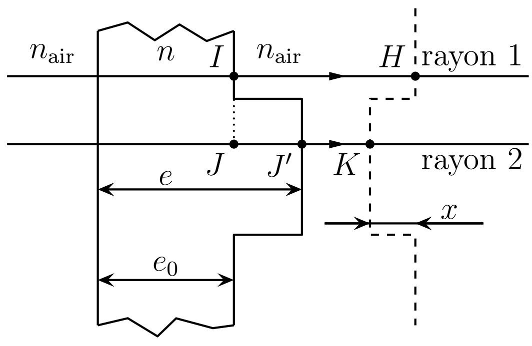
Analyse technique. Comme nous ne connaissons pas a priori *la forme des surfaces d'onde après la traversée de la lame, nous ne pouvons pas utiliser le théorème de* MALUS. *Nous allons donc calculer brutalement les chemins optiques.*

Les deux rayons ont des chemins optiques infinis. Toutefois il est possible de calculer la *différence* de leurs chemins optiques.

Pour cela, nous pouvons remarquer que la différence de propagation se fait au niveau du défaut : le rayon 1 se propage dans l'air sur une longueur $e - e_0$, ce qui correspond à un chemin optique $\ell_1 = n_{\mathrm{air}}\,(e - e_0)$, alors que le rayon 2 se propage dans la lame sur cette même longueur, ce qui donne un chemin optique $\ell_2 = n\,(e - e_0)$.

Finalement, la différence entre les deux chemins optiques vaut $\delta = \ell_2 - \ell_1 = (n - n_{\mathrm{air}})\,(e - e_0)$, ce qui correspond à un déphasage $\boxed{\varphi = \dfrac{2\pi\,\delta}{\lambda_0} = \dfrac{2\,\pi\,(n - n_{\mathrm{air}})\,(e - e_0)}{\lambda_0}}$.

2. Avec les notations ci-dessous nous cherche la distance x telle que K et H soient sur une même surface d'onde.



Il est naturel de chercher K à gauche de H puisque le chemin optique à l'intérieur de la lame est plus grand que dans l'air.

Il faut ainsi $(IH) = (JJ') + (J'K)$ ce qui donne $n_{\mathrm{air}}\,IH = n\,JJ' + n_{\mathrm{air}}\,J'K$ puis :

$$JJ' = e - e_0 \quad \text{et} \quad IH - JK = x \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{x = \frac{n - n_{\mathrm{air}}}{n_{\mathrm{air}}}(e - e_0)}$$

REMARQUE

Nous avons négligé ici les effets de diffraction en considérant que le défaut, d'épaisseur faible était de largeur très grande devant la longueur d'onde.

Si telle n'avait pas été le cas, la tâche de diffraction aurait été celle d'une fente de forme identique au défaut et avec un coefficient de transmission égal à $e^{j\varphi}$ avec $\varphi = \dfrac{2\pi(n-n_{\text{air}})(e-e_0)}{\lambda_0}$.

Ici si le défaut est suffisamment large, il n'y a pas de phénomène de diffraction et l'onde après la lame est une onde « plane par morceaux ».

Sur un écran, étant donné qu'il y a autant d'intensité lumineuse qui passe par le défaut que d'intensité lumineuse qui passe à côté, rien de particulier ne serait observable.

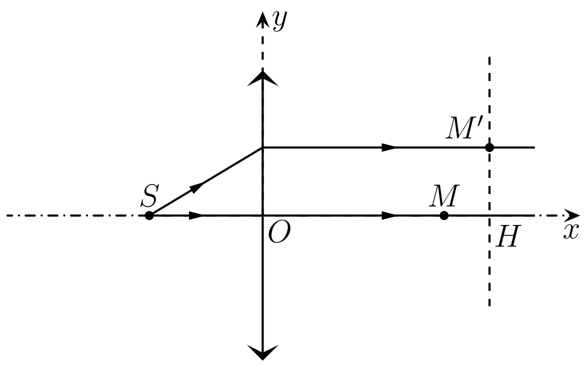
En revanche, un montage de type *strioscopie* (cf. TD sur la diffraction), permettrait de faire l'image du défaut sur un écran.

