

Milieux propagatifs

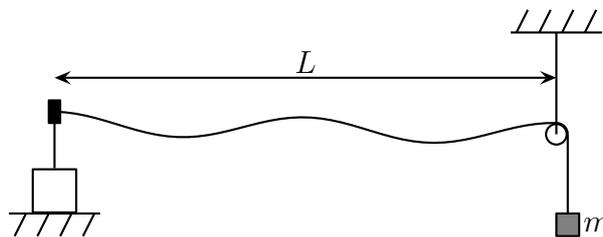
L'objectif de ce TP est de vérifier et d'exploiter quelques résultats obtenus dans le cadre de l'étude des phénomènes propagatifs. La première partie sera consacrée à la corde de MELDE (onde unidimensionnelle) et la deuxième partie aux ondes dans un câble coaxial. La dernière partie sera davantage qualitative et consacrée à la plaque de CHALDNI (ondes bidimensionnelles).

.....

I) Corde de MELDE

1°) Présentation

i. dispositif



La corde de MELDE est une corde de longueur L tendue aux extrémités de laquelle sont fixés un excitateur sinusoïdal d'une part et une masse réglable d'autre part. L'excitateur est commandé par un GBF de fréquence variable. Entre le GBF et l'excitateur on a placé un amplificateur de puissance afin de pouvoir fournir l'énergie nécessaire à la vibration de l'excitateur et de la corde. Les petits crochets sur la masse m permettent d'en suspendre d'autres et, donc, de modifier la tension T_0 de la corde.

ii. préliminaires

→ Montrez **rapidement** que les modes propres de la corde de MELDE sont tels que : $k_n = \frac{n\pi}{L}$ et

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{L} \text{ avec } c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} \text{ la célérité des ondes, } \mu \text{ étant la masse linéique de la corde.}$$

→ Expliquez succinctement pourquoi il y a résonance lorsque la pulsation d'excitation égale une des pulsations propres.

iii. premières vérification

? Comment vérifier que le poids de la corde est bien négligeable devant les tensions verticales internes qui s'exerceront ?

? Comment vérifier que la tension à laquelle est soumise la corde est constante ?

? En supposant constante la tension à laquelle est soumise la corde, que vaut-elle en fonction (évidemment ?) de m ? Justifiez.

2°) Expériences

i. modes propres

→ Acrochez une masse de 200 g à l'extrémité de la corde.

- Allumez le GBF et l'amplificateur et réglez le GBF de telle sorte qu'il délivre une tension sinusoïdale de quelques hertz et provoquant des oscillations de l'excitateur d'environ 5 mm de débattement.
- Augmentez la fréquence jusqu'à environ 50 Hz et décrivez les oscillations de la corde.
- ¿? Expliquez succinctement la raison pour laquelle les oscillations ne respectent pas les conditions étudiées en cours.
- ¿? Comment repérer le fait que l'excitation se fait à une pulsation propre ?
- ¿? Comment savoir quel mode propre est excité ?
- Cherchez la fréquence du fondamental et observez-le à l'aide du stroboscope¹.
- Cherchez et mesurez d'autres modes propres (de manière optimale, trouvez-en 8 mais ne vous acharnez pas si vous en trouvez un peu moins).
- Vérifiez la loi reliant la fréquence propre au mode propre n considéré.

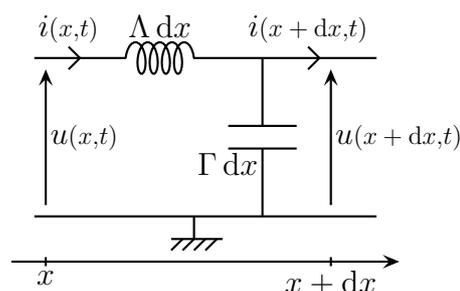
ii. célérité des ondes

- Pour différentes valeurs de la masse accrochée au bout, mesurez les fréquences associées aux deux premiers modes propres.
- ¿? Comment réécrire l'expression de la pulsation pour un mode donné ($n = 1$ ou $n = 2$) pour faire apparaître une loi linéaire de type $y = ax + b$? Précisez alors les expressions de x et y ainsi que les valeurs attendues pour a et b
- Faites la régression linéaire envisagée pour $n = 1$ et précisez les incertitudes.
- Déduisez-en la masse linéique μ ainsi que son incertitude.
- Faites de même pour $n = 2$.
- Déduisez-en la masse linéique μ ainsi que son incertitude.
- Comparez avec la masse linéique du fil obtenu par pesée.

