

## Thermodynamique phénoménologique

### Exercice 1 BILANS ÉNERGÉTIQUES ET ENTROPIQUES

La capacité thermique molaire d'un corps pur simple peut s'écrire à très basses températures ( $T \ll \theta$ ) :

$$C_m = \frac{12 \pi^4}{5} R \left( \frac{T}{\theta} \right)^3$$

où  $\theta$  est la température de DEBYE du corps considéré.

On se propose de chauffer un cylindre d'aluminium, pesant  $m = 36$  g, de 30 K à 45 K. Pour cela, on utilise l'effet JOULE d'un courant d'intensité 0,60 A parcourant une résistance pratiquement constante  $R = 2,72 \Omega$  et de capacité thermique négligeable.

1. En notant la capacité thermique massique  $c = aT^3$ , quelle est l'unité de  $a$ ?  
Déterminer numériquement  $a$ .
2. En précisant clairement le système choisi, faire un bilan des échanges énergétiques.
3. Déterminer la durée de chauffage.
4. Déterminer la variation d'entropie pour le bloc d'aluminium lors de ce processus.

Données : pour l'aluminium  $\theta = 428$  K et  $M = 27,0$  g.mol<sup>-1</sup>.

### Exercice 2 ÉVOLUTION POLYTROPIQUE

Un gaz parfait de rapport  $\gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}}$  subit une transformation polytropique réversible  $PV^k = C^{te}$ .

1. Mettre l'expression du transfert thermique molaire élémentaire reçu sous la forme  $\delta Q = C^{(k)}dT$ .
2. Commenter les cas particuliers  $k = 0, 1, \gamma, \infty$ .

### Exercice 3 NOTION DE RÉVERSIBILITÉ

On considère un solide de masse  $m$ , de capacité thermique massique  $c$  constante et de température initiale  $T_i$ .

1. Le solide est mis en contact avec un thermostat de température  $T_0$ .
  - (a) Calculer la variation d'entropie de l'ensemble { solide + thermostat } supposé thermiquement isolé.
  - (b) Quelle est la signification du signe de cette variation ?
  - (c) Envisager le cas où  $T_i$  et  $T_0$  sont des températures très voisines.
2. Le solide précédent est maintenant porté de la température  $T_i$  à la température  $T_f$  par une transformation qui consiste à le mettre en contact avec un nombre élevé  $N$  de thermostats intermédiaires de températures  $T_n = T_i + (T_f - T_i) \frac{n}{N}$  pour  $n = 1, 2, \dots, N$ .
  - (a) Exprimer au moyen d'une somme la variation d'entropie de l'univers correspondant à cette série de transformations.
  - (b) Montrer qu'en prenant  $N$  assez grand, on peut rendre cette variation d'entropie arbitrairement petite.

**Exercice 4** MOTEUR THERMIQUE 

On fait fonctionner un moteur thermique réversible entre une source chaude constituée par une masse  $m_1$  d'eau liquide à la température initiale  $T_1$ , une source froide constituée par une masse  $m_2$  d'eau liquide à la température initiale  $T_2$ . Le moteur cesse de fonctionner quand les deux sources sont à la même température. Déterminer alors :

1. la température finale ;
2. le transfert thermique  $Q_1$  fourni par la source chaude ;
3. le transfert thermique  $Q_2$  reçu par la source froide ;
4. le travail  $W$  fourni par le moteur.

On supposera que la capacité thermique massique  $c$  de l'eau liquide est constante.

**Exercice 5** MOTEUR THERMIQUE 

Un moteur réversible reçoit d'une source chaude  $\Sigma_1$  le transfert thermique  $Q_1$  et fournit le transfert thermique  $Q_3$  à la source  $\Sigma_3$ . Le travail  $W$  fourni par le moteur sert à faire fonctionner une pompe à chaleur réversible qui pompe le transfert thermique  $Q'_3$  à la source  $\Sigma_3$  et fournit le transfert thermique  $Q_2$  à la source  $\Sigma_2$ .

Les températures  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  des sources  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$  sont constantes.

1. Déterminer l'expression de  $\frac{Q_2}{Q_1}$ .
2. Que représente physiquement le rapport précédent ?
3. **A.N.** :  $T_1 = 600$  K ;  $T_2 = 300$  K ;  $T_3 = 270$  K.