Exercice 9

Analyse physique. Bien que l'analyse soit ici réduite à une portion congrue étant donné que le but de l'exercice est purement technique (calculer une différence de chemin optique), il ne faudrait toutefois surtout pas passer à côté du point fondamental de cet exercice : la présence de la lentille. Physiquement il va être impossible de négliger le chemin optique des rayons à travers la lentille. Nous devons donc y aller très doucement.

Analyse technique. Comme toujours, nous allons chercher la différence de chemin optique en cherchant la différence de phase entre les deux plan de phase contenant M et M'. Pour trouver ces plans de phase, nous allons devoir utiliser le théorème de MALUS *(pour connaître leur forme) mais aussi et surtout, savoir ce que deviennent les rayons lumineux issus de S après la traversée de la lentille. Et ça, c'est de l'optique géométrique !* ☺

1. Si S est sur le foyer principal objet, les rayons réfractés par la lentille issus de S sont parallèles à l'axe optique, il est alors aisé de les construire et d'en déduire les plans de phase par le théorème de MALUS.



En tenant compte de l'épaisseur e de la lentille, nous avons ainsi, avec $SM = f'$ et $OM = x$:

$$(SM) = (SO) + n\,e + (OM) \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{(SM) = n_{\text{air}}(f'+x) + n\,e}.$$

En terme d'onde, l'onde réfractée par la lentille est une onde plane.

Les points M' et H (projeté orthogonal de M' sur l'axe optique) sont donc, d'après le théorème de MALUS, en phase.

Nous avons ainsi : $(SM') = (SH) = (SO) + n\,e + (OH)$ puis, avec $OH = x'$:

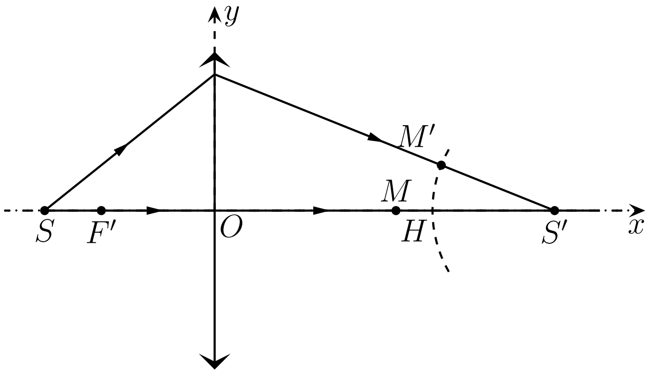
$$\boxed{(SM') = n_{\text{air}}(f'+x') + n\,e}$$

2. Trouvons d'abord le point conjugué S' de S de manière à pouvoir tracer les rayons lumineux issus de S après réfraction par la lentille.

D'après la loi de conjugaison de Newton $\overline{F'S'} = -\dfrac{f'^2}{\overline{FS}}$.

Comme $\overline{FS} = -\dfrac{1}{2}\,f'$, nous arrivons tout de suite à $\overline{FS} = 2\,f'$.

Pour tracer le rayon lumineux issus de S et passant par S', il suffit de tracer le rayon passant par S' et M' d'abord (propriété de stigmatisme) et, à partir du point de réfraction, d'en déduire le rayon incident.



Pour le chemin optique (SM) nous avons, comme à la question précédente :

$$\boxed{(SM) = n_{\text{air}}\left(\frac{3}{2}\,f' + x\right) + n\,e}$$

Pour déterminer le chemin optique (SM'), nous pouvons voir tout d'abord qu'à la sortie de la lentille, l'onde est sphérique (convergente), ce qui implique que les points M' et H sont en phase.

Nous obtenons alors (avec une pincée de Pythagore) :

$$(SM') = (SS') - (S'M') = n_{\text{air}}\left(\frac{3}{2}\,f' + 3\,f' - \sqrt{(3f'-x')^2 + y'^2}\right) + n\,e$$

Ce n'est pas tout à fait terminé. En effet, comme nous utilisons une lentille, tous les rayons sont faiblement inclinés, ce qui implique $|y'| \ll |3\,f' - x'|$ et ainsi en faisant un développement limité à l'ordre 1 nous trouvons :

$$(SM') = (SS') - (S'M') = n_{\text{air}}\left(\frac{3}{2}\,f' + x'\right) + n\,e$$

En fait cela revient à considérer que l'onde convergeant en S' est plane entre M' et H.