II) Câble coaxial

1°) Étude théorique

i. Modèle



Une portion élémentaire de câble coaxial est décrite par le modèle électrique de la figure ci-dessus. Γ et Λ sont respectivement la capacité linéique et l'inductance linéique du câble. Ces quantités sont supposées uniformes sur toute la longueur du câble. Γdx et Λdx représentent donc respectivement la capacité et l'inductance correspondant à la longueur dx de la portion élémentaire du câble compris entre x et $x + dx$.

Les ondes de tension et de courant se propageant dans le câble sont décrites par les fonctions de deux variables $u(x,t)$ et $i(x,t)$.

1. L'utilisation du stroboscope avec des fréquences telles que le clignotement soit visible est très fatigant pour les yeux, usez-en avec modération.

ii. Résultats

→ Rappelez l'expression de la célérité des ondes en fonction de Λ et Γ .

Soit une onde progressive sinusoïdale se propageant dans le sens des x croissants :

$$u(x,t) = U_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad \text{et} \quad i(x,t) = I_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$$

→ Rappelez la relation entre ω et k .

→ Quelles sont les traductions en tension et en courant de la contrainte qu'impose une extrémité du câble :

- branchée sur rien (extrémité libre) ;
- en court-circuit ;
- fermée sur une résistance R .

→ Sur quoi doit-on brancher le câble pour qu'il n'y ait pas d'onde réfléchi ? Où passe alors l'énergie transportée par l'onde incidente ?

2°) Manipulation

Dans tout le TP, reliez autant que possible tous les appareils avec des câbles coaxiaux.

i. Particularité expérimentale

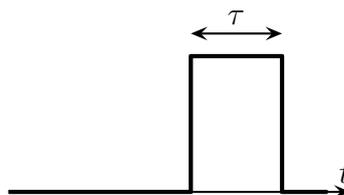
Contrairement aux représentations habituellement faites, à savoir des représentations à t fixé en fonction de x , ici l'oscilloscope ne permet de mesurer que la tension et en **un point** du circuit : le point $x = 0$ ou $x = L$. Autrement dit, tous les résultats connus devront être interprétés en terme de la seule chose qui puisse être observée (et donc mesurée) : $u(0,t)$ ou $u(L,t)$

Hormis cela, l'analogie entre câble coaxial et corde de MELDE est à avoir en tête.

3°) Célérité des ondes**i. principe de la mesure**

La mesure s'appuie sur l'aspect réflexif en bout de câble de sorte qu'en connaissant la longueur et la durée d'un aller-retour il est possible d'en déduire la vitesse.

Une impulsion rectangulaire de tension est envoyée à l'entrée du câble grâce à un générateur d'impulsion (GI) réalisé grâce à un GBF convenablement réglé.



Le GI délivre des impulsions de durée τ avec une période T . Le câble a une longueur $L = 100$ m et que la célérité de propagation est de l'ordre de $c \simeq 2.10^8$ m.s⁻¹

ii. mesures

- Branchez le GI sur l'oscilloscope (ne reliez pas au câble tout de suite) et réglez le GI pour qu'il délivre une tension rectangulaire :
 - de valeur minimale 0,0 V et de valeur maximale 6,0 V ;
 - de fréquence 500 kHz ;
 - de forme asymétrique (modifiez le bouton bleu % duty) de telle sorte que le temps passé en tension haute soit le plus petit possible (réglage à 20 %).
- Reliez le câble au montage et interprétez le résultat obtenu. Mesurez en particulier la célérité c . Imprimez l'écran obtenu (ou dessinez-le qualitativement)
- ?* Cette célérité correspond-elle à la vitesse de phase ou la vitesse de groupe ?
- ?* L'amplitude du signal aller est-elle la même que celle réglé sur le GI ? Pourquoi ?
- ?* Le signal retour a-t-il la même amplitude que le signal aller ? Que peut-on en déduire ?
- ?* Le signal retour a-t-il la même forme que le signal aller ? Que peut-on en déduire ?
- Diminuez la fréquence du GI jusqu'à environ 300 kHz.