**Exercice 6** CLIMATISEUR 

Un climatiseur permet de faire passer la température d'une pièce de capacité thermique totale  $C$  de  $T_1 = 300$  K à  $T_2 = 295$  K en une durée  $\tau = 1,0 \cdot 10^3$  s. L'air extérieur est à  $T_0 = 305$  K et l'appareil décrit des cycles réversibles entraîné par un moteur de puissance  $\mathcal{P} = 180$  W.

1. Déterminer analytiquement et numériquement  $C$ .
2. Estimer la taille de la pièce.

**Exercice 7**  COMPRESSEUR 

Un compresseur est constitué d'un cylindre ( $\mathcal{C}$ ) muni de soupapes ( $\mathcal{S}$ ) et dans lequel se déplace un piston ( $\mathcal{P}$ ). Ce système décrit de manière quasistatique et mécaniquement réversible le cycle suivant :

- ( $\mathcal{S}$ ) étant ouverte et le volume  $V$  du cylindre évoluant de  $V_A = 0$  à  $V_B = 2,0$  L, l'air est admis dans ( $\mathcal{C}$ ), dans un état initial caractérisé par une pression  $P_i = 1,0$  bar et une température  $T_i = 300$  K.
- ( $\mathcal{S}$ ) se ferme et ( $\mathcal{P}$ ) comprime l'air dans ( $\mathcal{C}$ ), le volume  $V$  du cylindre évoluant de  $V_B$  à  $V_C$ , la pression évoluant de  $P_i$  à  $P_f = 10$  bar et la température de  $T_i$  à  $T_f$ ; cette évolution est polytropique de la forme  $PV^k = C^{\text{te}}$  avec  $k = 1,3$ .
- ( $\mathcal{S}$ ) s'ouvre et le volume du cylindre évoluant de  $V_C$  à  $V_D = 0$  l'air est expulsé dans l'état final caractérisé par la pression  $P_f$  et la température  $T_f$ ; ( $\mathcal{C}$ ) est alors ramené à son état initial. L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique.

1. Calculer la quantité d'air  $n$  traitée par le compresseur à chaque cycle, le volume  $V_C$  et la température  $T_f$ .

2. Calculer les travaux  $W_{AB}$ ,  $W_{BC}$  et  $W_{CD}$  au cours de ces trois étapes et le travail total  $W$  par cycle littéralement en fonction de  $k$ ,  $n$ ,  $R$ ,  $T_i$  et  $T_f$  puis numériquement.
3. Tracer le diagramme de CLAPEYRON de l'air et le diagramme de WATT du cylindre.

### Exercice 8 BILAN GLOBAL OU ÉLÉMENTAIRE

Un récipient rigide, vide à l'instant initial, possède des parois adiabatiques. Il se trouve dans une atmosphère à  $P_0$ ,  $T_0$ . L'air extérieur, assimilé à un gaz parfait diatomique, pénètre lentement dans le récipient par une valve adiabatique. À l'état final, le récipient contient de l'air à la pression  $P_0$  et à la température  $T_f$ .

1. On raisonne sur le système fermé constitué par la quantité  $n$  d'air admise dans le récipient. Déterminer le travail reçu et en déduire la température finale  $T_f$ .
2. En raisonnant pendant la durée  $dt$  sur un système fermé à préciser, déterminer l'évolution de l'énergie interne de ce système et en déduire la température finale  $T_f$ .

### Exercice 9 CALORIMÈTRE

1. Un calorimètre contient 95,0 g d'eau à 20,0 °C. On ajoute 71,0 g d'eau à 50,0 °C. Quelle serait la température d'équilibre si on pouvait négliger la capacité thermique du vase et de ses accessoires ?
2. La température d'équilibre observée est 31,3 °C. En déduire la « valeur en eau » du vase et des accessoires, c'est-à-dire la masse d'eau à laquelle le vase et les accessoires sont équivalents du point de vue thermique.
3. Le même calorimètre contient maintenant 100 g d'eau à 15,0 °C. On y plonge un échantillon métallique pesant 25,0 g sortant d'une étuve à 95,0 °C. La température d'équilibre étant 16,7 °C, calculer la capacité thermique massique du métal.

