Diffraction

I – Diffraction de FRAUNHOFER

LOI

Lorsqu'il y a diffraction :
- ➜ la lumière ne semble plus aller en ligne droite ;
- ➜ les figures obtenues sont structurées ;
- ➜ c'est qu'il y a un obstable sur le trajet de la lumière ;
- ➜ plus la taille caractéristique de la source est petite, plus la diffraction est grande.

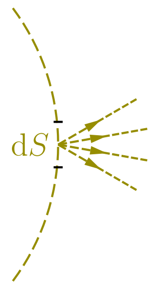
DÉF

Nous appelerons *diffraction* les situations dans lesquelles la lumière semble ne plus obéir aux lois de l'optique géométrique.

LOI

PRINCIPE D'HUYGENS – FRESNEL

Chaque portion élémentaire dS d'une surface d'onde se comporte comme une source d'onde sphérique fictive :
- ➜ synchrone et cohérente avec les autres sources de la même surface ;
- ➜ dont l'intensité est proportionnelle à dS.



DÉF

La *diffraction de* FRAUNHOFER, ou diffraction à l'infini, est la diffraction telle que :
- ➜ la source soit à une onde plane (un point à l'infini optique) ;
- ➜ l'observation se fait à l'infini optique.

DÉF

Une *pupille* est l'objet à l'origine de la diffraction dans un montage de diffraction.

LOI

TRADUCTION DU PRINCIPE D'HUYGENS – FRESNEL DANS LES CONDITIONS DE FRAUNHOFER

L'amplitude diffractée dans la direction $\vec{u}$ s'écrit

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s_0}\,\mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\,\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P\in\mathscr{P}} \mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\,\frac{2\pi}{\lambda_0}\,\overrightarrow{OP}\cdot(\vec{u}_\mathrm{i}-\vec{u})}\,\mathrm{d}S_P \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\underline{s_0}$ est l'amplitude de l'onde incidente ;
- ➜ O est un point de référence appartenant à la pupille ;
- ➜ $\varphi_O(\vec{u})$ est la phase du chemin de lumière qui passe par O ;
- ➜ $\mathscr{P}$ est la pupille ;
- ➜ $\vec{u}_\mathrm{i}$ est la direction de l'onde incidente ;
- ➜ $\vec{u}$ est la direction d'observation.

DÉF

Un *objet diffractant* est un objet plus ou moins transparent.

DÉF

En chaque point P d'une pupille, nous pouvons définir un facteur de *transparence* $\underline{t}(P) = t(P)\,\mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\,\varphi(P)}$ tel que :

- ➜ son module traduit l'atténuation $|\underline{t}(P)| \leqslant 1$;
- ➜ son argument $\varphi(P)$ traduit l'avance de phase que subit l'onde.

LOI

TRADUCTION DU PRINCIPE D'HUYGENS – FRESNEL DANS LES CONDITIONS DE FRAUNHOFER

L'amplitude diffractée dans la direction $\vec{u}$ s'écrit

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s_0}\,\mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\,\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P\in\mathscr{P}} \underline{t}(P)\,\mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\,\frac{2\pi}{\lambda_0}\,\overrightarrow{OP}\cdot(\vec{u}_\mathrm{i}-\vec{u})}\,\mathrm{d}S_P \qquad \text{où :}$$

- ➜ $\underline{s_0}$ est l'amplitude de l'onde incidente ;
- ➜ O est un point de référence appartenant à la pupille ;
- ➜ $\varphi_O(\vec{u})$ est la phase du chemin de lumière qui passe par O ;
- ➜ $\mathscr{P}$ est la pupille ;
- ➜ $\underline{t}(P)$ est le facteur de transparence ;
- ➜ $\vec{u}_\mathrm{i}$ est la direction de l'onde incidente ;
- ➜ $\vec{u}$ est la direction d'observation.

LOI

Si les bornes d'intégration sur x ne dépendent pas de y et réciproquement alors

$$\iint f(x)\times g(y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \left(\int f(x)\,\mathrm{d}x\right)\left(\int g(y)\,\mathrm{d}y\right)$$

LOI

Quel que soit le nombre Φ :

$$\mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\,\Phi} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\Phi} = 2\cos\Phi \qquad \text{et} \qquad \mathrm{e}^{\,\mathrm{j}\,\Phi} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\Phi} = 2\,\mathrm{j}\sin\Phi$$

LOI

Dans le cas d'une diffraction par une fente, la tache centrale est deux fois plus grande que les taches secondaires.