4°) Impédance caractéristique**i. principe de la mesure**

Le dispositif précédent est repris en branchant à l'extrémité du câble une résistance variable R . L'impulsion retour est supprimée lorsque $R = Z_c$.

ii. mesures

- Branchez une résistance variable R sur l'extrémité libre du câble coaxial et cherchez la valeur de R pour laquelle il n'y a pas d'onde réfléchi.
- ?* Que pouvez-vous dire sur Z_c en observant la forme de l'impulsion résiduelle ?
- ?* Est-ce que l'onde réfléchi, lorsqu'elle existe (i.e. quand $R \neq Z_c$) donne naissance à une nouvelle onde aller ? Si oui, comment la supprimer ? Sinon pourquoi ?
- Rajoutez à l'entrée du GI la résistance de 22 Ω et vérifiez qu'il n'y a pas d'onde réfléchi au niveau du GI.

5°) ondes stationnaire

Le but va être d'étudier les ondes stationnaires qui s'établissent dans le câble coaxial. Pour cette partie, et jusqu'à la fin, l'extrémité du câble sera laissée libre (donc sans R).

i. résultats théorique pour un câble coaxial idéal

Supposons dans cette partie que la propagation se fait sans atténuation.

- Remplacez le GI par un GBF.
- Montrez que l'onde de tension $u(x,t)$ est une onde stationnaire.
- ?* L'extrémité libre du câble est-elle un ventre ou un nœud pour cette onde ?
- Montrez que l'onde de courant $i(x,t)$ est une onde stationnaire.
- ?* L'extrémité libre du câble est-elle un ventre ou un nœud pour cette onde ?
- Par analogie avec la corde de MELDE montrez **rapidement** que l'extrémité du câble reliée au GBF et à l'oscilloscope sera un nœud de l'onde de tension si $L = (2p + 1) \frac{v_\varphi}{4\nu}$ où p est un entier naturel non nul, L la longueur du câble, v_φ la vitesse de phase et ν sa fréquence.
- ?* Quelle est la fréquence la plus basse pour laquelle un tel nœud peut être observé ?
- Évaluer cette fréquence en prenant pour v_φ la valeur mesurée pour c .

ii. premières mesures

- Reliez le GBF directement à l'oscilloscope (il faut donc débrancher le câble) et réglé de manière à ce qu'il délivre une tension sinusoïdale, de fréquence $\nu = 100$ kHz et d'amplitude $e_0 = 8,0$ V.
- Reliez à nouveau le câble coaxial au montage. Augmentez la fréquence du GBF jusqu'à observer une amplitude minimale d'oscillation sur l'oscilloscope. Notez la fréquence et l'amplitude d'oscillation correspondante. Que vaut alors p ?
- Répétez cette opération de manière à compléter le tableau suivant. (recopiez le tableau sur le compte-rendu)

p							
ν							
E							
v_φ							

- En déduire les valeurs de la vitesse de phase pour les 6 fréquences précédentes.

i? Que dire de la dispersion ?

iii. prise en compte de l'atténuation

Les minima d'amplitude observés à l'oscilloscope ne sont pas nuls car le câble atténue le signal au cours de sa propagation. Le GBF peut être modélisé par un générateur de THÉVENIN de f.é.m. $e_0 \cos(\omega t)$ et de résistance R_g égale à l'impédance caractéristique du câble Z_c (e_0 a déjà été réglé). La tension $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ à l'entrée du câble et mesurée à l'oscilloscope résulte de la superposition d'une onde incidente $u_+(t) = U_{m,+} \cos(\omega t)$ et de l'onde réfléchiée $u_-(t)$ qui a effectué un aller-retour de longueur totale $2L$.