Donnée : pour l'eau  $c_e = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

### Exercice 10 ÉQUATION D'ÉTAT D'UN GAZ DE PHOTONS

Dans une enceinte de volume  $V$ , on décrit la lumière par un gaz de photons, particules sans interactions possédant une énergie  $E$ , une quantité de mouvement  $\vec{p} = \frac{E}{c}\vec{u}$  et une vitesse  $c$  où  $E$  est donnée. On envisage un élément de surface  $\delta S \vec{u}_x$  de la paroi et on admet que dans tout élément de volume,  $\frac{1}{6}$  des photons ont une vitesse  $\pm\vec{u}_x$ ,  $\pm\vec{u}_y$ ,  $\pm\vec{u}_z$ . On note  $n^*$  la densité volumique de photons, supposée uniforme.

1. Exprimer l'énergie interne du gaz en fonction de  $n^*$ ,  $V$  et  $E$ .
2. Où sont les photons susceptibles de frapper  $\delta S \vec{u}_x$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$  ? En déduire le nombre  $\delta^2 N$  de chocs.
3. On suppose le choc photon-paroi élastique : le photon arrivant avec la quantité de mouvement  $\vec{p}$  repart avec la quantité de mouvement  $-\vec{p}$ .  
En déduire la quantité de mouvement transférée à  $\delta S$  pendant la durée  $dt$  puis l'expression de la pression  $P$  en fonction de  $E$  et de  $n^*$ , puis en fonction de  $U$  et  $V$ .
4. Comparer avec un gaz parfait monoatomique.

### Exercice 11 MÉCANIQUE ET ENTROPIE

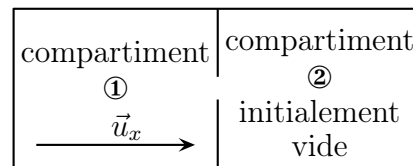
Un opérateur exerçant une force  $\vec{F} = F(t) \vec{u}_x$  sur un pavé de masse  $m$  posé sur une table horizontale lui fait faire un aller-retour entre les dates  $t = 0$  et  $t = T = \frac{2\pi}{\omega}$  de telle sorte que le mouvement soit rectiligne sinusoïdal décrit par  $x(t) = a \cos(\omega t)$ . On donne le coefficient de frottement  $f$ .

1. Déterminer  $F(t)$  en fonction de  $\omega$ ,  $a$ ,  $t$ ,  $f$ ,  $m$  et  $g$ .
2. Exprimer le travail fourni par l'opérateur en fonction de  $a$ ,  $f$ ,  $m$  et  $g$ .
3. L'ensemble table-pavé est au contact d'un thermostat qui maintient la température de l'ensemble égale à  $T_0$ .

Exprimer l'entropie créée au cours de l'évolution.

### Exercice 12 EFFUSION GAZEUSE

Le récipient de la figure ci-dessous est constitué de deux compartiments de même volume  $V$  maintenus à la température  $T$ . À l'instant  $t = 0$ , une mole (c'est-à-dire  $\mathcal{N}_A$  molécules) d'un gaz parfait remplit le compartiment ①, le compartiment ② est vide et on perce un petit trou de section  $s$  entre les deux compartiments. On étudie le passage du gaz entre le compartiment ① et le compartiment ②, phénomène que l'on appelle *effusion gazeuse*.



On note  $N_1(t)$  et  $N_2(t)$  les nombres de molécules dans les compartiments ① et ②. Soit  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  un trièdre cartésien dont  $\vec{u}_x$  est la normale au trou de section  $s$ . On adopte pour le gaz parfait le modèle *simplifié* suivant :

- La norme  $\|\vec{v}\|$  de toutes les molécules est identique, égale à la vitesse quadratique moyenne  $v^*$  ;
- dans tout élément de volume  $d\tau$ , les vecteurs vitesses des molécules sont parallèles à l'une des directions de vecteurs directeurs  $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z, -\vec{u}_x, -\vec{u}_y, -\vec{u}_z$ , avec un sixième des molécules dans chacune de ces six directions.

1. Établir l'expression du nombre  $dN_{1 \rightarrow 2}$  de molécules contenues dans le compartiment ① à l'instant  $t$  et traversant la surface  $s$  vers le compartiment ② entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . Même question pour le nombre  $dN_{2 \rightarrow 1}$  de molécules contenues dans le compartiment ② à l'instant  $t$  et traversant  $s$  vers le compartiment ① entre les instants  $t$  et  $t + dt$ .