LOI

Dans le cas de la diffraction de FRAUNHOFER le centre de la figure d'interférence est au niveau de l'image géométrique de la source.

LOI

Dans le cas d'une fente infiniment large, l'angle α_0 de première annulation de l'éclairement vaut $\alpha_0 = \dfrac{\lambda_0}{a}$ ce qui implique que la tache centrale est comprise dans un angle de $\dfrac{2\,\lambda_0}{a}$.

LOI

Il peut y avoir diffraction dès lors que les tailles caractéristiques des objets diffractants sont telles que

$$a \lesssim 100\,\lambda_0$$

LOI

Dans la limite $\lambda \longrightarrow 0$ la diffraction permet de retrouver les lois usuelles de l'optique géométrique.

LOI

Dans le cas d'une diffraction de FRAUNHOFER d'une pupille circulaire, la figure obtenue :

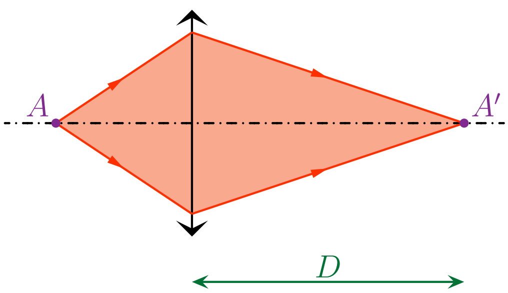
- ➜ s'appelle *tache d'AIRY* ;
- ➜ admet une symétrie circulaire ;
- ➜ a son maximum au niveau de l'image géométrique de la source ;
- ➜ a sa première annulation angulaire en $1{,}22 \times \dfrac{\lambda}{D}$ où D est le diamètre ;
- ➜ a un éclairement plus faible dans les taches secondaires que celui des taches secondaires de la pupille rectangulaire.

LOI

Toute lentille dans toute condition se comporte comme un objet diffractant dans les conditions de FRAUNHOFER.

LOI

Dans la situation suivante, l'image est une tache d'AIRY de rayon principal (*i.e.* jusqu'à la première annulation) de $1{,}22 \times \dfrac{\lambda\,D}{d}$ avec d le diamètre de la lentille



DÉF

La *résolution* (ou *pouvoir séparateur*) d'un système optique est sa capacité à distinguer les images de deux points différents.

LOI

La résolution d'un système optique est en général caractérisée par l'angle minimal sous lequel doivent être perçus deux points objets pour être distincts au niveau de leurs images.

LOI

CRITÈRE DE RAYLEIGH

Les figures de diffraction sont distinguables dès lors que le maximum de l'un soit au moins plus loin que le premier minimum de l'autre.

LOI

Deux pupilles complémentaires, *i.e.* telles que $\underline{t}_1(P) + \underline{t}_2(P) = 1$ partout, ont la même figure de diffraction dans les conditions de FRAUNHOFER sauf au niveau de l'image géométrique de la source.

LOI

Deux pupilles identiques mais translatées l'une par rapport à l'autre ne diffèrent que d'un terme de phase dans l'amplitude diffractée dans les conditions de FRAUNHOFFER.

LOI

Dans le cas d'une dilatation d'une pupille d'un facteur trois, la diffraction dans les conditions de FRAUNHOFER est telle que :

- ➜ l'amplitude est multipliée par μ^2 ;
- ➜ l'éclairement est multiplié par μ^4 ;
- ➜ la diffraction se fait dans la direction $\vec{u}_{\text{pupille dilatée}}$ telle que

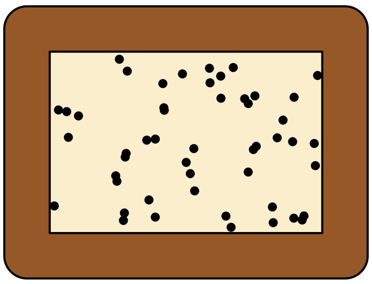
$$\vec{u}_{\text{i}} - \vec{u}_{\text{pupille dilatée}} = \frac{\vec{u}_{\text{i}} - \vec{u}_{\text{pupille normale}}}{\mu}$$

LOI

Dans le cas de la diffraction de FRAUNHOFER d'une répartition **aléatoire** de N pupilles (avec N grand), tout se passe comme si les pupilles étaient incohérentes, il suffit donc de sommer les *éclairements* diffractés.

$$\mathscr{E}_{\text{tot}}(\vec{u}) = N \times \mathscr{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \qquad \text{où :}$$

$\mathscr{E}_{\text{diff}}(\vec{u})$ est l'amplitude diffractée par *une* pupille.