- Justifiez succinctement que $u(t) = U_{m,+} \left(\cos(\omega t) + e^{-2L/\delta} \cos \omega \left(t - 2 \frac{L}{c} \right) \right)$ où δ est une distance caractéristique d'amortissement.

Dans la suite le facteur d'amortissement sur la longueur $2L$ sera noté $\beta = e^{-2L/\delta}$ et le déphasage $\varphi = \frac{2\omega L}{c}$.

- Montrez que l'observation d'un minimum d'amplitude à l'oscilloscope correspond à $\varphi = (2p + 1)\pi$ et donc que $u(t) = U_{m,+} (1 - \beta) \cos(\omega t)$.

- Déduisez-en que l'intensité à l'entrée du câble est $i(t) = \frac{U_{m,+}}{Z_c} (1 + \beta) \cos(\omega t)$.

- Justifiez que $u(t) = e_0 \cos(\omega t) - Z_c i(t)$ et en déduire que $U_{m,+} = \frac{e_0}{2}$.

Les seules grandeurs directement mesurées à l'oscilloscope sont e_0 et U_m .

- Montrez que la valeur de β est donnée par la formule $\beta = 1 - 2 \frac{U_m}{e_0}$.

Les fabricants de câble donnent l'atténuation en dB/km que l'on note G .

- Montrez que $G = 100 \log \left(1 - 2 \frac{U_m}{e_0} \right)$.

- Calculez les valeurs de l'atténuation G pour les 6 fréquences précédentes.

p							
ν							
G							

Le cahier des charges imposé par un client demande une atténuation maximale de -20 dB/km à 3 MHz.

i? Ce câble convient-il ?

III) Plaque de CHLADNI

1°) Présentation

i. Erst CHLADNI

Ernst CHLADNI (1756 – 1827) fut un physicien allemand qui a particulièrement travaillé sur l'acoustique et le son. Son nom est associé aux « figures de CHLADNI » représentant les lignes nodales de modes propres de vibrations bidimensionnelles.

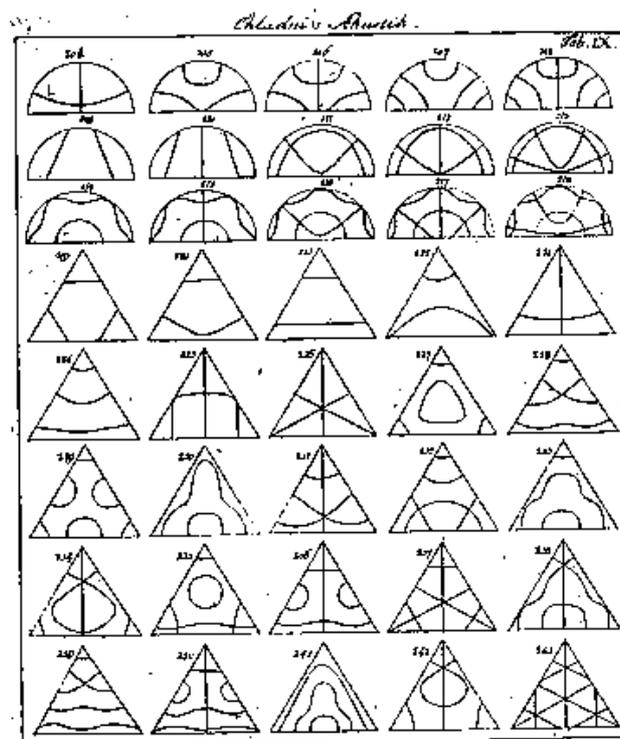
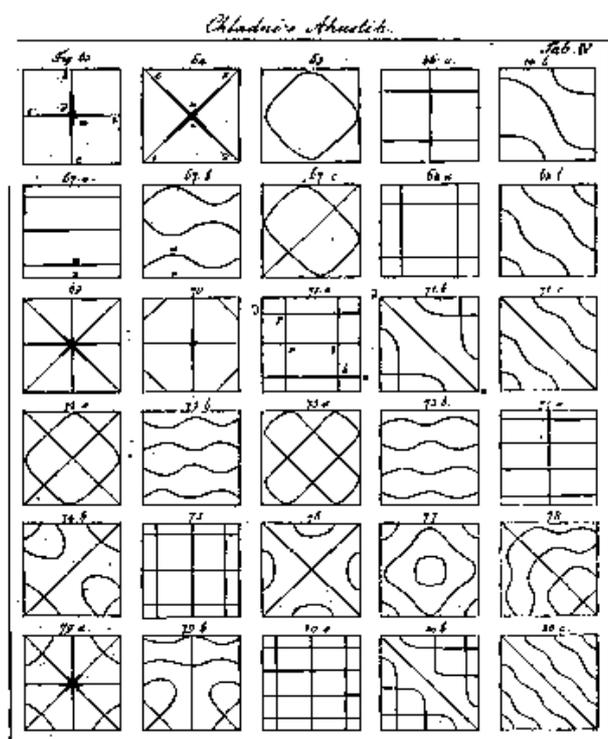
ii. figures de CHLADNI