2. En déduire les expressions de  $\frac{dN_1(t)}{dt}$  et  $\frac{dN_2(t)}{dt}$  en fonction de  $N_1, N_2, s, v^*$  et  $V$ .

3. Établir les expressions de  $N_1(t)$  et  $N_2(t)$ . Commenter les valeurs limites de  $N_1$  et  $N_2$ . Faire apparaître une constante de temps  $\tau$  caractéristique du phénomène observé et proposer une application numérique. Comment pourrait-on accéder expérimentalement aux variations de  $N_1(t)$  et  $N_2(t)$  en fonction du temps  $t$ ?

4. Comment varie  $\tau$  avec la masse des molécules ? L'hydrogène H possède un isotope utilisé pour la fusion thermonucléaire, le deutérium D dont le noyau est constitué d'un proton et d'un neutron. Expliquer brièvement comment on peut enrichir en dideutérium  $D_2$  un mélange de dihydrogène  $H_2$  et de dideutérium  $D_2$  par effusion gazeuse.

**Exercice 13** ENTROPIE D'UN FIL ÉLASTIQUE 

Un fil élastique est fixé à une de ses extrémités et on exerce sur l'autre extrémité une force  $f_e$ . L'état d'équilibre est décrit par la longueur  $L$ , sa température  $T$ , son entropie  $S$  et son énergie interne  $U$ . On donne son équation caractéristique :

$$S = S_0 + C \ln \left( 1 + \frac{U - U_0}{C T_0} \right) - \frac{k(L - L_0)^2}{2}$$

où  $k$ ,  $C$ ,  $S_0$ ,  $U_0$  et  $T_0$  sont des constantes positives.

- On définit le paramètre  $f$  par l'identité thermodynamique  $dU = T dS + f dL$ .  
Exprimer  $f$  en fonction de  $k$ ,  $T$ ,  $L$ , et  $L_0$ . Montrer que pour une évolution infinitésimale réversible, on a  $f_e = f$ .
- Montrer que  $U(T,L) = U_0 + C(T - T_0)$  et  $S(T,L) = S_0 + C \ln \frac{T}{T_0} - \frac{k(L - L_0)^2}{2}$ .
- Partant de l'état  $E_0(L_0, T_0)$ , on exerce  $f_e$  pour atteindre de manière réversible et adiabatique l'état  $E_1(2L_0, T_1)$ .  
Calculer  $T_1$  et le travail fourni.
- Partant de l'état  $E_1(2L_0, T_1)$  on supprime toute force et on constate que le fil reprend sa longueur naturelle et atteint un état  $E_2(L_0, T_2)$  sans avoir le temps de réaliser des transferts thermiques avec l'extérieur.  
Déterminer  $T_2$  et l'entropie créée.
- Enfin on abandonne le fil dans l'état  $E_2(L_0, T_2)$  au contact de l'atmosphère assimilée à un thermostat de température  $T_0$  et il évolue sans travail à la longueur  $L_0$  constante.  
Déterminer l'état final et l'entropie créée.
- L'évolution  $2 \rightarrow 0 \rightarrow 1$  constitue un moyen de revenir à l'état initial 1 après l'évolution irréversible  $1 \rightarrow 2$ .  
Justifier qu'il n'y a là aucun paradoxe.

**Exercice 14** FONCTION CARACTÉRISTIQUE 

Soit un système constitué de dioxyde de carbone. Ce gaz est caractérisé par la fonction  $S(U,V)$  suivante :

$$S(U,V) = S_0 + n C_{V,m} \ln \left( \frac{U + n^2 a/V}{U_0 + n^2 a/V_0} \right) + n R \ln \left( \frac{V - nb}{V_0 - nb} \right)$$

où  $S_0$ ,  $U_0$  et  $V_0$  sont les valeurs respectives de l'entropie, de l'énergie et du volume dans un état de référence arbitraire donné.

Données :

- $C_{V,m}$  est la capacité calorifique molaire à volume constant du dioxyde de carbone :  $C_{V,m} = 28,50 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- $a$  et  $b$  sont des constantes propres au dioxyde de carbone :  $a = 0,37 \text{ J.m}^3.\text{mol}^{-2}$  et  $b = 4,30.10^{-5} \text{ m}^3.\text{mol}^{-1}$
- $R$  est la constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

- (a) On rappelle que la définition de la température thermodynamique est  $\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$ .