LOI

Dans le cas d'une répartition aléatoire de N pupilles (avec N grands), la figure de diffraction obtenue est la même qu'avec une seule pupille mais plus lumineuse.

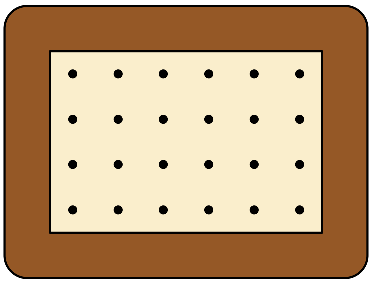
Dans le cas de la diffraction dans les conditions de FRAUNHOFER de N pupilles régulièrement réparties, l'éclairement diffracté s'écrit

$$\mathscr{E}(\vec{u}) = \mathscr{E}_{\text{interf}}(\vec{u}) \times \mathscr{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \qquad \text{où}$$

➜ $\mathscr{E}_{\text{inter}}(\vec{u})$ est l'amplitude due aux interférences de sources ponctuelles situées à la place des pupilles ;

➜ $\mathscr{E}_{\text{diff}}(\vec{u})$ est l'amplitude diffractée par *une* pupille.

LOI

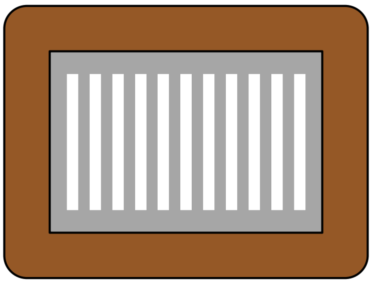


II – Dispositif d'YOUNG

III – Spectroscopie à réseau

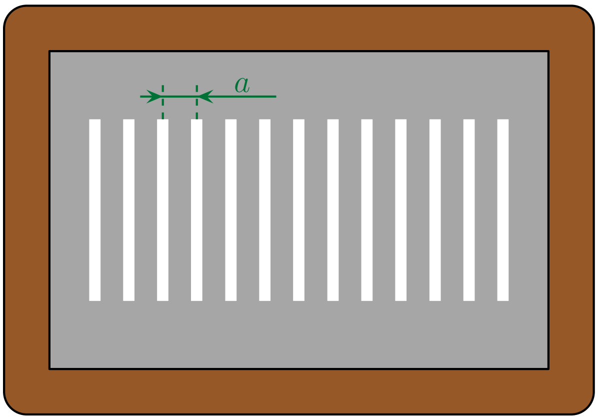
Un *réseau* (plan) est un motif régulier de nombreuses fentes.

DÉF



DÉF

Le *pas du réseau* est la distance entre deux motifs successifs.



LOI

Le nombre de motifs (ou « traits ») par unité de longueur s'écrit

$$n = \frac{1}{a}$$

LOI

La différence de marche entre deux ondes passant par deux motifs successifs d'un réseau s'écrit

$$\delta = a\,(\sin\theta_{\text{i}} - \sin\theta) \qquad \text{où :}$$

- ➜ a est le pas du réseau ;
- ➜ θ_{i} est l'angle d'incidence algébrique de l'onde plane qui arrive sur le réseau ;
- ➜ θ est l'angle algébrique d'observation.

LOI

Lorsqu'il y a interférence à N ondes avec N très grand, il ne peut y avoir d'interférence constructives que si **toutes** les ondes émises sont en phase.

LOI

RELATION FONDAMENTALE DU RÉSEAU

Une onde d'incidence θ_{i}, de longueur d'onde λ_0, est diffractée par un réseau de pas a dans la θ telle que

$$a\,(\sin\theta - \sin\theta_{\text{i}}) = p\,\lambda_0 \qquad \text{avec} \qquad p \text{ entier}$$

LOI

À ordre d'interférence p fixé pour un réseau, c'est la radiation rouge qui s'écarte le plus de la direction d'incidence

---

LOI

Sauf pour l'application à la résolution optique d'un réseau nous considérerons qu'il n'y a de lumière diffractée **que** dans la direction donnée par la relation fondamentale du réseau.

LOI

Seuls quelques ordres d'interférences sont visibles par un réseau et il est toujours possible pour la lumière d'aller « tout droit » en traversant un réseau.

LOI

Le minimum de déviation D_m engendré par l'utilisation d'un réseau est tel que

$$\sin \frac{D_\text{m}}{2} = \frac{p\,\lambda_0}{2\,a}$$