Lorsqu'une plaque horizontale est excitée transversalement, *i.e.* lorsqu'on fait bouger verticalement un de ses points, elle se met à vibrer. Tout comme pour la corde, il existe des modes propres pour ces plaques. Ces modes sont bien plus compliqués à décrire étant donné que la réflexion des ondes sur les bords est plus complexe dans le cas bidimensionnel puisqu'il faut tenir compte du coefficient de réflexion et des conditions aux limites, mais aussi penser que les ondes, qui sont circulaires² peuvent se réfléchir dans de multiples directions.

Cette particularité fait qu'il est complexe de trouver une théorie permettant de trouver une formule donnant la fréquence des modes propres à partir d'entiers, même pour des géométries simples de la plaque de vibrations.

Ci-dessous vous pouvez voir les lignes nodales qu'a obtenu Chladni lui-même en expérimentant. Une ligne nodale est une ligne représentant un nœud de vibration, c'est-à-dire une ligne sur laquelle la plaque ne vibre pas. Par analogie, les lignes nodales dans le cas de la corde de MELDE se réduisent à des points qui sont d'autant plus nombreux que le mode propre est associé à un n grand. Il en est de même ici : il y a d'autant plus de lignes nodales que la fréquence associée est grande.

2. C'est-à-dire l'équivalent en deux dimension des ondes sphériques en 3 dimensions.



2°) Expérience

i. dispositif

Vous disposez d'un GBF, d'un amplificateur de puissance et d'un excitateur sur lequel est fixé une plaque carrée. À côté de cela, vous trouverez du sable de Fontainebleau, suffisamment fin pour subir les effets de vibration de la plaque et suffisamment gros pour ne pas coller et former des agrégats.

Vu que le sable va avoir une fâcheuse tendance à ne pas (trop) rester sur la plaque, veillez à ne pas en mettre partout et à en ramasser le maximum possible à la fin de la séance.

¿? Étant donné que la plaque est excitée en son centre, précisez parmi les figures précédentes, celles qui seront impossible à observer. Justifiez.

ii. manipulations

- Après vous être assurés que la plaque est horizontale, soupoudrez la d'une **petite** cuillère de sable même pas remplie et allumez le GBF (il faut vraiment très peu de sable).
- Réglez l'amplitude à 3,0 V et augmentez lentement la fréquence de manière à vous approcher d'une zone de résonance (la première est aux alentours de 98 Hz).



Au niveau des résonance, l'amplification est telle que cela peut être désagréable à l'oreille et mauvais pour l'excitateur : il faut alors travailler avec 1,0 V d'amplitude maximum.

- Diminuer l'amplitude et cherchez plus précisément la fréquence de résonance grâce à l'apparition de figures formées par le sable. Rajoutez en éventuellement de temps en temps aux endroits où il n'y en aurait plus.
- Dans la mesure du possible, prenez des photos des figures obtenues (éteignez le GBF pour cela!) et envoyez-les moi.