Montrer que cette définition permet de déterminer l'expression de l'énergie interne du gaz.

(b) On rappelle que la définition de la pression thermodynamique est  $\frac{\partial S}{\partial V} = \frac{P}{T}$ .

Montrer que cette définition permet de déterminer l'équation d'état du gaz.

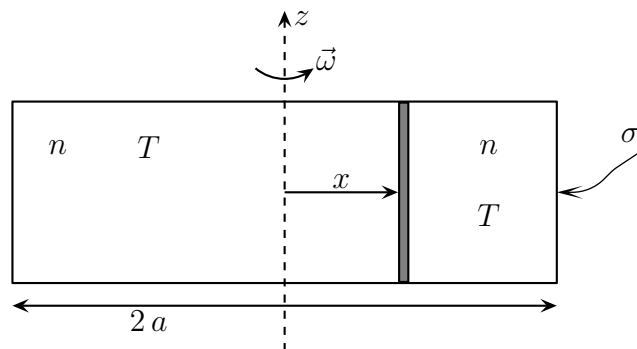
2. Deux moles de ce gaz subissent une détente de JOULE – GAY-LUSSAC d'un volume initial  $V_A = 5,00 \text{ dm}^3$  et d'une température initiale  $T_A = 293,00 \text{ K}$  à un volume final  $V_B = 2 V_A$ .

(a) Calculer les variations de température et d'entropie correspondantes.

(b) Comparer les résultats obtenus à ceux de la détente de deux moles de gaz parfait de même capacité calorifique molaire à volume constant dans les mêmes conditions initiales.

### Exercice 15 ÉTUDE D'UNE BIFURCATION

Un tube cylindrique horizontal d'axe  $(Ox)$  de section droite  $\sigma$  et de longueur  $2a$  est séparé en deux compartiments par un piston de masse  $m$  à l'abscisse  $x$  ( $-a < x < a$ ). Ce tube tourne autour de l'axe vertical  $(Oz)$  à la vitesse angulaire  $\omega$  constante.



L'ensemble est maintenu à température constante  $T$  et chaque compartiment, de volume  $V_i$ , contient une quantité  $n = 1,0 \text{ mol}$  de gaz parfait dont l'énergie libre molaire s'écrit :

$$F_{i,m} = F_{0,m} - RT \ln \frac{V_i}{\sigma a}$$

On s'intéresse aux positions d'équilibre et à la stabilité dans le référentiel tournant lié au tube.

1. Montrer que les forces d'inertie dérivent d'une énergie potentielle  $E_p = -\frac{m \omega^2 x^2}{2}$ .

En déduire que la fonction  $\Phi = F_1 + F_2 + E_p$  est un potentiel thermodynamique du problème.

2. Prévoir, sans calcul la stabilité ou l'instabilité de la position d'équilibre  $x = 0$  à température nulle ou infinie.

Étudier la fonction  $\Phi(x)$  et discuter l'existence et la stabilité d'états d'équilibre.

### Exercice 16 TRAVAIL RÉCUPÉRABLE

Un solide  $(S)$  de capacité thermique  $C$ , initialement à la température  $T_1$  est plongé dans un thermostat liquide dont la température est  $T_0$  de telle sorte qu'il ne peut recevoir aucun travail.

1. Justifier que la fonction  $F^* = U - T_0 S$  est un potentiel thermodynamique.

Exprimer  $F^*$  en fonction de la température  $T$  du solide, de  $C$  et de  $T_0$  en adoptant pour fixer les constantes, les valeurs  $S(T_0) = 0$  et  $U(T_0) = 0$ .

2. Étudier la fonction  $F^*(T)$  et en déduire la température finale  $T_2$  du solide à l'équilibre.

Vérifier que cet équilibre est stable.

3. Calculer l'entropie créée  $S_c$  au cours de l'évolution  $1 \rightarrow 2$  et comparer  $T_0 S_c$  à la diminution de  $F^*$ .

On suppose désormais que  $T_1 > T_0$ . Un fluide ( $\Sigma$ ) évolue de manière cyclique, réversible et ditherme, au contact du solide ( $S$ ) considéré comme la source chaude et d'une source froide dont la température constante est  $T_0$ .