Remarque. il n'y a pas tellement d'intérêt à calculer des différence de marche entre des rayons qui ne s'intersectent pas. Comme nous le verrons dans le chapitre interférence, c'est lorsque deux rayons ayant des chemins optiques différents s'intersectent au même point qu'il se passe des phénomènes très intéressants.

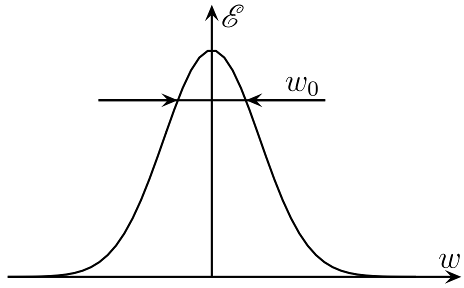
Exercice 10

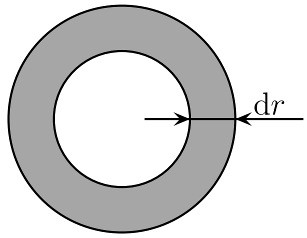
Analyse physique. Il n'y en a pas ici puisque nous n'étudions pas de phénomène proprement dit mais nous nous contentons de décrire une onde. Cet exercice est, en quelque sorte, à l'optique ce qu'un exercice de cinématique est à la mécanique.

Analyse technique. Une fois que la définition de l'éclairement est connue, tout se passe très bien.

1. Voir ci-dessous pour la représentation de la fonction.

La puissance $\mathrm{d}\mathscr{P}$ reçue par la couronne comprise entre r et $r + \mathrm{d}r$ vaut $\mathrm{d}\mathscr{P} = \mathscr{E}(r) \times \mathrm{d}S$ où $\mathrm{d}S$ est la surface considérée.





Ici il s'agit de la surface $\mathrm{d}S = 2\,\pi\,r\,\mathrm{d}r$. Cela donne, puisque la sommation se fait pour $r = 0$ à $r = +\infty$:

$$\mathscr{P} = \int \mathrm{d}\mathscr{P} = \int_0^\infty \mathscr{E}(r)\,2\,\pi\,r\,\mathrm{d}r = \int_0^\infty \mathscr{E}_0\,\mathrm{e}^{-r^2/{w_0}^2}\,2\,\pi\,r\mathrm{d}r = \left[-\pi\,\mathscr{E}_0\,{w_0}^2\,\mathrm{e}^{-r^2/{w_0}^2}\right]_0^\infty = \pi\,\mathscr{E}_0\,{w_0}^2$$

Nous en déduisons alors $\boxed{\mathscr{E}_0 = \dfrac{\mathscr{P}}{\pi\,{w_0}^2} = \underline{1{,}5}9155 \times 10^3\ \mathrm{W.m^{-2}}}$.

$\boxed{2.}$ Le nouvel éclairement vaut alors naturellement $\boxed{\mathscr{E}(w) = \mathscr{E}'_0\,\mathrm{e}^{-w^2/{w'_0}^2}}$.

Pour déterminer $\mathscr{E}'_0$, écrivons la conservation de la puissance :

$$\mathscr{P} = \pi\,\mathscr{E}_0\,{w_0}^2 = \pi\,\mathscr{E}'_0\,{w'_0}^2 \qquad \rightsquigarrow \qquad \boxed{\mathscr{E}'_0 = \mathscr{E}_0\left(\frac{w'_0}{w_0}\right)^2 = 10^{-4}\,\mathscr{E}_0}$$

$\boxed{3.}$ À la distance $d = 2{,}0$ cm de l'axe, l'éclairement vaut $\mathscr{E}(d) = \mathscr{E}'_0\,\mathrm{e}^{-d^2/{w'_0}^2} \simeq 0{,}96\,\mathscr{E}'_0$.

Il y a donc une variation totale de 4 % d'éclairement entre le centre et le bord du disque de diamètre $2\,d$.

Cela signifie que l'erreur relative commise en considérant cette portion comme uniformément éclairée est $\boxed{2\ \%}$.