4. On envisage l'évolution du fluide entre deux instants  $t$  et  $t + dt$  proches mais contenant un grand nombre de cycles de Carnot : la température du solide varie de  $T$  à  $T + dT$ , le fluide échange le transfert thermique  $\delta Q_1$  avec la source chaude, un transfert thermique  $\delta Q_2$  avec la source froide et un travail  $\delta W$  avec l'extérieur.

En exprimant les deux premiers principes de la thermodynamique, montrer que :

$$\delta W = C \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right) dT$$

5. Justifier que la machine s'arrête lorsque  $T = T_0$ .

En déduire l'expression du travail total  $W$  échangé.

Comparer avec la diminution de  $F^*$  et conclure.

Comparer avec la situation précédente et commenter.

### Exercice 17 MÉLANGE AIR – VAPEUR D'EAU

Un mélange d'air et de vapeur d'eau occupe un volume  $V_1 = 2,0$  L à la température  $T = 50$  °C ; la pression partielle de l'air est  $P_{a1} = 987$  mbar, celle de l'eau est  $P_{e1} = 79$  mbar. On lui fait subir une compression réversible isotherme pour amener le volume à  $V_2 = 1,0$  L.

- Comment faire en pratique ?
- Déterminer la pression finale  $P_2$  ainsi que le travail fourni au mélange.

*Données :* à 50 °C la pression de vapeur saturante de l'eau est 118,5 mbar. On considérera que la vapeur d'eau comme un gaz parfait.

### Exercice 18 CHANGEMENT D'ÉTAT SOLIDE → LIQUIDE

Les courbes de fusion de l'eau et du phosphore sont pratiquement rectilignes jusqu'à 150 bar.

Calculer, pour ces deux corps, l'augmentation de pression à exercer à partir de la pression ordinaire pour faire varier leur température de fusion de 1 celcius.

	$T_{\text{fusion}}$ (°C)	$v_\ell$ (m <sup>3</sup> .kg <sup>-1</sup> )	$v_s$ (m <sup>3</sup> .kg <sup>-1</sup> )	$\ell_{\text{fusion}}$ (J.g <sup>-1</sup> )
phosphore	44	0,570.10 <sup>-3</sup>	0,551.10 <sup>-3</sup>	20,5
eau	0,0	1,000.10 <sup>-3</sup>	1,089.10 <sup>-3</sup>	333

### Exercice 19 DÉTENTE ISENTROPIQUE DE VAPEUR D'EAU

On détend isentropiquement de la vapeur d'eau saturante, de la température initiale  $T_1$  à la température  $T_2$ .

La chaleur latente de vaporisation de l'eau suit la formule de REGNAULT entre 100 °C et 200 °C :

$$\ell = a - bT \quad \text{avec} \quad a = 3,34 \text{ kJ.g}^{-1} \quad \text{et} \quad b = 2,93 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

En faisant l'approximation que la capacité thermique  $c$  de l'eau liquide en équilibre avec sa vapeur est indépendante de  $T$ , calculer la fraction d'eau condensée.

*Données :*  $T_1 = 523$  K ;  $T_2 = 473$  K ;  $c = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

**Exercice 20** DÉTENTE D'UN LIQUIDE DANS LE VIDE 

On place une ampoule contenant  $m = 0,010$  kg d'eau liquide dans une enceinte indéformable de volume  $V$  maintenue au contact d'un thermostat à la température  $T_0 = 373$  K. Initialement, l'enceinte est vide et l'eau dans l'ampoule est à la température  $T_0$  et sous une pression initiale  $P_0$  égale à la pression de vapeur saturante  $P_s(T_0) = 1,0$  bar et on casse l'ampoule. On assimile la vapeur d'eau à un gaz parfait de masse molaire  $M = 18$  g.mol<sup>-1</sup>. On donne l'enthalpie de vaporisation de l'eau  $\ell_v = 2,3 \cdot 10^3$  kJ.kg<sup>-1</sup> à la température  $T_0$ . On néglige le volume massique de l'eau liquide devant le volume massique de la vapeur d'eau.

1. Calculer la valeur particulière  $V_C$  du volume  $V$  pour que dans l'état d'équilibre final, l'eau soit à la température  $T_0$  et à la pression de vapeur saturante  $P_s(T_0) = 1,0$  bar avec un titre en vapeur  $x_{xf} = 1$ .

Calculer, pour l'évolution  $I \rightarrow F$  correspondante, le transfert thermique  $Q$  reçu par l'eau, la variation d'entropie de l'eau, l'entropie échangée et l'entropie créée.

Commenter.

2. On suppose que le volume  $V$  est inférieur à  $V_C$  déterminé à la question 1.  
Déterminer l'état d'équilibre final.
3. On suppose que le volume  $V$  est supérieur à  $V_C$  déterminé à la question 1.  
Déterminer l'état d'équilibre final.

**Exercice 21** ÉVOLUTION DE MÉLANGES DIPHASÉS D'EAU 

Un cylindre calorifugé est fermé par un piston calorifugé qui maintient une pression constante  $P_0 = 1,0$  bar. Initialement le cylindre contient une masse  $m(1-x)$  de vapeur d'eau à la température d'ébullition de l'eau sous la pression  $P_0$  soit  $T_e = 373$  K. On introduit dans le cylindre un glaçon de masse  $m x$  dont la température initiale est la température de fusion de l'eau solide sous la pression  $P_0$  soit  $T_F = 273$  K.

1. Déterminer la composition du système dans l'état d'équilibre final lorsque la température finale est égale à la température de fusion  $T_F$ .  
Montrer que ceci n'est possible que si  $x$  est supérieur à une valeur minimale  $x_{\min}$  à préciser.
2. Déterminer la composition du système dans l'état d'équilibre final lorsque la température finale est égale à la température d'ébullition  $T_E$ . Montrer que ceci n'est possible que si  $x$  est inférieur à une valeur maximale  $x_{\max}$  à préciser.
3. Déterminer la température finale  $T$  du système dans l'état d'équilibre final lorsque  $x_{\min} < x < x_{\max}$ .  
**A.N.** :  $x = 0,8$ .

Données :

- enthalpie de vaporisation :  $\ell_v = 2300$  kJ.kg<sup>-1</sup> ;
- enthalpie de fusion :  $\ell_f = 330$  kJ.kg<sup>-1</sup> ;
- capacité thermique de l'eau liquide :  $c_e = 4,18$  kJ.kg<sup>-1</sup>.k<sup>-1</sup>.

**Exercice 22** VAPORISATION SOUS CONTRAINTE 

Un piston mobile sans frottement sépare un cylindre horizontal de longueur totale  $L = 20$  cm et de section  $\sigma = 0,050$  m<sup>2</sup> en deux compartiments. Le compartiment de gauche, de longueur  $x$  contient une quantité  $n = 3,5$  mol d'eau. Le compartiment de droite contient une quantité  $n_a$  d'air. L'ensemble est au contact d'un thermostat dont on peut faire varier la température  $T$ .

Données :



- pressions de vapeur saturante de l'eau :  $P_s(T_0 = 273 \text{ K}) = 2,4.10^3 \text{ Pa}$  ;  $P_s(T_1 = 373 \text{ K}) = 1,0.10^5 \text{ Pa}$  ;  
 $P_s(T_F = 380 \text{ K}) = 1,3.10^5 \text{ Pa}$  ;
- chaleur latente de vaporisation de l'eau à  $T_1$  :  $\ell_v = 2400 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- masse molaire de l'eau :  $M = 18 \text{ g.mol}^{-1}$  ;
- capacité thermique de l'eau liquide :  $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{k}^{-1}$  ;
- coefficient isentropique de l'air :  $\gamma_a = 1,40$
- coefficient isentropique de l'eau vapeur :  $\gamma_e = 1,30$ .

L'air et la vapeur d'eau sont assimilés à des gaz parfaits de constante  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .  
 On néglige le volume occupé par l'eau liquide.

1. Déterminer la valeur numérique de  $n_a$  sachant que dans un état intermédiaire  $I$  on a  $x_1 = 13 \text{ cm}$  ;  
 $T_1 = 373 \text{ K}$  ;  $P_1 = 1,0.10^5 \text{ bar}$ .
2. Initialement on a  $x_0 = 0$  et  $T_0 = 273 \text{ K}$ . Calculer la pression  $P_0$  et vérifier l'absence de vapeur d'eau.
3. On élève progressivement la température  $T$ .  
 Décrire qualitativement l'évolution de  $x(T)$ ,  $P(T)$  et de la quantité de vapeur d'eau  $n_e(T)$  en admettant que  $\frac{P_{\text{sat}}(T)}{T}$  est une fonction croissante de  $T$ . On notera  $T_e$  la température telle que  $\frac{n_a R}{\sigma L} = \frac{P_{\text{sat}}(T_e)}{T_e}$ .
4. Dans l'état final, on a  $T_F = 380 \text{ K}$ .  
 Calculer  $P_F$ ,  $x_F$ ,  $n_e$  et le transfert thermique  $Q$  reçu par le système.

### Exercice 23 MACHINE DE LINDE

La machine de Linde, représentée ci-dessous, est utilisée pour obtenir du diazote liquide à partir de diazote initialement gazeux à la pression  $P_1 = 1,0 \text{ bar}$  et la température  $T_1 = 290 \text{ K}$  : elle fonctionne en régime stationnaire et les variations d'énergie mécanique sont négligeables.

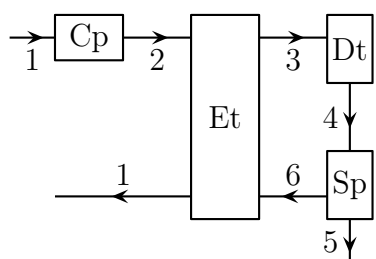
Le diazote évolue de manière réversible et isotherme de l'état  $E_1$  ( $P_1 = 1,0 \text{ bar}$  ;  $T_1 = 290 \text{ K}$ ) jusqu'à l'état  $E_2$  ( $P_2 = 200 \text{ bar}$  ;  $T_2 = 290 \text{ K}$ ) dans le compresseur (Cp).

Puis il traverse un échangeur thermique calorifugé (Et) où il évolue de manière isobare de l'état  $E_2$  à l'état  $E_3$  ( $P_3 = 200 \text{ bar}$  ;  $T_3$ ) en croisant une autre circulation de diazote évoluant de l'état  $E_6$  à l'état  $E_1$ .

Puis le diazote subit une détente isenthalpique dans le détendeur (Dt) où il évolue de l'état  $E_3$  à l'état  $E_4$  ( $P_4 = 1,0 \text{ bar}$  ;  $T_4 = 78 \text{ K}$  ;  $x_4$ ) où il est diphasé avec un titre massique en vapeur  $x_4$ .

À la traversée du séparateur (Sp), le liquide est séparé et recueilli quasi-pur dans l'état  $E_5$  (où  $P_5 = 1,0 \text{ bar}$  ;  $T_5 = 78 \text{ K}$  ;  $x_5 = 0$ ). La vapeur est récupérée quasi-pure dans l'état  $E_6$  ( $P_6 = 1,0 \text{ bar}$  ;  $T_6 = 78 \text{ K}$  ;  $x_6 = 1$ ), et traverse ensuite l'échangeur thermique (Et) où elle évolue de l'état  $E_6$  à l'état  $E_1$  en croisant l'autre circulation de diazote qui évolue de l'état  $E_2$  à l'état  $E_3$ .

Les données concernant les différents stades du diazote sont fournies par le tableau suivant.  $P$  est en bar,  $T$  en K,  $h$  en  $\text{kJ.kg}^{-1}$  et  $s$  en  $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .



État	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$E_6$
$P$	1,0	200	200	1,0	1,0	1,0
$T$	290	290	160	78	78	78
$h$	451	421	$h_3 = h_4$	34	228	
$s$	4,40	2,68	1,76	$s_4$	0,44	2,96

1. Donner l'expression de  $h_4$  en fonction de  $h_5$ ,  $h_6$  et  $x_4$ .

2. On considère le système fermé ( $\Sigma$ ) constitué du diazote contenu à l'instant  $t$  dans l'échangeur thermique et des masses  $dm_2$  et  $dm_6$  qui vont y entrer entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . En faisant le bilan énergétique pour ( $\Sigma$ ), établir une relation entre  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $h_6$  et  $x_4$ .
3. En déduire la valeur de  $x_4$ ,  $h_4$  et  $s_4$ .
4. Comparer  $s_3$  et  $s_4$ . Commenter.
5. En appliquant le premier et le deuxième principe de la thermodynamique à un système fermé bien choisi, calculer le transfert thermique  $Q$  et le travail  $W$  reçu par l'unité de masse du diazote traversant le compresseur.
6. En déduire la masse de diazote liquide recueillie par heure pour une machine dont la puissance est égale à  $\mathcal{P} = 100$  kW.